

参赛说明

1. 在赛前我们用 E-mail，并书面通知了每个学校的参赛队号，如果仍有学校没有收到队号，请于竞赛期间尽快与组委会联系，在交卷时一定要加上指定的队号，并另寄报名表（不要夹在答卷中）。
2. 如果在竞赛中对赛题的理解方面有问题，可以在 www.shumo.com 的论坛上提问，我们将组织命题人在网上解答，不应回答的，恕不回答。
3. 由于是研究生的竞赛题，有一定的难度，因此不必做完上一个问题，才能回答下一个问题。而且为了完整地把实际问题表达出来，题目中的问题较多，很可能在四天之内做不完，因此对后面的问题也可以不作回答，有兴趣的同志可以在竞赛后再作深入研究。
4. 每队在 20 日 10: 00 前用特快专递寄出论文（以当地邮戳为准）。并请于赛后几小时之内再将电子版的论文（用光盘或软盘，可以一个学校的论文刻在一张光盘上）寄给组委会，注意一定与纸质论文分开来寄。
5. 由于与大学生数学建模竞赛时间相同，而评审委员多数身兼两职，因此评审时间可能较晚，敬请广大参赛研究生谅解。在此期间欢迎大家对赛题进行深入探讨，我们准备和 2004 年一样正式发表研究生竞赛的优秀论文，还准备正式发表一些通过竞赛之后的讨论写出的有关赛题的优秀论文，欢迎广大师生积极参与。
6. 由于题目难度不可能完全相同，评审中将向难度较大的题目倾斜，请研究生在选题时加以考虑。

仓库容量有限条件下的随机存贮管理

工厂生产需定期地定购各种原料，商家销售要成批地购进各种商品。无论是原料或商品，都有一个怎样存贮的问题。存得少了无法满足需求，影响利润；存得太多，存贮费用就高。因此说存贮管理是降低成本、提高经济效益的有效途径和方法。

问题 1 某商场销售的某种商品。市场上这种商品的销售速率假设是不变的，记为 r ；每次进货的订货费为常数 c_1 与商品的数量和品种无关；使用自己的仓库存贮商品时，单位商品每天的存贮费用记为 c_2 ，由于自己的仓库容量有限，超出时需要使用租借的仓库存贮商品，单位商品每天的存贮费用记为 c_3 ，且 $c_2 \leq c_3$ ；允许商品缺货，但因缺货而减少销售要造成损失，单位商品的损失记为 c_4 ；每次订货，设货物在 X 天后到达，交货时间 X 是随机的；自己的仓库用于存贮该商品的最大容量为 Q_0 ，每次到货后使这种商品的存贮量 q 补充到固定值 Q 为止，且 $Q_0 < Q$ ；在销售过程中每当存贮量 q 降到 L 时即开始订货。请你给出求使总损失费用达到最低的订货点 L^* （最优订货点）的数学模型。

问题 2 以下是来自某个大型超市的关于三种商品的真实数据：

商品一：康师傅精装巧碗香菇炖鸡面

$r=12$ 盒/天；

$c_1=10$ 元；

$c_2=0.01$ 元/盒·天；

$c_3=0.02$ 元/盒·天；

$c_4=0.95$ 元/盒·天；

$Q_0=40$ 盒；

$Q=60$ 盒，

共有连续的 36 次订货后到达时间天数记录如下：

3 3 7 1 2 3 3 0 3 4 6 3 1 4 3 3 2 5 2 3 2 5 3 2 3 3 0 3 4 3 1 4 5 4 3 1。

商品二：心相印手帕纸 10 小包装

$r=15$ 盒/天；

$c_1=10$ 元；

$c_2=0.03$ 元/盒·天；

$c_3 = 0.04$ 元/盒·天;

$c_4 = 1.50$ 元/盒·天;

$Q_0 = 40$ 盒;

$Q = 60$ 盒,

共有连续的 43 次订货后到达天数记录如下:

4 2 3 3 2 2 2 2 2 2 3 2 1 2 4 3 2 3 2 2 4 2 3 4 3 3 2 3 2 3 2 2 1 3 2 5 3 2 4 2 2 。

商品三: 中汇香米 5KG 装

$r = 20$ 袋/天;

$c_1 = 10$ 元;

$c_2 = 0.06$ 元/袋·天;

$c_3 = 0.08$ 元/袋·天;

$c_4 = 1.25$ 元/袋·天;

$Q_0 = 20$ 袋;

$Q = 40$ 袋,

共有连续的 61 次订货后到达天数记录如下:

3 4 4 2 3 3 2 2 1 2 1 1 1 2 1 1 1 1 1 2 2 5 1 1 1 2 1 1 1 1 1 2 2 1 2 2 3 3 1 2 2 1 2 2 1 2 1 2 1 1 2 3 2 5 6 3
4 3 1。

按你的模型分别计算出这三种商品各自相应的最优订货点 L^* 。

问题 3 问题 1 是只有一种商品需要定货的情形。实际上常遇到在库存容量有限的情况下，有多种商品需要同时订货的情形，这时需考虑充分利用存贮体积的问题。设有 m 种商品需要订货，它们每次

一同从一个供应站订货，每次进货的订货费为常数 c_1 与商品的数量和品种无关；订购的货物同时到达，

到货天数 X 如问题 1 所述是随机的。这 m 种商品的销售速率分别为 r_i （袋或盒/天） $(i = 1, 2, \dots, m)$ ，

每袋（或盒）的体积分别为 v_i $(i = 1, 2, \dots, m)$ 。使用自己的仓库和租借的仓库时单位体积商品每天的

存贮费分别记成 c_{2i} 和 c_{3i} $(i = 1, 2, \dots, m)$ ，单位体积商品每天的缺货损失记成 c_{4i} $(i = 1, 2, \dots, m)$ ，自己

的仓库用于存贮这 m 种商品的总体积容量为 Q_0 ，每次到货后这 m 种商品的存贮量总体积补充到固定

体积容量 Q 为止，且 $Q_0 < Q$ 。每当这 m 种商品的存贮量总体积 q 降到 L 时即开始订货。试通过建立

数学模型说明应如何确定最优订货点 L^* 和自己的仓库用于存贮这 m 种商品的各自体积容量 Q_{0i} ($i = 1, 2, \dots, m$) 以及在订货到达时使这 m 种商品各自存贮量补充到的固定体积 Q_i ($i = 1, 2, \dots, m$)，才能使总损失费用达到最低？

问题 4 如果把问题 2 中的三种商品按问题 3 的方法同时订货，其中 $v_1 = 0.05$ 立方米， $v_2 = 0.04$ 立方米， $v_3 = 0.10$ 立方米，自己的仓库用于存贮这 3 种商品的总体积容量 $Q_0 = 6$ 立方米，每次到货后这 3 种商品的存贮量总体积补充到固定体积容量 $Q = 10$ 立方米为止，且该供应站从接到订货通知到货物送达商场的天数 X 服从在 1 天到 3 天之间的均匀分布。其余数据同问题 2 中相应的商品中所列出的数据。试按问题 3 的模型求出这 3 种商品的最优订货点 L^* 和自己的仓库用于存贮这 3 种商品的各自体积容量 Q_{0i} ($i = 1, 2, 3$) 以及在订货到达时使这 3 种商品各自存贮量补充到的固定体积 Q_i ($i = 1, 2, 3$)。

问题 5 商品的销售经常是随机的、订货情况在一段时间后是会发生变化的，相应地商家就应该调整订货和存贮策略。你们能否对此建立数学模型加以讨论。