

学生面试问题

高校自主招生是高考改革中的一项新生事物，现在仍处于探索阶段。某高校拟在全面衡量考生的高中学习成绩及综合表现后再采用专家面试的方式决定录取与否。该校在今年自主招生中，经过初选合格进入面试的考生有 N 人，拟聘请老师 M 人。每位学生要分别接受 4 位老师（简称该学生的“面试组”）的单独面试。面试时，各位老师独立地对考生提问并根据其回答问题的情况给出评分。由于这是一项主观性很强的评价工作，老师的专业可能不同，他们的提问内容、提问方式以及评分习惯也会有较大差异，因此面试同一位考生的“面试组”的具体组成不同会对录取结果产生一定影响。为了保证面试工作的公平性，组织者提出如下要求：

- Y1. 每位老师面试的学生数量应尽量均衡；
- Y2. 面试不同考生的“面试组”成员不能完全相同；
- Y3. 两个考生的“面试组”中有两位或三位老师相同的情形尽量少的；
- Y4. 被任意两位老师面试的两个学生集合中出现相同学生的人数尽量少的。

请回答如下问题：

问题一：设考生数 N 已知，在满足 Y2 条件下，说明聘请老师数 M 至少分别应为多大，才能做到任两位学生的“面试组”都没有两位以及三位面试老师相同的情形。

问题二：请根据 Y1~Y4 的要求建立学生与面试老师之间合理的分配模型，并就 $N=379$ ， $M=24$ 的情形给出具体的分配方案（每位老师面试哪些学生）及该方案满足 Y1~Y4 这些要求的情况。

问题三：假设面试老师中理科与文科的老师各占一半，并且要求每位学生接受两位文科与两位理科老师的面试，请在此假设下分别回答问题一与问题二。

问题四：请讨论考生与面试老师之间分配的均匀性和面试公平性的关系。为了保证面试的公平性，除了组织者提出的要求外，你们认为还有哪些重要因素需要考虑，试给出新的分配方案或建议。