

全国第六届研究生数学建模竞赛



题目 枪弹头痕迹自动比对方法的研究

摘 要：

本文针对于子弹自动分类问题，提出了合理的假设，建立了合适的数学模型。首先利用子弹表面为圆柱面的假设，对采集得到的数据进行误差校正，然后将圆柱面上的深度数据展开到平面上，用经典的算法消除噪声，良好的数据预处理算法对后续的特征提取和子弹匹配起到了重要作用。本文一方面通过对数据三维可视化，提取划痕的个数、划痕和轴线的夹角等宏观数据，另一方面，通过将 z 轴数据映射到图像上，提出了基于统计的具有鲁棒性的互相关性系数准则，二者结合起来计算子弹之间的匹配程度。实验表明，我们的算法取得了良好的结果，具有高达 80% 以上的识别率。

参赛队号 B4

队员姓名

参赛密码

(由组委会填写)

枪弹痕迹自动比对方法的研究

摘要：本文针对于子弹自动分类问题，提出了合理的假设，建立了合适的数学模型。首先利用子弹表面为圆柱面的假设，对采集得到的数据进行误差校正，然后将圆柱面上的深度数据展开到平面上，用经典的算法消除噪声，良好的数据预处理算法对后续的特征提取和子弹匹配起到了重要作用。本文一方面通过对数据三维可视化，提取划痕的个数、划痕和轴线的夹角等宏观数据，另一方面，通过将 z 轴数据映射到图像上，提出了基于统计的具有鲁棒性的互相关性系数准则，二者结合起来计算子弹之间的匹配程度。实验表明，我们的算法取得了良好的结果，具有高达 80% 以上的识别率。

关键词：枪弹痕迹、特征比对、子弹匹配

一、 问题描述

当前，我国持枪犯罪发案较多，不少地方有着上升趋势，这类犯罪性质严重，危害极大。公安机关在强化侦破策略的同时，要求运用枪弹痕迹检验技术与之进行有效斗争，从而达到揭露犯罪和证实犯罪的目的。

枪弹痕迹检验的主要任务是弹头的种类认定和枪支的同一认定，也就是要确定现场使用的是哪一种枪支，现场弹头、弹壳是哪一只枪发射的。有经验的鉴定专家能够根据发射弹头、弹壳上的一般特征，确定它们是否从同一类枪射击出来的。但是，如果要确定它们是否由同一支枪发射的，就不能只用一般特征，还必须利用细节特征。同一支枪发射的弹头或弹壳上的痕迹能反映发射枪支有关部件的细节特征。

枪支同一性认定问题，实际上就是擦划痕和印压痕的检验问题。由于弹头、弹壳在枪支内的运动受到严格的限制，因此，弹头或弹壳上形成的擦划痕和印压痕稳定有规律，容易通过实验射击再次获得，鉴定时作出同一性认定结论具有较高的可靠性。

在公安实践中，要根据弹头上的痕迹来判断两个弹头是否为同一支枪发射的。传统方法是通过显微镜肉眼观察，比对两个弹头上的线条型痕迹，看这些线条的粗细分布是否吻合。根据实践经验，对同一支枪发射的两个弹头，4 个主棱中通常有一至二个吻合得比较好；而 4 个次棱中通常可以有 2 至 3 个吻合比较好。

传统做法有两个弱点：一是效率极低，因为很多情况是“似是而非”的，所以对多个弹头（例如几十、几百个）的比对几乎无法进行；二是弹头样本不易保存，容易发生锈蚀损坏等情况。现代高精度数据采集设备为自动比对方法创造了条件，我们所需要的就是利用采集到的数据来实现枪支的同一性认定也就是实现模式匹配，这是近几年比较新兴的一个技术，它的发展应用前景比较开阔。无论是本次题目中的枪支匹配，还是以后其它类型的匹配问题，都可以用到这一技术，它已经吸引了越来越多人的注意力。

二、 问题的分析

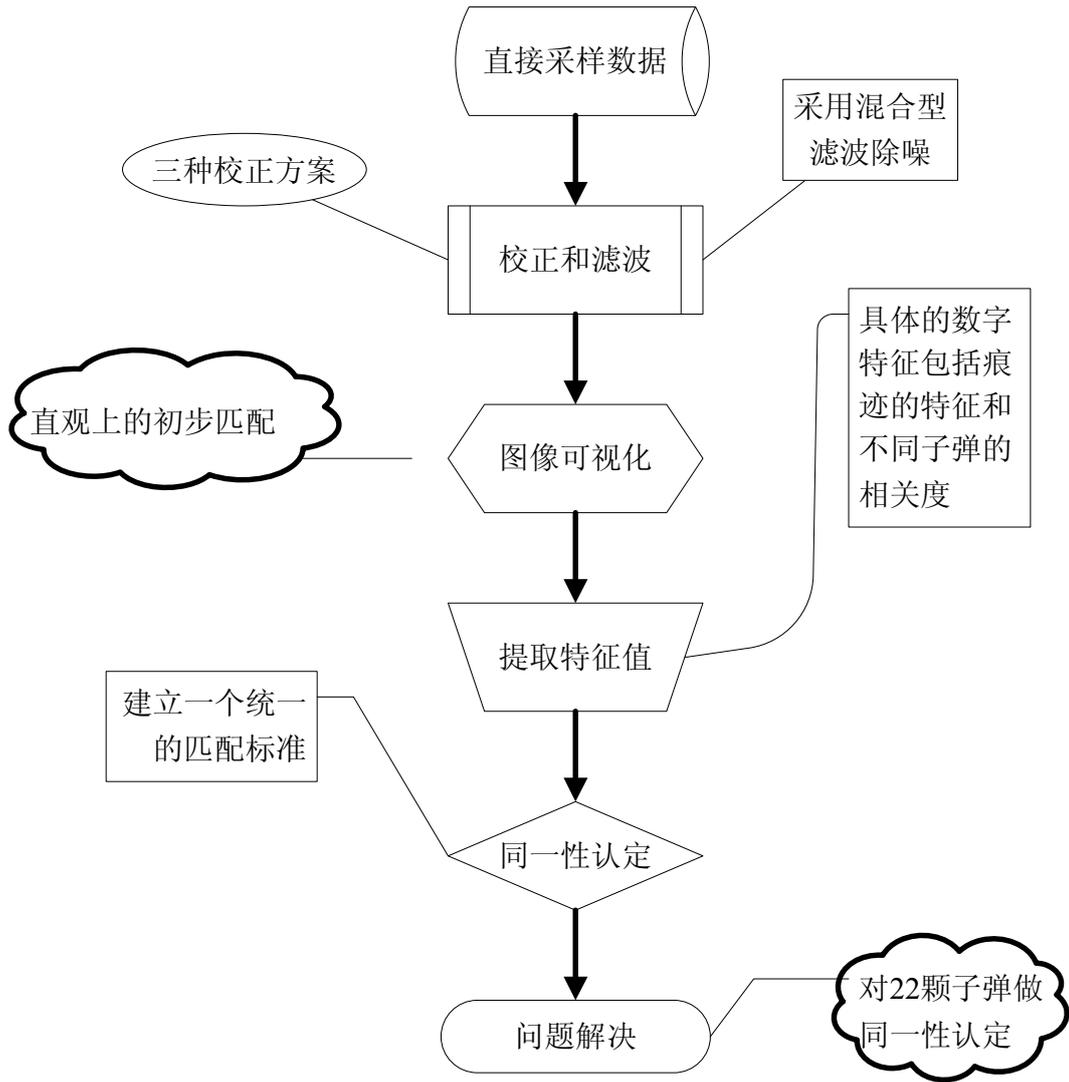
大量的数字并不能直接的反应出弹头痕迹特征，在研究枪弹痕迹弹头特征自动识别时应该考一下几项内容：

(1). 在采集数据的时候，人工调节很难使两个弹头在同样位置和同样姿态情况下被测量，从而造成测量误差，所以就需要在旋转和平移上进行校正。子弹测量的基准平面、弹痕和中心线的位置关系是研究的重点。

(2). 因为弹头表面特征的不规则性，使得图像数据引入了各种随机误差和噪声，图像的弧状会在测量的时候增加不必要的数值误差，所以需要图像进行拉伸处理，同时各种噪声的存在也使滤波成为必要。

(3). 依据校正好的数据来进行枪支的同一性认定，各次棱数据的排序是固定的，利用循环互相关则可以从微观纹理特征上进行比对。同时从局部特征上看，每一片痕迹的宽度、深度也可以做为一个很好的评价标准。这样就相当于从整体和局部共同把握了弹痕的特征，这样的提取也是比较完整的。最后根据这一方案，可以就题目中提供的数据进行验证，提出结论。

分析把握问题的本质之后，按照流程建立模型，解决枪支的同一性认定，使其在实际生活中得到应用，也从一个方面证明该模型的可靠性，具体的设计流程如下所示：



三、 模型假设

- (1). 假设子弹表面是一个圆柱面。
- (2). 假设子弹是不能压缩的，在通过枪膛的过程中其形状固定不变。

四 问题一

4-1 问题提出

如何处理由位置和姿态造成的测量误差，使得两个弹头可以尽量在相同位置和相同姿态的情况下进行比对。

4-2 背景知识

在光学设备上采集弹头上痕迹的 3 维数据时，用于采集数据的光源和数据采集仪器是固定不动的，光源在被测弹头的侧上方，感光器在弹头的正上方；弹头由人工固定在支架上，可以由人工调节该弹头的位置和姿态，会造成测量误差。通常会造成 0.03mm 左右的平移误差和 0.2° 的转动误差。

4-3 问题分析

子弹在三维空间内会产生平移和旋转的偏差。假设子弹表面是一个圆柱面，如图 1 所示。子弹可以 $y-x$ 平面和 $y-z$ 平面上旋转，求出子弹所在圆柱面的圆柱中心轴线的坐标位置，就可以对原始的三维数据进行校正，使得数据处于同一坐标系中。对于子弹的平移，这里主要考虑 z 轴方向平移。 x 轴和 y 轴方向的平移不会影响到子弹的匹配。

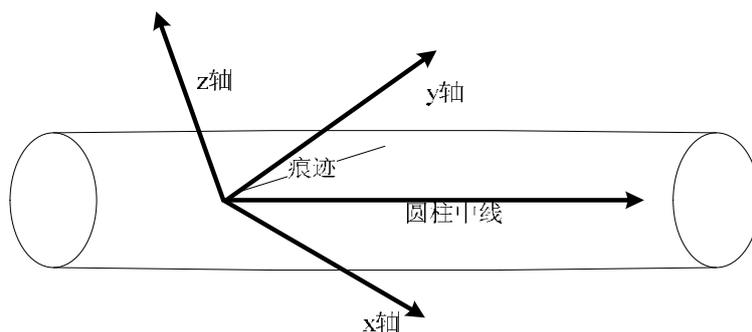


图 1

图 2

为了验证子弹在空间进行了旋转，我们获取了三维数据的等高线。如果图像没有在空间内旋转，等高线则应是平行的。如图 2 所示，黑色线条是获取的原始数据的等高线。图 2 中的等高线是曲线，而且分布于划痕两侧的等高线，即图中上部和下部的曲线走势并不平行。上述足以说明数据采集过程中出现了旋转，并且在 x 和 z 方向上都存在。

假设原始数据为 D_Origin ，未旋转和偏移的数据为 D_Revise ，定义 α 为轴线在 $y-x$ 平面与 y 的夹角， β 为轴线在 $y-z$ 平面与 y 的夹角， z_move 为子弹在 z 轴方向的偏移量。根据图形中三维坐标仿射变换的定义，得到 D_Origin 与 D_Revise 的关系，见公式 1。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} D_Origin \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_move \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} D_Revise \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{公式 1}$$

根据公式 1 的反变换，根据 D_Origin 可以获得校正后的 D_Revise ，见公式 2。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} D_Revise \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_move \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \\ * \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} D_Origin \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{公式 2}$$

对公式 2 进行化简得到公式 3，形式简单化简公式 2 得：

$$\begin{bmatrix} D_Revise \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \cos\beta & \sin\alpha \sin\beta & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \cos\beta & \cos\alpha \sin\beta & 0 \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta & -z_move \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} D_Origin \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{公式 3}$$

由公式 3 可知，只要测量出轴线在 $y-x$ 平面与 y 的夹角 α ，轴线在 $y-z$ 平面与 y 的夹角 β 以及在 z 轴上的平移。则可以对原始数据进行校正。只要求出圆柱面中心轴线的位置，夹角 α 和 β 立刻就能求出。最容易想到的方法是对原始数据进行圆柱面拟合，然而这种算法时间复杂度比较大。本文根据圆柱面的特性，提出了一种新的算法。

无论圆柱怎么旋转，其截面必然是椭圆。如果平行于某一平面做截面，获取的椭圆的中心点都位于圆柱的轴线上，如图 3 所示。子弹虽然进行了旋转和平移，但是它在垂直于划痕方向 y 上的切面一定是一个椭圆面，边缘是一个椭圆。对同一 y 值所对应的所有点进行椭圆曲线拟合，获得对应 y 值的椭圆中心点。将所有获得的中心点再次进行线性拟合，就获得了子弹柱面的轴线。

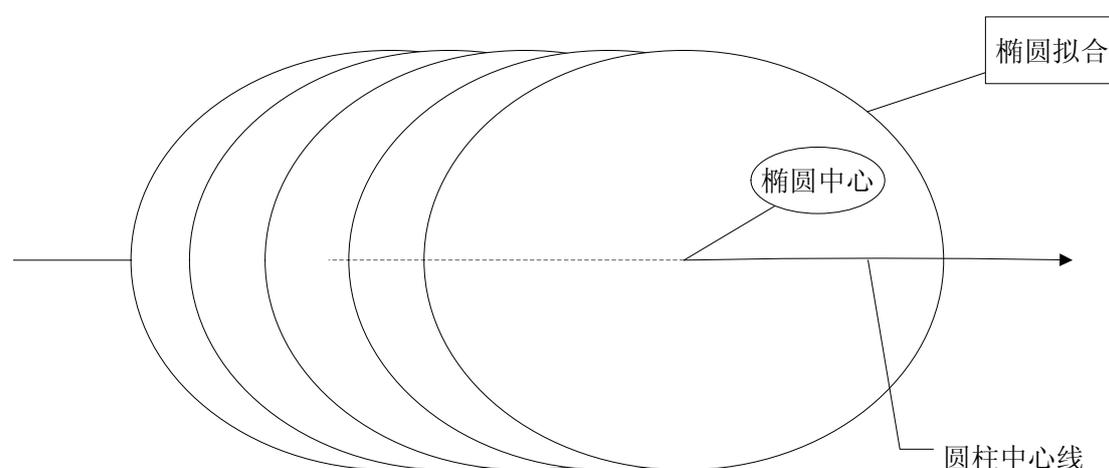


图 3

在这样的一个提取拟合的过程中得到的圆柱中线位置是比较精确的，从实际计算得到的数据偏差即可证明这一点。表 1 给出了 6X2 数据中 77T1-1203959 文件中四幅图像的拟合出来的轴线和 x 轴以及轴线和 z 轴的夹角。

表 1

文件名	图像名称	夹角 α	夹角 β
77T1-1203959	C1	-0.2015	-0.1392
	C2	-0.0957	-0.2264
	C3	-0.1031	-0.2218
	C4	-0.0885	-0.1592

拟合圆柱中心轴线只能对子弹的旋转进行校正，而不能对数据的平移进行校正。下面我们将使用科学可视化技术对数据的平移进行校正。该方法基于前面寻找的圆柱中心轴线，将采集的原始数据展开到平面中。通过 (x, y) 上的原始数据减去该点本身应处的圆柱面获得该点的深度信息。

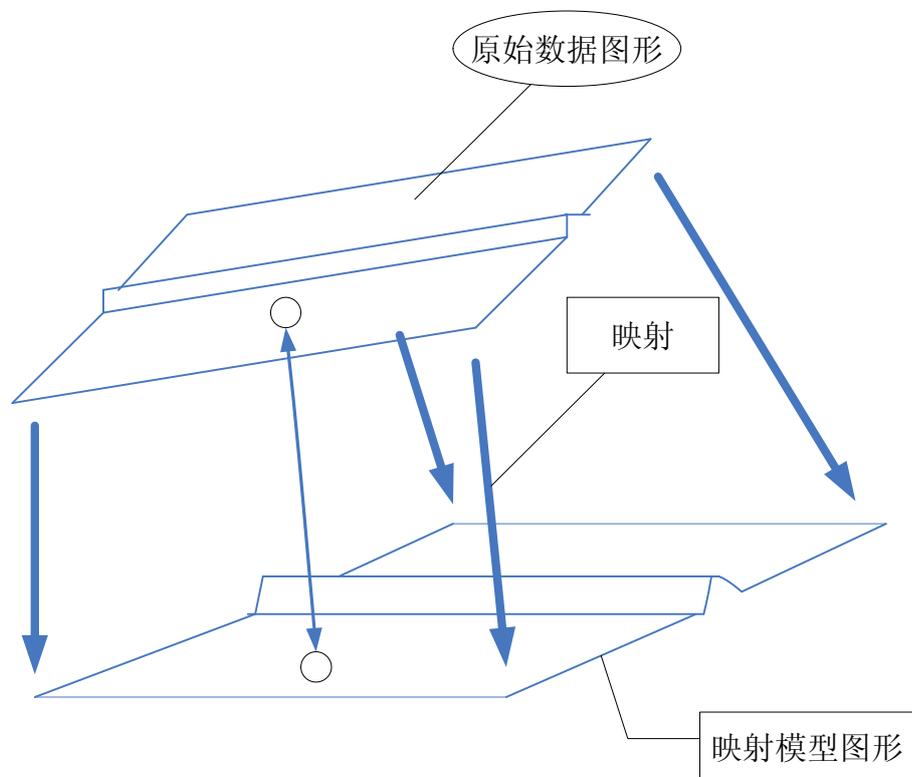


图 4

结合上述两种方法计算原始数据的轴线在 $y-z$ 平面与 y 的夹角 β 以及在 z 轴上的平移，通过公式 3，我们能够对原始数据进行校正。

五 问题二

5-1 问题提出

采取怎样的方法去消除这些误差和噪声。

5-2 背景知识

弹头表面的损伤、锈迹、油斑、杂质物及痕迹生成的随机性，会造成数据误差和噪声。

5-3 问题分析

子弹在发射过程中，在高温条件下，表面会发生形变，除了留下凸膛线的划痕外，还有其他损伤。发射后的子弹在存储过程中也会出现生锈和杂质物等。仪器测量过程中也会产生误差。处理这些误差和噪声，即能不失真保持增强弹头痕迹特征，又能消除数据本身的偏差，就是我们在这个问题中必须要解决的问题。

降低数据噪声的算法有很多种，可以分为频域和空间域两大类。频域中常用小波去噪、低通和高通滤波，需要将数据转化到频域进行处理。空间域中经典的降噪算法有均值滤波和中值滤波。我们分别使用了频域的小波滤波，空间域的均值滤波和中值滤波算法，对原始数据进行处理，观察不同算法的处理结果。

通过实验探索，我们发现小波滤波和平均值滤波对于某些严重失真的噪点处理并不明显，而中值滤波对于原有特征的处理会有相当程度的失真，但是对于噪点的效果比较好，这样在本次模型中我们分别使用中值滤波和局部平滑对数据进行去除噪声和消除误差。

中值滤波是由 Turkey 在 1971 年提出的，中值滤波的原理是把序列中的一点的值，使用该点邻域中各点值的中值来替代。对序列而言中值的定义是这样的：

若 $x_{i1} \leq x_{i2} \leq x_{i3} \leq \dots \leq x_{in}$ ，则该该序列的中值 y 为：

$$y = \text{Med}\{x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}\} = \begin{cases} x_{i, (\frac{n+1}{2})} & n \text{ 为奇数} \\ \frac{1}{2} \left(x_{i, \frac{n}{2}} + x_{i, (\frac{n+1}{2})} \right) & n \text{ 为偶数} \end{cases} \quad \text{公式 4}$$

对于本题目的数据而言，我们在 xoy 平面上取某一点周围 3×3 的邻域，对于 (x_0, y_0, z_0) 坐标而言，我们取 $(x_0 - 1, y_0 - 1)$ ， $(x_0, y_0 - 1)$ ， $(x_0 + 1, y_0 - 1)$ ， $(x_0 - 1, y_0)$ ， (x_0, y_0) ， $(x_0 + 1, y_0)$ ， $(x_0 - 1, y_0 + 1)$ ， $(x_0, y_0 + 1)$ ， $(x_0 + 1, y_0 + 1)$ 这九个坐标的 z 值，如图 5 所示。我们对邻域的 9 个点的 z 值进行排序，取出排序在中间那个的 z 值作为 (x_0, y_0) 处的 z 值。

$x_0 - 1, y_0 - 1$	$x_0, y_0 - 1$	$x_0 + 1, y_0 - 1$
$x_0 - 1, y_0$	x_0, y_0	$x_0 + 1, y_0$
$x_0 - 1, y_0 + 1$	$x_0, y_0 + 1$	$x_0 + 1, y_0 + 1$

图 5

图 6 显示了 6X2 数据文件中某一原始数据映射到图像上的结果。通过图像可以清晰看出子弹的划痕位置、方向和粗细。但是可以清晰可见，图像的右下方有噪声，如果不对该区域进行滤除，则会影响到后续子弹的匹配。分别使用两种方法对图像进行去噪和消除误差，即奇异点噪声滤波和一维中值滤波，在此基础上得到了图 7 (a) 和 7 (b) 的处理结果，效果均明显好于图 6。



图 6



(a)



(b)

图 7

从上中也不难发现，两种滤波方法都存在着一定的缺点，奇异点噪声滤波会带来信号的不连续性，而一维中值滤波会影响弹痕的特征数据，在这个特点的基础上采取两种滤波方法的结合，事实证明这样的滤波结果是比较好的。其结果如下图所示：

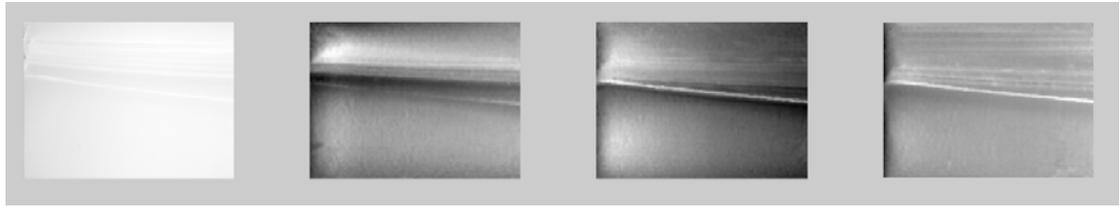


图 8

六 问题三

子弹穿过枪管，遗留在弹头上的痕迹主要有线膛痕迹，它是弹头挤进膛线和在膛内旋转前进时，因挤压、剪切、摩擦等作用形成的与弹轴方向有一定夹角的擦划痕迹，它反映出枪管膛线的结构特征和阳膛线表面的状态特征。即使是同种型号的枪支，由于在制造过程中不可避免的加工误差和损伤，在枪管的坡膛区也会产生不可重复的，类似指纹的细节特征，在枪支的正常使用过程中长期保持稳定，而且会在发射的弹头上产生与特征一致的特征痕迹。弹头上的放映结构特征参量有阳膛线痕迹的旋转方向、宽度、深度、数量等等，反映状态特征是指膛线表面与弹头表面相对运动时在弹头表面形成的细微纹线特征[1]。

传统的弹头发射痕迹检验是由专业人员在比对显微镜下通过人工逐一两两比对的方式来实现的。这种方法存在许多不足之处：(1) 效率太低，由于涉案弹头必须参与比对，使得并行比对无法实现，且无法在比对之前对参比弹头进行筛选；(2) 管理不科学，数量巨大的发案与存档弹头全部分散存于全国各地，无法进行统一、有效的管理；(3) 可操作性差，人眼在显微镜下长时间观察极易产生疲劳，采用人工比对方法也无法从根本上提高比对的速度。下图展示了显微镜下人工比对的示意图，这是来自同一支枪的两发子弹，首先需要判断弹头痕迹之间的对应顺序，然后比对细微特征，而且采用数字摄影的方法忽略了弹头和工具痕迹高度方向的信息，不能反映痕迹的真实形貌[2]。

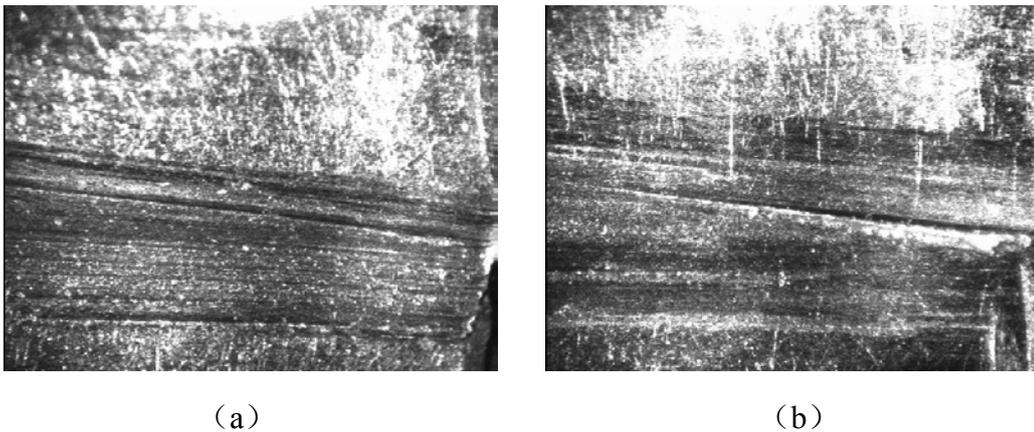


图 9 人工比对示意图

弹头痕迹三维测量仪可以定量获取发射后弹头表面痕迹的高度信息，真实有效地反映痕迹特征。三维方向下的立体痕迹，宏观下有立体感，可见长、宽、高结构。立体痕迹包括线条痕迹和凹陷痕迹。线条状痕迹是以凸凹线条的起伏形态反映造痕体表面的特征，线条具有峰、腰、谷的结构。凹陷痕迹以凸凹坑丘的形状反映造痕体表面的特征。提取痕迹特征后通过对痕迹进行分析，可认定发射枪支，对案件进行侦破和物证鉴定提供一个有效手段。图 10 展示了我们使用 Geomagic studio 生成的 77T1-1203959 中 c1.dat 的三维视图，使用科学可视化技术中光照、阴影、伪彩等效果以后，在图中可以清楚看到线条痕迹和凹陷痕迹的数目，我们甚至可以借助该软件对主要痕迹的深度和宽度进行测量得到其数值特征。

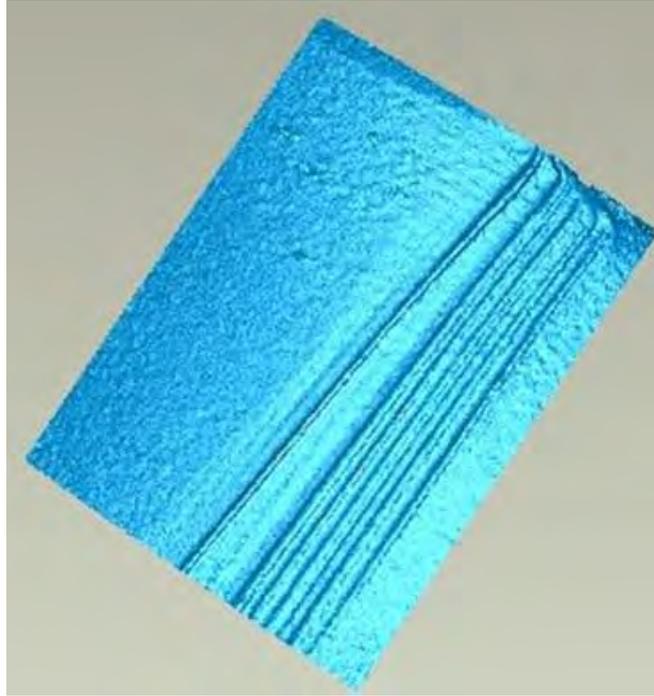


图 10 77T1-1203959 中 c1.dat 的三维可视化视图

同时在模型中我们可以发现采集的三维数据呈现圆弧状排列, 这样采集到的数据就包含了这个弧度误差, 不过在这里需要注意的是弹头圆柱的直径是 7.9mm, 长度是 12mm, 而采集数据的范围是一个约 1.5mm*2mm 的区域, 其弧度比较小, 通过柱面映射的方法, 将三维数据图像映射到柱面上, 即将相对于基准平面的深度数据变为相对于柱面的深度数据, 这样就可以很明显的观察到子弹表面的凹凸特征, 从直观上更容易把握。另外, 根据延展后的平面图得到的诸如刻痕深度、宽度的计算也比较精确, 对于相似度判断有很大的帮助。下面的两幅图分别展示了其原始的弧度图和延展之后的平面效果图:

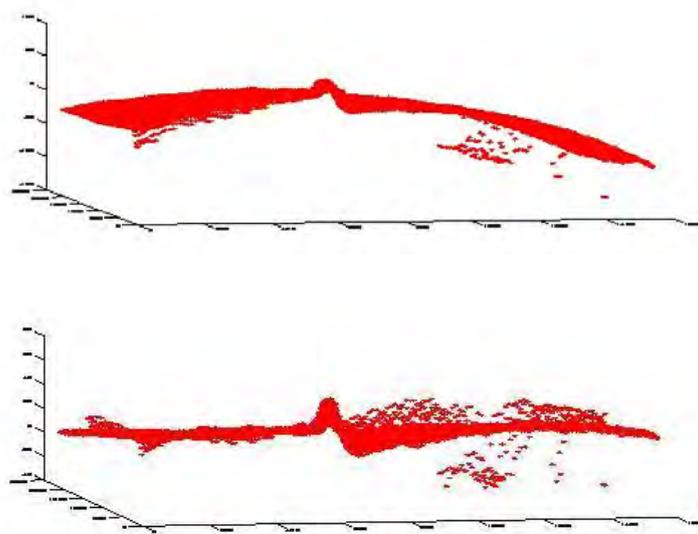


图11

经过上述的各种图像数据处理之后，对于平面展开图像再进行可视化处理，从直观的角度来了解图像的匹配问题，可以初步地认识枪支的同一性，也可以为后面的互相关系数准则提供佐证和修正。在这里简单的调用两组图像做对比说明：

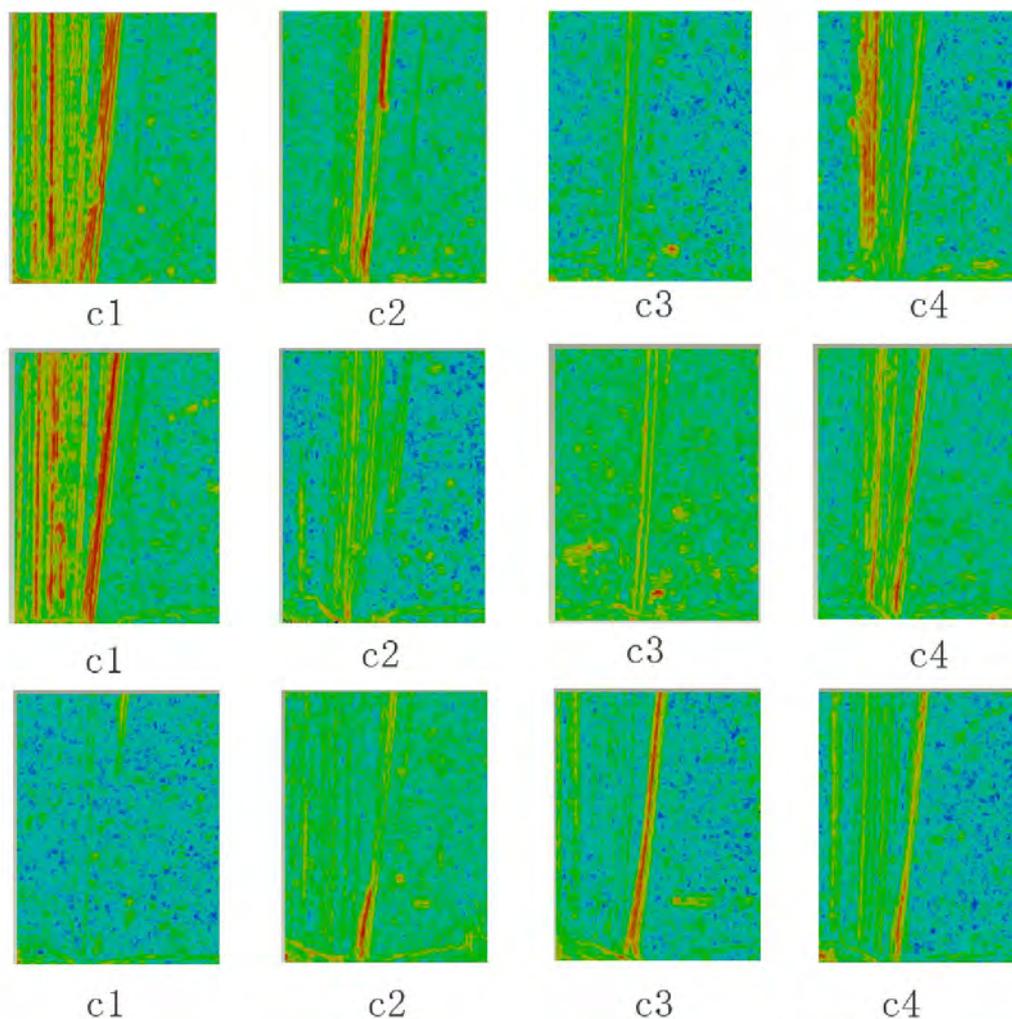


图 12

通过这样的可视化图形，可以比较直观的判断出前两颗子弹是匹配的，其次棱痕迹具有明显的一致性，而第一颗和第三颗子弹不能做出如此判断，所以说可视图在一定程度上减少了匹配的工作量，给鉴定工作提供了第一手资料。

观察其它组数据的三维视图我们可以发现每组次棱数据生成的图像中都有一条明显的线条痕迹，我们暂且称为主痕，该线条痕迹周围还有数条不怎么明显的线条痕迹，我们暂且称为辅痕。我们把辅痕的数目以及与主痕的夹角（图 13）作为宏观特征，从直观上对后面根据每两组数据之间的相关系数得到的匹配结果进行再比对。

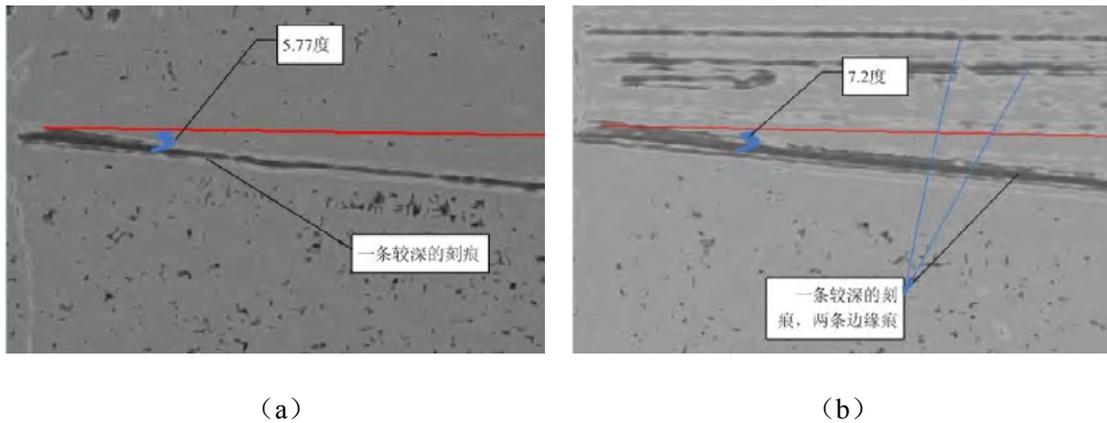


图 13 宏观特征示意图

上述的宏观数据只给出了明显弹头痕迹的特征，而对于弹头划痕的状态特征并没有给出适当的判断，这样得到的判断结果是不准确的，存在片面性。为了整体的把握弹头穿过枪管的痕迹，其纹理特征就是需要特别注意的地方，同一支枪发射的子弹其纹理有很大的相似性，如果次棱的排列顺序对应起来就能得到最大的相关性。题目中已经明确指出各个子弹次棱数据是按照固定顺序排列的，这样只需要把一组数据作为模版数据，其他组的数据作为匹配数据，每组匹配数据中把 $c1c2c3c4$ 循环与模版数据做相关度计算，共有四次计算，分别为 $c1c2c3c4$ 、 $c2c3c4c1$ 、 $c3c4c1c2$ 、 $c4c1c2c3$ ，四个相关系数中最大值对应的顺序就算作与模版中的 $c1c2c3c4$ 一一匹配。

当然每组数据都能与模版数据计算得到一个最大值，我们把这个最大值作为该组数据与模版数据的相似度评判指标。不同子弹纹理其相似度小，自然相关度也小，由此就可以判断两发子弹是否来自同一支枪。由于弹头表面的损伤、锈迹、油斑、杂质物及痕迹生成的随机性，上述对比度只是给出了一个数值上的判断，而且误差和噪声不能采用某一固定的方法去除，同样会造成相关度数值上的差错，需要通过人为通过可视化手段判断。

2004 年以前的文献中介绍的弹头痕迹自动对比系统（如美国的 IBIS）中采用的都是基于提取光学拍摄的照片上的纹理特征。一般来讲，提取特征之前需要对图像进行一些预处理，如进行图像的滤波和对比度增强，便于发现和处理图像中的细节[3]。2004 年之后的文献中，陆续有介绍三维测量和检验弹头痕迹的方法[4]。在[5]中介绍了把深度信息映射成平面图像的灰度值，并结合三维数据可视化对不同子弹的数据进行空间校正，然后把两个三维表面的距离和作为判别准则的方法。在[6]中系统总结并评价了现有的三维测量和检验的粗糙度分析方法，最后提出了一种鲁棒的互相关分析方法。

由于三维测量实现比较困难，我们结合光学弹头痕迹图像处理方法和弹头痕迹三维测量数据的优点，首先将弹头表面的深度信息转换为二维图像中的像素值（请注意该图像像素值与光学图像中像素值的本质区别），然后沿主痕迹方向上对图像中的一部分进行投影，然后计算彼此之间的互相关系数。实验证明，这种统计特征能够达到比较高的识别率。下面具体介绍此方法的步骤。

(1) 首先把相对于水平面的深度数据在圆柱坐标系中换算成相对于圆柱面的深度数据，缩小了深度相差的范围，有利于突出表面的特征。柱面投影的数学表达式及示意图见附录。



图14 T1-1203959 四组深度数据直接线性映射后的图像

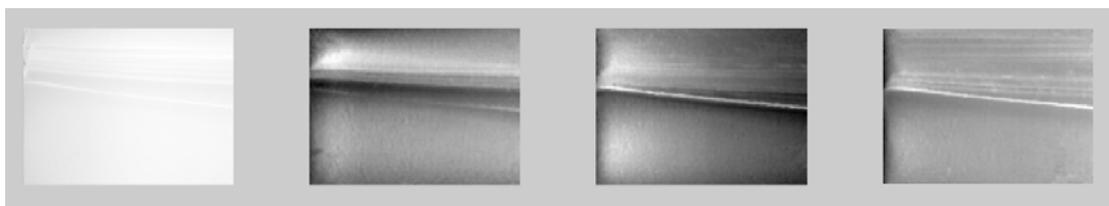


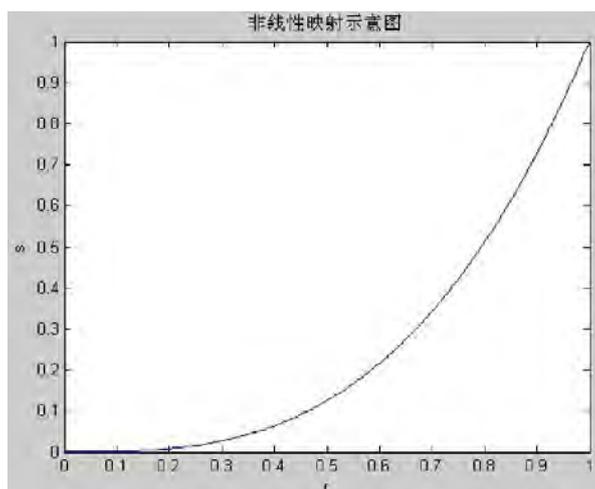
图 15 T1-1203959 四组深度数据沿圆柱面展开后线性映射的图像

(2) 对由深度数据映射成的图像进行对比度增强，从图像处理的角度增强纹理特征。因为深度的纹理特征主要体现在“亮度”较高的区域，所以我们使用下面的非线性映射。

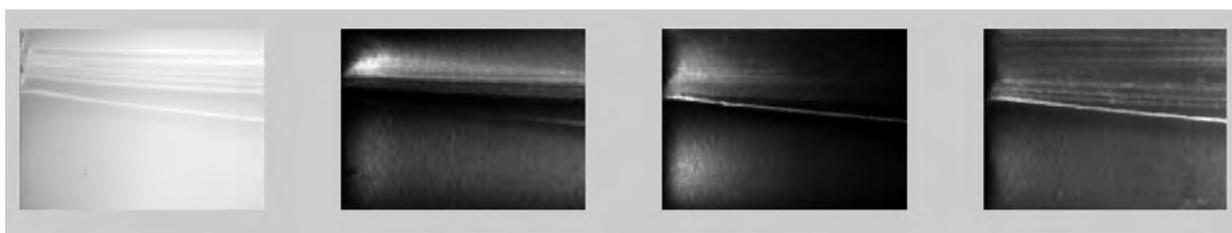
$$s = r^3 \quad \text{公式 5}$$

其中 r 表示原图像 I 中相应点 (x, y) 的亮度， s 表示映射后图像中相应点的亮度， s, r 都是归一化后的值。

由下图 (b)，从直观上非线性映射的图比上面的两张图对线条痕迹有更明显的表现。



(a) 非线性映射示意图



(b) T1-1203959 四组深度数据非线性映射的图像

图 16 非线性映射后对比度增强图

(3) 对上面得到的数据图像进行边缘提取操作，我们采用了 Canny 算子检测图像中比较明显的边缘，对应在在弹头上，就是次棱划痕的痕迹边缘及其周围的“纹路”。Canny 算子[7]的原理步骤简述如下：

- i. 用高斯滤波器平滑图像；
- ii. 用一阶偏导有限差分计算梯度幅值和方向；
- iii. 对梯度幅值进行非极大值抑制；
- iiii. 用双阈值算法检测和连接边缘。

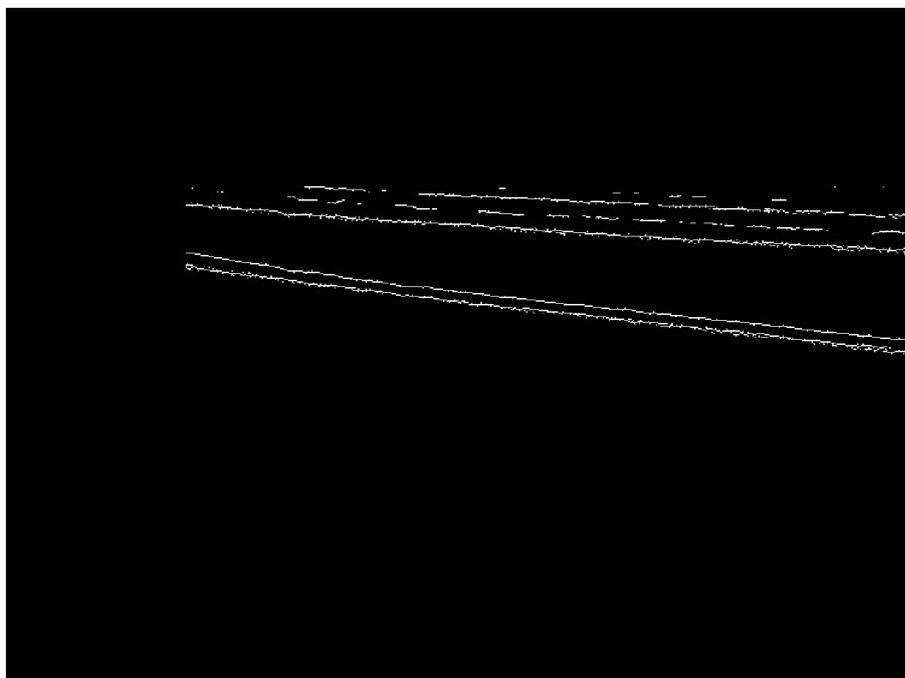


图 17 使用 canny 算子检测的 77T1-1203959 中 c1.dat 的边缘,为了减小计算量并减少误差,把上下各 150 像素的杂乱边缘去掉了

(4) 在所得的边缘二值图像中用 hough 变换检测最长的直线（一般来讲最长直线对应主痕），计算该直线的斜率，绝大多数情况下检测到的直线方向就是主痕方向（相同参数下，12 发子弹 48 幅图像中只有 4 幅划痕方向检测失败，其中 2 幅通过改变参数可正确检测）。

Hough 变换思想为：在原始图像坐标系下的一个点对应了参数坐标系中的一条直线，同样参数坐标系的一条直线对应了原始坐标系下的一个点，然后，原始坐标系下呈现直线的所有点，它们的斜率和截距是相同的，所以它们在参数坐标系下对应于同一个点。这样在将原始坐标系下的各个点投影到参数坐标系下之后，看参数坐标系下有没有聚集点，这样的聚集点就对应了原始坐标系下的直线。

在实际应用中， $y = k * x + b$ 形式的直线方程没有办法表示 $x = c$ 形式的直线(这时

候，直线的斜率为无穷大)。所以实际应用中，是采用参数方程 $p = x * \cos \theta + y * \sin \theta$ 。这样，图像平面上的一个点就对应到参数 $p - \theta$ 平面上的一条曲线上，其它的还是一样[数字图像处理]。

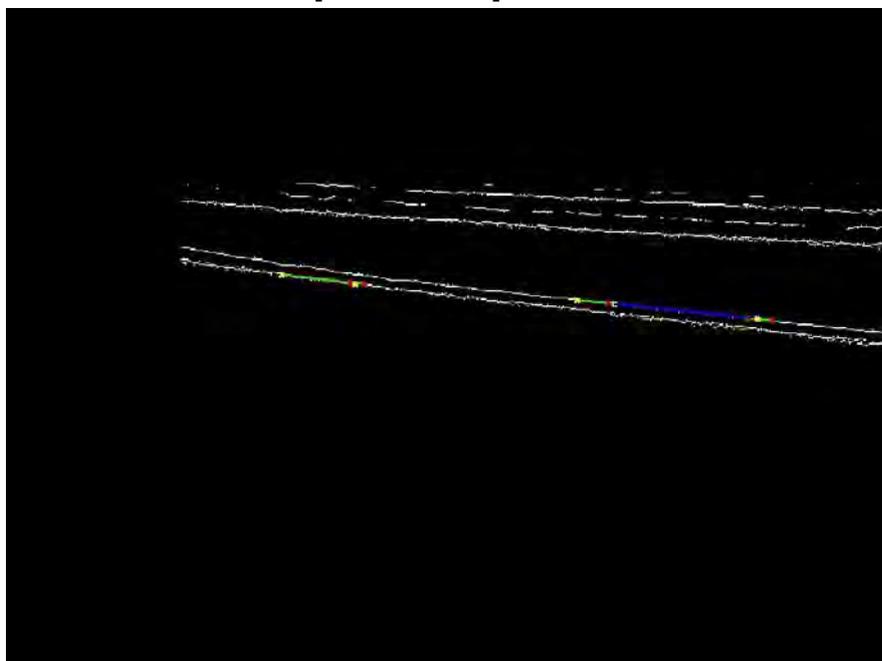


图 18 Hough 变换寻找最长的直线，本图为 T1-1203959 的第一张次棱图。其中蓝色线段的斜率代表了主痕的方向。

(5) 垂直于上一步得到的直线方向往上扩展 150 个像素的距离，往下扩展 100 个像素的距离得到需要投影的区域。我们注意到数据中线条痕迹的纹理特征在主痕的上半部比较规律且明显，下半部则比较杂乱无章，所以选择往上移的距离大一些，往下移的距离小一些。

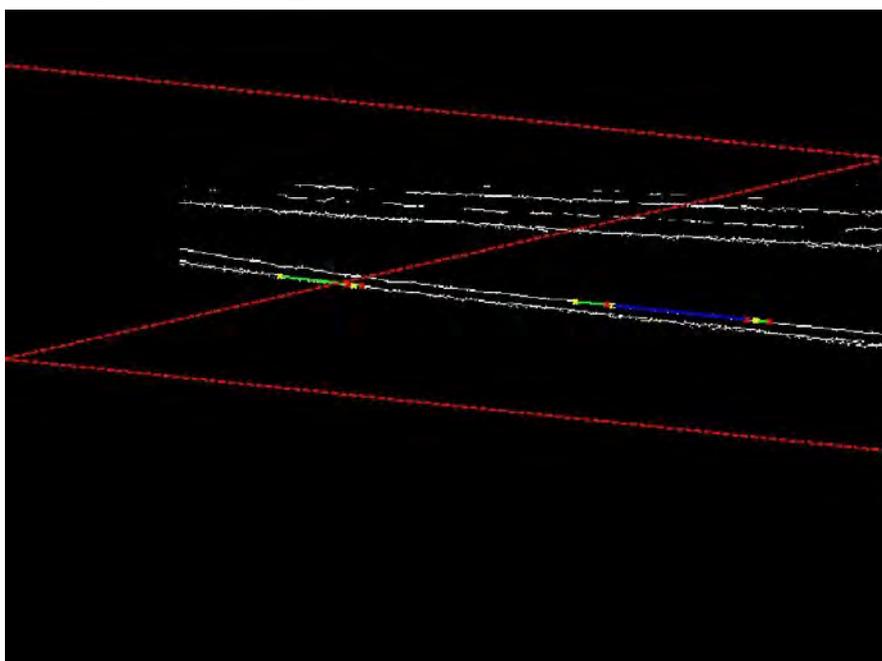


图 19 投影区域界定图，本图为 T1-1203959 的第一张次棱图，两条红色斜线之间为将要投影的区域。

(6) 在投影区域内沿着主痕方向投影，为了消除投影区域内不同投影路径上数据数不同的缺点（可能斜率不同），取该路径上的数据的平均值作为该投影方向上的“纹理”投影。并将一颗子弹的四个次棱的投影数据按顺序连在一起作为该子弹的“纹理”投影。

$$p = \frac{1}{M} \int_l I(x,y) dl \quad \text{公式 6}$$

其中 p 为所得的投影平均值， M 为该路径上数据的个数， l 为投影路径， $I(x,y)$ 为图像平面上的数据值。

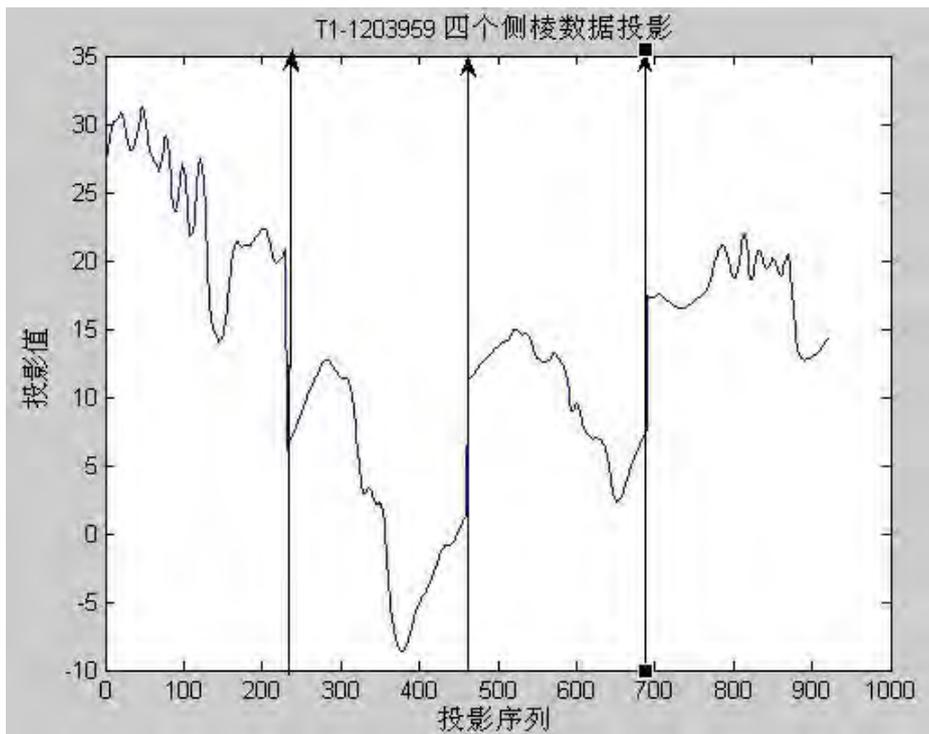


图 20 T1-1203959 四个次棱的投影三个箭头隔开的从左到右分别是 $c1c2c3c4$ 的“纹理”投影。

(7) 将一颗子弹的四个次棱数据的投影按顺序连在一起形成模版投影，将另一颗子弹的四个次棱数据按顺序连在一起作为匹配投影，计算两个投影之间的互相关系数，循环改变待匹配投影中不同次棱之间的顺序，重新计算与模版投影之间的互相关系数，直至四幅图像转完一圈，记录这四个互相关系数值。

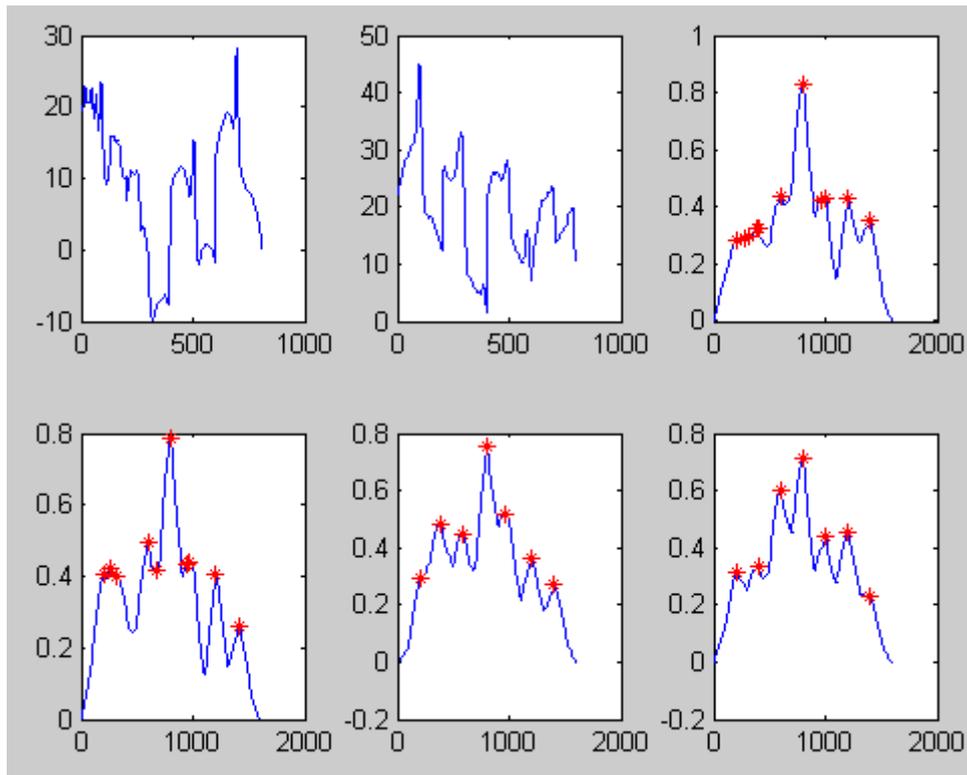


图 21 左上: 模板图像按 c1c2c3c4 顺序的区域投影连续图; 上中: 待匹配图像按 c1c2c3c4 排列的区域投影连续图; 右上: 模板图像 c1c2c3c4 区域投影图与待匹配图像 c1c2c3c4 区域投影图的互相关图; 左下: 模板图像 c1c2c3c4 区域投影图与待匹配图像 c2c3c4c1 区域投影图的互相关图; 下中: 模板图像 c1c2c3c4 区域投影图与待匹配图像 c3c4c1c2 区域投影图的互相关图; 右下: 模板图像 c1c2c3c4 区域投影图与待匹配图像 c4c1c2 测区域投影图的互相关图。图中的红色标记对应于互相关系数的局部极大值, 可以发现局部极大值。

以上算法至少有以下优点:

- 1、特征明显, 便于比较, 单纯用肉眼观察也更容易判断两组数据的差异大小。
- 2、沿划痕方向投影, 相当于对原图像进行了旋转再投影, 而且这种旋转相对于第一问中准确旋转进行的计算量小, 这样虽然并没有对弹头圆柱中心线平行于基准平面进行校正, 但是影响可忽略不计。根据[4]中的理论, 互相关对旋转非常敏感, 旋转后再投影可增强互相关的鲁棒性。这也从正面说明了我们刚开始使用从 y 轴投影效果不好的原因。
- 3、划定投影区域可以使次棱划痕的特征更加突出, 消除了离划痕较远区域的不明显特征的干扰, 相当于对原图像进行了平移。旋转和平移变换使互相关系数的计算更有实际意义。
- 4、可同时鉴定同一手枪不同子弹的划痕对应顺序 (4 个互相关系数中最大值对应的匹配顺序) 和不同手枪的子弹的特征 (互相关系数的最大值)。

下面给出两两之间的相关度排名表。

表 2

	1234 corr	1234 corr	1234 corr	1234 corr	max	排名
	1234	2341	4123	4123		
T1-1203959 - T1-1504519	0.5537	0.669	0.5168	0.4246	0.699	3
T1-1203959 - T1-1811345	0.5055	0.469	0.469	0.5075	0.5075	11
T1-1203959 - T1-1812492	0.5597	0.5128	0.4536	0.4536	0.5597	10
T1-1203959 - T1-1923252	0.7056	0.6059	0.5381	0.76	0.76	2
T1-1203959 - T1-1928033	0.7274	0.6548	0.7837	0.6985	0.6548	5
T1-1203959 - T2-1203959	0.7274	0.7866	0.7525	0.7144	0.7866	1
T1-1203959 - T2-1504519	0.4032	0.5687	0.6041	0.6212	0.6212	7
T1-1203959 - T2-1811345	0.6185	0.6204	0.6204	0.6204	0.6204	8
T1-1203959 - T2-1812492	0.5774	0.5344	0.5964	0.5964	0.5964	9
T1-1203959 - T2-1923252	0.6025	0.6025	0.6025	0.6413	0.6413	6
T1-1203959 - T2-1928033	0.5353	0.6619	0.6298	0.5353	0.6619	4
T1-1504519 - T1-1203959	0.5537	0.4425	0.535	0.6698	0.6698	3
T1-1504519 - T1-1811345	0.5956	0.5696	0.5696	0.583	0.5956	4
T1-1504519 - T1-1812492	0.4009	0.3949	0.4781	0.4781	0.4781	9
T1-1504519 - T1-1923252	0.4823	0.459	0.5662	0.7986	0.7986	1
T1-1504519 - T1-1928033	0.5963	0.6501	0.5317	0.4818	0.6501	2
T1-1504519 - T2-1203959	0.4546	0.4478	0.4193	0.4608	0.4608	10
T1-1504519 - T2-1504519	0.5839	0.4403	0.3975	0.4821	0.5839	5
T1-1504519 - T2-1811345	0.548	0.4522	0.4522	0.4522	0.548	8
T1-1504519 - T2-1812492	0.3787	0.4429	0.4166	0.4166	0.4429	11
T1-1504519 - T2-1923252	0.558	0.558	0.558	0.4804	0.558	7
T1-1504519 - T2-1928033	0.5723	0.5527	0.4704	0.5723	0.5723	6
T1-1811345 - T1-1203959	0.5055	0.469	0.469	0.5075	0.5075	7
T1-1811345 - T1-1504519	0.5956	0.5696	0.5696	0.583	0.5956	4
T1-1811345 - T1-1812492	0.4112	0.4331	0.4402	0.4402	0.4402	9
T1-1811345 - T1-1923252	0.4703	0.4323	0.5575	0.5575	0.5575	6
T1-1811345 - T1-1928033	0.4702	0.4686	0.3879	0.4183	0.4702	8
T1-1811345 - T2-1203959	0.2703	0.4064	0.3689	0.3147	0.4064	11
T1-1811345 - T2-1504519	0.6176	0.5123	0.604	0.6073	0.6176	3
T1-1811345 - T2-1811345	0.6648	0.5918	0.5918	0.5918	0.6648	1
T1-1811345 - T2-1812492	0.4066	0.3789	0.3677	0.3677	0.4066	10
T1-1811345 - T2-1923252	0.5452	0.5452	0.5452	0.5826	0.5826	5
T1-1811345 - T2-1928033	0.5742	0.629	0.4558	0.5742	0.629	2
T1-1812492 - T1-1203959	0.5597	0.5128	0.4536	0.4536	0.5597	9
T1-1812492 - T1-1504519	0.4009	0.3949	0.4781	0.4781	0.4781	10

T1-1812492 - T1-1811345	0.4112	0.4331	0.4402	0.4402	0.4402	11
T1-1812492 - T1-1923252	0.7524	0.7312	0.6976	0.6629	0.7524	5
T1-1812492 - T1-1928033	0.6229	0.5775	0.6643	0.6077	0.6643	7
T1-1812492 - T2-1203959	0.619	0.6491	0.6604	0.6625	0.6625	8
T1-1812492 - T2-1504519	0.7464	0.7005	0.7071	0.7071	0.7464	6
T1-1812492 - T2-1811345	0.7867	0.7998	0.7998	0.7998	0.7998	3
T1-1812492 - T2-1812492	0.7745	0.8169	0.746	0.6829	0.8169	2
T1-1812492 - T2-1923252	0.8672	0.7672	0.6672	0.5511	0.8672	1
T1-1812492 - T2-1928033	0.6711	0.5681	0.7585	0.6711	0.7585	4
T1-1923252 - T1-1203959	0.6025	0.6025	0.6025	0.6413	0.6413	9
T1-1923252 - T1-1504519	0.4823	0.459	0.5662	0.7986	0.7986	5
T1-1923252 - T1-1811345	0.4703	0.4323	0.5575	0.5575	0.5575	11
T1-1923252 - T1-1812492	0.3623	0.529	0.6887	0.6286	0.6286	10
T1-1923252 - T1-1928033	0.7775	0.866	0.8923	0.8012	0.8923	1
T1-1923252 - T2-1203959	0.8024	0.8214	0.7864	0.7205	0.8214	2
T1-1923252 - T2-1504519	0.7874	0.7533	0.6757	0.79	0.79	6
T1-1923252 - T2-1811345	0.6952	0.7733	0.7733	0.7733	0.7733	7
T1-1923252 - T2-1812492	0.6708	0.6608	0.6359	0.6359	0.6708	8
T1-1923252 - T2-1923252	0.7414	0.7414	0.7414	0.8099	0.8099	3
T1-1923252 - T2-1928033	0.7013	0.6577	0.8046	0.7013	0.8046	4
T1-1928033 - T1-1203959	0.7274	0.8122	0.7837	0.6985	0.8122	3
T1-1928033 - T1-1504519	0.5963	0.6501	0.5317	0.4818	0.6501	10
T1-1928033 - T1-1811345	0.4702	0.4686	0.3879	0.4183	0.4702	11
T1-1928033 - T1-1812492	0.6711	0.5681	0.7585	0.6711	0.7585	6
T1-1928033 - T1-1923252	0.6229	0.5775	0.6643	0.6077	0.6643	9
T1-1928033 - T2-1203959	0.8376	0.8232	0.8375	0.8622	0.8622	1
T1-1928033 - T2-1504519	0.8399	0.8537	0.8315	0.8245	0.8537	2
T1-1928033 - T2-1811345	0.7095	0.7034	0.7034	0.7034	0.7095	7
T1-1928033 - T2-1812492	0.7533	0.7875	0.7713	0.7713	0.7875	5
T1-1928033 - T2-1923252	0.7054	0.7054	0.7054	0.7068	0.7068	8
T1-1928033 - T2-1928033	0.811	0.7826	0.774	0.811	0.811	4

从表 2 可以看出从 1203959、1811345 发出的两发子弹能够完全匹配，1504519、1928033 结果相对比较差，原因在于 T21504519 的 c1. dat 中的主痕相当不规则，T21928033 的 c4. dat 中数据的左半部十分模糊。1812492 和 1923252 虽然不十分匹配，但是相关系数值排名靠前分别为第 2 第 3。总体而言，相匹配的子弹相似度排名都在前 5。在此基础上结合科学可视化技术对三维数据进行阴影光照等处理，从宏观特征上对相似度排名靠前的几组数据进行人工比对，匹配准确度会大大增加。

七 问题四

问题三给出了枪支认定的互相关系数值以及最终的判断标准, 将该标准应用到问题四中 11 支枪 22 发子弹的认定中, 得到其各个特征值, 以及最后综合的相似度列表:

表 3

	t01	t02	t03	t04	t05	t06	t07	t08	t09	t10	t11
t01		0.4458	0.375	0.5633	0.5127	0.3894	0.4687	0.4932	0.3075	0.6027	0.4655
t02			0.5133	0.6025	0.4103	0.6254	0.5984	0.3784	0.3787	0.2984	0.3087
t03				0.3351	0.4532	0.497	0.5246	0.6452	0.3078	0.4216	0.5934
t04					0.6384	0.5732	0.6418	0.3465	0.2879	0.5462	0.3785
t05						0.3724	0.5643	0.3564	0.6147	0.5307	0.3892
t06							0.5964	0.5786	0.4659	0.5423	0.376
t07								0.372	0.2974	0.5468	0.4925
t08									0.3702	0.4706	0.5974
t09										0.4215	0.647
t10											0.4179

	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22
t01	0.3566	0.5197	0.5932	0.326	0.4239	0.5963	0.6345	0.3847	0.5824	0.2587	0.501
t02	0.5864	0.4087	0.4169	0.4527	0.3809	0.4163	0.2967	0.5621	0.5133	0.4413	0.3952
t03	0.3798	0.4621	0.5467	0.6245	0.5482	0.4038	0.3579	0.5083	0.523	0.3079	0.6147
t04	0.4631	0.5741	0.3097	0.2959	0.3529	0.5103	0.4609	0.5214	0.4493	0.5107	0.4738
t05	0.2933	0.6348	0.2583	0.3347	0.4579	0.3947	0.4762	0.3471	0.3379	0.5932	0.4908
t06	0.6157	0.3729	0.4293	0.5034	0.3721	0.4529	0.5179	0.6015	0.3924	0.4617	0.4319
t07	0.4873	0.6013	0.4321	0.5017	0.3579	0.3687	0.409	0.5732	0.445	0.5213	0.4302
t08	0.4213	0.4903	0.3379	0.6247	0.6513	0.3748	0.4319	0.5471	0.5301	0.4379	0.5547
t09	0.3691	0.6345	0.3872	0.5874	0.5432	0.4192	0.2957	0.5137	0.3649	0.5839	0.4295
t10	0.2957	0.3649	0.5783	0.5024	0.5432	0.6254	0.6013	0.4215	0.5932	0.4013	0.3521

t11	0.3197	0.5026	0.3578	0.613	0.3576	0.4521	0.5094	0.2679	0.4357	0.5983	0.4067
t12		0.5028	0.2783	0.3452	0.3587	0.4216	0.5037	0.6473	0.2796	0.3967	0.4219
t13			0.4036	0.3219	0.3598	0.4967	0.5437	0.2973	0.5019	0.5624	0.4019
t14				0.3792	0.3249	0.6013	0.5897	0.3471	0.6219	0.4297	0.2987
t15					0.3113	0.3478	0.5147	0.3697	0.4477	0.5972	0.4213
t16						0.4203	0.561	0.2987	0.5543	0.2978	0.6331
t17							0.5532	0.3584	0.6031	0.3469	0.4697
t18								0.4632	0.5782	0.3721	0.2967
t19									0.5438	0.3574	0.4509
t20										0.5017	0.3219
t21											0.3305

根据问题 3 的计算原则，对于问题 4 中的数据做同样的处理，得到各个子弹的相关度数值，通过相关度的比较就可以判断子弹的近似度，在这个数据的基础上得到如下的匹配序列：

表 4

	1	2	3	4	5
t01	18	14	20	10	17
t02	6	19	4	7	12
t03	16	22	8	11	15
t04	5	2	7	19	9
t05	13	4	6	9	20
t06	12	19	2	4	7
t07	4	2	5	13	19
t08	3	6	11	15	18
t09	15	5	11	2	6
t10	14	17	20	1	18
t11	15	9	21	3	8
t12	6	4	7	2	5

t13	5	4	7	9	11
t14	20	17	1	10	16
t15	9	21	3	18	16
t16	3	1	18	20	10
t17	10	14	1	20	11
t18	1	14	20	10	17
t19	2	12	4	7	6
t20	17	10	14	18	1
t21	9	11	15	5	13
t22	16	3	8	1	18

八 模型的优缺点分析

本次模型中需要对采集到得数据进行图像校正，因为需要手工调节的原因，得到的数据并不能如实的反映弹头表面的特征，另外噪声分布和刻痕都具有随机性，并不能用一种滤波方法完全去除，也会给模型建立带来不确切性。这些对于下面的相关计算会有相当的影响，这就是出现不能完全自动匹配的原因所在。

考虑到误差范围的有限，在模型的建立过程中，对于测得的数据，用各种方法进行了处理使得其特征更加突出，并对循环相关函数进行修正，对于误差有了一定程度的改善。本次模型首先对所得数据进行校正，并综合运用了诸如柱面映射、奇点去噪等去除误差和噪声的影响，使得测量数据更能反映弹头表面的特征，这样处理过后的测量数据使最后的互相关系数准则的判断具有更强的可靠性，也为实际的推广使用带来可能。

在问题的最后，采用多种特征值相结合的方法来代替单一的判断标准，这是模型中的一个改进，也是对自动判断结果的修正。因为数据误差和随机性巨大，我们需保持对机器自动匹配结果的谨慎态度，信任机器但不完全依赖机器。在这里需要注意的是，由于处理的样本数据有限，最后的权重系数判断会有一些的误差，不过这在本次问题的解决中是可以忽略的。最终说来，本次模型基本上解决了枪支的匹配认定问题。

九 关于本问题的几点讨论

在本次模型的建立过程中，我们曾考虑将4个次棱按照逆时针排序，拟合出其弹头的圆柱，但是由于样本数据的偏小，这个拟合实现的结果并不是很好，最终我们只能确定出弹头的中线位置。

对于弹头痕迹的判别，忽略表面的擦痕，重点放在其中的一条刻痕上，这个对于特征的提取是不完善的，另外在柱面映射的过程中，会造成部分数据的压缩，这里涉及到精度的问题。题目中所给精度比较高，映射所带来的误差对于弹痕特征的提取也是一个必须考虑的因素。

十 模型的推广

通过采集不同枪支的数据特性建立的数据库可以作为以后枪支同一认定工作的基础，利用本次实验的模型得到更加直观的弹痕数字特征，能够实现快速的比较。为了推广这一模型，可以尝试将所提取的特征一方面在图像中加强，得到更直观的视觉判断；另外一方面就是将弹痕特征完全的数字匹配，实现真正的自动化。由于弹头数据的复杂性，我们推荐的模式仍然是在自动化比对基础的上，人工借助于可视化技术进行最后的验证和修正。

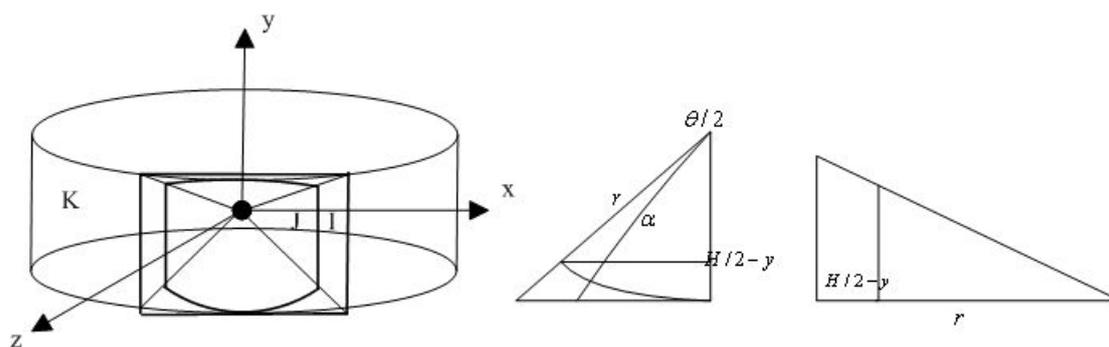
当然，在本次的模型中，我们还可以将子弹的半径引入，考虑不同的枪种认定，这个就需要利用得到的三维数据对圆柱拟合得到子弹的半径，使之成为最明显的数值特征。本次模型从建立到解决问题的一系列过程给出了模式匹配技术的基本设计思路，可以应用到需要的各个领域中。

参考文献

- [1]郭军, 曾文涵, 谢铁邦, 弹头发射痕迹计算机图像比对系统研究[J], 兵工学报第 24 卷第四期, 2003 年 11 月
- [2]孙森, 弹头痕迹三维测量仪简析[J], 技术研究 2008 年 5 月
- [3]孙立峰, 钟力, 李云浩, 胡晓峰, 虚拟实景空间的实时漫游[J], 中国图像图形学报第四卷(A版)第6期, 1999 年 6 月
- [4] A. Banno et al. Three dimensional visualization and comparison of impressions on fired bullets[J], Forensic Science International 140 (2004) 233–240
- [5] N. Senin et al. Three-Dimensional Surface Topography Acquisition and Analysis for Firearm Identification[J], J Forensic Sci, March 2006, Vol. 51, No. 2
- [6] Fernando Puente Leo'n. Automated comparison of firearm bullets[J], Forensic Science International 156 (2006) 40–50
- [7]冈萨雷斯 数字图像处理, 电子工业出版社, 2008 年

附录

为了实现柱面投影变换, 首先建立坐标系, 如下图所示, 原始图像 I , 投影柱面图像 J 和柱面 K , 原点为观察点 O (投影中心)。设柱面半径为 r , 投影宽度角为 θ , 图像宽度为 W , 高度为 H 。由此得到煮柱面图像的宽度为 $r \times \sin(\frac{\theta}{2})$, 高度仍为 H , 图像 I 上的任意一点 P , 假设它在图像上的坐标为 (x, y) , P 在柱面图像 J 上的对应点 Q , 假设 Q 在 J 上的坐标是 (x', y') , 得到柱面投影变换的变换公式[虚拟实景空间的实时漫游]:



柱面投影示意图

$$\begin{cases} x' = r \sin \frac{\theta}{2} + r \sin(\alpha \tan(\frac{x - \frac{W}{2}}{r})) \\ y' = \frac{H}{2} + \frac{r(y - \frac{H}{2})}{k} \end{cases}$$

其中: α 是 P 点到 y 轴的垂线与 z 轴的夹角, 由下式决定:

$$\begin{cases} r = \frac{W}{2 \tan \frac{\theta}{2}} \\ k = \sqrt{r^2 + \left(\frac{W}{2} - x\right)^2} \end{cases}$$

$$\tan \alpha = \frac{\left(x - \frac{w}{2}\right)}{r}, \quad x \leq \frac{w}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\left(x - \frac{w}{2}\right)}{r}, \quad x > \frac{w}{2}$$

在这里 θ 角由每张图像所占的角度唯一确定，在我们的实验中， θ 比较小，大约为 $1.54825 * 360 / (\pi * 7.9) = 22.46^\circ$ 。