2013年全国研究生数学建模竞C题(华为公司合作命题)

## 微蜂窝环境中无线接收信号的特性分析

近年来,随着移动通信的发展,对系统容量的要求越来越高,频谱资源越来越紧缺。微 蜂窝、微微蜂窝系统由于采用频谱复用技术缓解这个矛盾而得到广泛应用,这些系统的小区 半径小于一千米,造成微蜂窝之间原来的统计相似关系丢失,这给运营商在网络初期规划带 来了困难。因为实际情况经常不满足电磁场模型的条件,并且一般无法求解。若没有良好的 传播预测模型,划分小区、选择基站位置和高度的唯一方法就是通过实际测量、反复测试。 显然这需要投入大量的人力、时间,费用也会很高。而传播模型则根据对无线传输信道的模 拟和仿真,预测接收信号,可以为指导网络规划提供较为准确的理论依据,链路预算小区半 径,计算电波传播及干扰,当然希望越精确越好。

目前,比较有代表性的就是射线跟踪模型。射线跟踪是一种被广泛用于移动通信和个人 通信环境(街道微蜂窝和室内微微蜂窝)中的预测无线电波传播特性的技术,由于移动通信中 使用的超高频微波和光同属电磁波,有一定近似性(当然还有差别),按光学方法辨认出多 路径信道中收、发射机间所有主要的传播路径。一旦这些传播路径被辨认后,就可根据电波 传播理论来计算每条传播路径信号的幅度、相位、延迟和极化,然后结合天线方向图和系统 带宽就可得到到达接收点的所有传播路径的相干合成结果。

城市环境下的微蜂窝主要指高楼密集区,覆盖范围大大缩小(半径仅为几百米甚至几十 米),基站天线(发射机)低于周围建筑物的高度,电波是在建筑物的"峡谷"当中传播。因此, 电波经过屋顶绕射后再到达地面接收点的射线路径数量非常少,而且其场强与经过建筑物多 次反射和绕射的路径相比,往往可以忽略,地面的反射也不考虑。这些特点构成了微小区中 电波传播的主要特点。因此,可以假设微蜂窝环境下建筑物的高度高于基站天线的高度,从 而将三维问题近似地简化成二维问题,只考虑两种传播机制:反射和绕射。这种简化大大地 提高了射线跟踪模型的预测效率,同时能够得到可以接受的预测精度。

对于城市微蜂窝的二维模型,建筑群可被划分为一定的"块",建筑物(即图1中带有灰 色阴影的多边形)则被定义为"多边形",多边形的"边"代表建筑物的表面,多边形的"顶点" 则代表了建筑物的拐角。这种简化了的市区平面图大致反映出城市的主体结构,利用它进行 射线跟踪,可以得到较为准确的路径损耗。图1所示二维视图的所有数据详见文件"城市微 小区地图对应的数据.txt"。该数据的说明如图 2 所示,每个红框内的数据对应一个建筑物。 例如,第一行的 00001 表示建筑物的序列号,buildings 表示存储的是建筑的信息,00005 表示该建筑物共有 5 个顶点(其中第一个点和最后一个点为同一个点,构成一个闭合的多边 形,这样才能完整地表述一个建筑物)。以下各行分别是每个顶点的二维坐标值(单位是米), 直到第六行结束。每行数据的第一列和第二列分别对应着 x 坐标值和 y 坐标值(计算时无须 取这么多有效数字)。



图 1 渥太华市区部分区域二维视图

图 2 数据文件截图

在多边形的顶点上仅能产生绕射,而在多边形的边上仅能产生反射,这些多次的反射、 绕射及其组合便是收、发射机间的传播路径。二维射线跟踪模型可以通过以下两种规律分别 确定反射传播路径和绕射传播路径:

- (1) 反射传播路径,如图 3(a)所示,产生反射时入射角 θ<sub>i</sub>等于反射角 θ<sub>r</sub>;
- (2) 绕射传播路径,如图 3(b)所示,不论入射线以任意角度入射到建筑物顶点上,绕射射线 都会以任意出射角向没有建筑物覆盖的区域传播。



为了简化所要解决问题(与反射和绕射相关),降低计算难度,假设图1中所有建筑物为理想电介质,下面给出与反射和绕射相关的详细说明:

(1) 电磁波在不同介质交接处,会发生反射。如果电磁波传播到理想电介质表面,则 80%的 能量按照如图 3(a)所示的反射传播规律被反射出来,其余能量进入新介质继续传播(在理想 导体表面将发生能量全反射,反射波 E,和入射波 E,的强度相等)。

(2) 绕射是指在电磁波传播路径上,当电波被尺寸较大(与波长相比)的障碍物遮挡时,电磁 波改变传播方向的现象。为了解决类似于如图 3(b)中建筑物顶点(可称为劈)上的绕射问题, 需要计算绕射系数 D,该系数体现出了绕射后绕射波强度  $E_d$ 的衰减程度,即 $|E_d| = |E_i| \times |D|$ 。 图 4 为发生在劈的绕射示意图,下面是绕射系数的计算方法。



图4劈的绕射示意图

计算方法:

$$D = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \cdot \left\{ \cot\left(\frac{\pi+\beta^-}{2n}\right) F(kLa^+(\beta^-)) + \cot\left(\frac{\pi-\beta^-}{2n}\right) F(kLa^-(\beta^-)) - \left[ \cot\left(\frac{\pi+\beta^+}{2n}\right) F(kLa^+(\beta^+)) + \cot\left(\frac{\pi-\beta^+}{2n}\right) F(kLa^-(\beta^+)) \right] \right\}$$
(1)

式中, k 为波常数, 其计算公式为 $k = 2\pi / \lambda$  (式中 $\lambda$  为波长), L 是绕射点到场点之间的距离,  $n = 2 - \alpha_3 / \pi$  ( $\alpha_3$  的定义如图 4 所示, 单位弧度), F(x) 是用来修正 Keller 非一致性解的过渡 函数, 它是菲涅尔积分的一种变形, 它的定义是

$$F(x) = 2j\sqrt{x}\exp(jx)\int_{\sqrt{x}}^{+\infty}\exp(-j\tau^2)d\tau$$
(2)

过渡函数定义域在(0,+∞)上,

(1) 当 0≤x<0.001 时,, 过渡函数可近似写成

$$F(x) = \left(\sqrt{\pi x} - 2xe^{j\pi/4} - \frac{2}{3}x^2e^{-j\pi/4}\right)e^{j(\pi/4+x)}$$
(3)

(2) 当 x>10 时,,过渡函数可近似写成

$$F(x) \approx 1 + j\frac{1}{2x} - \frac{3}{4x^2} - j\frac{15}{8x^3} + \frac{75}{16x^4}$$
(4)

(3) 当 0.001≤x≤10 时,,需要直接计算(2)式中的积分。由于积分的上限是+∞,难以用数值方 法实现。可以用公式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-au^2 + 2bu) du = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{a}\right)$$
(5)

可以得出:

$$F(x) = 2j\sqrt{x}\exp(jx)\left(\int_{0}^{+\infty} e^{-j\tau^{2}}d\tau - \int_{0}^{\sqrt{x}} e^{-j\tau^{2}}d\tau\right)$$
$$= 2j\sqrt{x}\exp(jx)\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-j\pi/4} - \int_{0}^{\sqrt{x}} e^{-j\tau^{2}}d\tau\right)$$
(6)

$$\alpha^{\pm}(\beta) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi N^{\pm} - \beta}{2}\right) \tag{7}$$

其中, $\beta = \beta^{\pm} = \alpha_2 \pm \alpha_1(\alpha_1 \pi \alpha_2 \beta \pi)$ 为入射角和绕射角,其定义如图 4 所示,这两个角的值以 劈上任一边为参考)。

N<sup>±</sup>是最接近满足下列方程的整数

$$2n\pi N^{+} - \beta = \pi \tag{8}$$

$$2n\pi N^{-} - \beta = -\pi \tag{9}$$

仅考虑下列收、发射机间传播路径:

- ▶ 只存在反射,且反射次数不超过7次;
- ▶ 只存在绕射,且绕射次数不超过2次;
- ▶ 一次绕射与一次、两次、三次或四次反射的任意组合;
- 两次绕射和一次反射的任意组合。 我们的目的是计算每条到达接收天线处的场强值,并进一步计算接收点处的总场强: 若天线到达接收场点处是视距传播,则天线在场点处的辐射场,作为直射路径到达场点的场强为

$$\vec{E}_{LOS} = \vec{E}_0 \frac{e^{jkr_0}}{r_0}$$
(10)

式中, k 为波数,  $\vec{E}_0$  为发射电场强度,  $r_0$ 为直射波的传播路径长。

若是非视距传播的路径,则从发射天线出发,先利用公式(10)计算出天线在第一结点处的辐射场,然后沿着射线路径推进计算,直至到达接收点,求得此条射线路径在接收点处 对总场强的贡献。

请研究下列问题:

一、基本问题

- (1) 电波从发射天线出发,向空间各个方向均匀发射。为了能够进行数值计算,我们需要将总的发射能量均匀地分配到若干条射线上,这个过程称之为发射角量化过程。显然,规定的射线条数越多,量化就越精细,计算量也就越大。因此请根据实际情况,首先选择定量化的精细程度,然后跟踪确定发射机 Tx (坐标为(500,200))和接收机 Rx (坐标为(250,350))间的主要传播路径,并可视化展示在图 1 中。
- (2)如图1所示,在路径AB(两点坐标分别为(300,350)和(500,350))上以50m为间隔取5 个位置准备放置发射机;在路径CD(两点分别为(450,300)和(450,200))上以25m为间 隔取5个位置准备放置接收机;这样有25种发射机-接收机组合。请问哪一个组合收发 机间的传播路径最多,哪一个组合最少?
- (3) 将(2)中所有发射机-接收机组合的传播路径进行比对,请寻找尽可能多的规律。
- 二、宽带问题
- (4) 两个或两个以上的波相遇时,在一定情况下会相互影响,这种现象叫干涉现象。声波、

光波和其他电磁波等都有此现象。考虑如下的多波干涉问题:对于(2)中提到的 CD 路径 上的所有接收点,从发射机出发的电波都有多个传播途径(可能是多次反射传播、多次绕 射传播或是反射与绕射的任意组合传播)到达这些点,这些频率相同、振动方向相同、初 相位相同的简谐波(即正弦波)在各个接收点相遇叠加,出现某些接收点振动始终加强、 而在另一些接收点振动始终减弱的现象,这种现象称为多波干涉现象。

上述接收点处,多波干涉形成的接收信号可以描述为

$$f(\omega,t) = \sum_{i=1}^{Q} A_i e^{j(\omega t + kr_i)}$$

上式中,Q 为到达某接收点的传播途径总数; $A_i \approx r_i$ 分别为到达接收点的第 i 条传播路径的信号电场强度和长度; $kr_i$ 为长度为 $r_i$ 的传播路径上的相位积累; $\omega = 2\pi f = 2\pi c / \lambda$  (c 为光速,值为3×10<sup>8</sup> m/s)。

请针对上述 25 种情况,对这种多波干涉的振幅 | f(w,t) | 进行统计学分析,包括:一、 二阶矩特性,不同路径到达信号的相关性及概率密度分布函数;

(5) 继续考虑图 1,从发射机同时发射一组功率相同的电波,频率从 2000Mhz 到 2100Mhz, 间隔近似 1Mhz,这样我们总共要同时发射 101 个单频信号。每个单频信号都会形成(4) 中提到多波干涉问题,多个单频信号会形成宽带多波干涉现象,请对这种宽带多波干涉现象进行数学建模,并分析合成波的包络统计特性,如同一频率、不同路径信号之间, 同一路径、不同频率信号之间的相关性等。

参考文献

[1] R G. Kouyoumjian, P H Pathak, "A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface", IEEE Proceedings, vol. 62, No. 11, pp. 1448-1461, Jun. 1974

[2] M. F. Catedra, J. Perez, F. Saez De Adana, and O. Gutierrez, "Efficient Ray-tracing Techniques for Three-dimensional Analyses of Propagation in Mobile Communications: Application to Picocell and Microcell Scenarios," IEEE Antennas Propag. Mag., vol. 40, no. 2, pp. 15-28, Apr. 1998.

[3] Georgia E. Athanasiadou, Andrew R. Nix, and Joseph. McGeehan. "A Microcellular Ray-Tracing Propagation Model and Evaluation of its Narrow-Band and Wide-Band Predictions," IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol.18, no. 3, pp. 322-334, Mar. 2000

[4] C. E Yang, B. C. Wu, "A Ray-Tracing Method for Modeling Indoor Wave Propagation and Penetration," IEEE Trans. On A. and P., Vol. 46, No. 6, PP. 907-919, June 1998.

[5] 顾晓龙. "利用可见性概念改进基于镜像原理的射线追踪法", 电波科学学报, Vol. 16, No, 4, pp. 16-19, 2001

[6] George Liang, Henry L. Bertoni, "A New Approach to 3D Ray Tracing for Site Specific Propagation Modeling," IEEE VT. C., PP. 1113-1117, 1997.

[7] D. N. Schettino, F. J. S. Moreira and C. G. Rego, "Efficient Ray Tracing for Radio Channel Characterization of Urban Scenarios," IEEE Trans. Magn., vol. 43, no. 4, pp. 1305-1308, Apr. 2007.

[8] 廖斌, 赵昵丽, 朱守正,"基于虚拟源树的射线跟踪算法的研究," 华东师范大学学报, 2008:103-108

[9] Chiya Saeidi, Farrokh Hodjatkashani, and Azim Fard, "New Tube-Based Shooting and Bouncing Ray Tracing Method," 2009 International Conference on Advanced Technologies for Communications, pp.269-273

[10]袁正午,移动通信系统终端射线跟踪定位理论与方法,2007,北京:电子工业出版社