



参赛密码 \_\_\_\_\_

(由组委会填写)



## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题目 小鼠特征脑电波信号分离与相关性分析

### 摘 要:

脑电波是人们思维活动的集中体现,是进行脑科学研究的一项极为重要的指标。大量的科学研究都表明脑电波信号与动物的认知等功能活动有关,因此,如果能确定某种行为所对应的脑电波,将对人类的脑科学研究产生重要影响。

问题一中,呼吸过程是由脑干延髓在反馈信号下发出表示“呼”和“吸”的电波,从而产生动作电位。本文通过分析生物的呼吸机理,将控制系统的输入看作脉冲方波信号,结合控制系统理论,建立了小鼠呼吸的闭环控制系统模型,并给出了小鼠在睡眠状态下控制呼吸的脑电波的计算机仿真。

针对问题二,本文建立了关联性模型来研究呼吸曲线与脑电波间的相关性。结合相关性分析理论,分析了在睡眠状态下小鼠呼吸曲线和脑电波各自的自相关函数以及两者的互相关曲线与相关系数。然后利用功率谱估计方法,重点研究了脑电波的频域特性。通过该关联性模型发现小鼠脑电波构成复杂,与呼吸曲线之间相关系数只有 0.2%,但呼吸频率的脑电波能量占脑电波  $\delta$  波段能量的 21.8%,反映出一定的关联性。

针对问题三,通过分析清醒状态下局部电位信号的自相关曲线,发现其周期性变化规律较好,但与小鼠呼吸对应的脑电波周期性之间并非线性相关。通过功率谱计算得到呼吸脑电波能量为脑电波  $\delta$  波段能量的 13.1%,在脑电波  $\delta$ 、 $\theta$ 、 $\alpha$  和  $\beta$  四个波段上是低频小扰动。

对于问题四与问题五中的脑电波信号分离问题,本文首先设计了 IIR 巴特沃斯数字滤波器分离算法,实现了在脑电波中直接分离出特定频率范围上的信号,

该分离算法在复杂刺激信号下效果理想。同时，考虑到待分离信号在频域内的复杂性，设计了基于功率谱能量分布的脑电波分离法，使变换后的信号与刺激信号具有良好的频域相关性。分离出的视觉刺激脑电波与重构的视觉刺激曲线吻合较好，睡眠和清醒状态下分离出的呼吸脑电波与理想呼吸脑电波之间的相关性可分别达到 0.323 与 0.33。最后，通过对视觉刺激脑电波进行时域分析，发现不同形状图形重复刺激将导致脑电波响应叠加放大。

**关键词：**呼吸机理 相关性分析 频谱分析 功率谱估计 IIR 数字滤波器

# 目 录

一. 问题重述.....	5
二. 基本假设与符号说明.....	6
2.1 基本假设.....	6
2.2 符号说明.....	6
三. 问题的分析.....	6
四. 基于呼吸机理的呼吸脑电波建模.....	7
4.1 呼吸机理的分析.....	7
4.2 模型的建立.....	8
五. 小鼠脑电波与呼吸的关联性模型.....	11
5.1 模型的建立.....	11
5.1.1 脑电信号的预处理.....	11
5.1.2 相关性基本理论.....	12
5.1.3 傅里叶变换.....	13
5.1.4 功率谱密度分析.....	14
5.2 模型的求解.....	15
5.2.1 睡眠状态下的小鼠脑电波与呼吸的关联性模型求解.....	15
5.2.2 清醒状态下的小鼠脑电波与呼吸的关联性模型求解.....	19
六. 小鼠脑电波信号中弱信号的分离与提取模型.....	23
6.1 模型的建立.....	23
6.1.1 信号的 IIR 数字滤波器分离.....	23
6.1.2 基于功率谱密度能量比分离法.....	24
6.2 模型的求解.....	25
6.2.1 小鼠无视觉刺激的睡眠状态下呼吸脑电波分离.....	25
6.2.2 小鼠在视觉刺激下的刺激对应的脑电波分离.....	27
6.2.3 脑电波成分的图形因素分析.....	31
七. 模型的评价与推广.....	31
7.1 模型的优点.....	31
7.2 模型的缺点.....	32
7.3 模型的推广.....	32
参考文献.....	33

## 一. 问题重述

脑电波(Electroencephalogram, EEG)或脑电图是一种比较敏感的客观指标,不仅用于脑科学的基础理论研究,而且更重要的在于临床应用。另外,脑电波也是人们思维活动的体现。

脑电波来自于大脑内部,一般认为大脑在活动时,脑皮质细胞群之间就会形成电位差,从而在大脑皮质的细胞外产生电流。它是脑神经细胞的电生理活动在大脑皮层或头皮表面的总体反映。而局部场电位(Local Field Potential, LFP)则反映来自神经元网络局部神经核团的活动状态,它也是一种神经集合的协同行为。所以 LFP 信号是脑内某局部大量神经元树突电位和的综合反映。LFP 可能与大脑对行为的控制有关,如呼吸及视觉刺激等。对应于不同行为或思维的脑电波,我们称之为脑电波成份。事实上,当一个人面对一个物品或需要拿起一个物品时,我们希望知道对应脑电波的反映,即该脑电波成份。该工作具有深远意义,如果能分离出与行为相关联的脑电波,将有助于对大脑疾病的诊断及脑中风病人的生活自理。由于人的大脑非常复杂,研究人的思维也相对困难。为了容易建立脑电波与行为之间的关系模型,这里我们选取的研究对象为小白鼠。本文主要研究下面几个问题:

- (1) 由于对呼吸的观测是间接的,能否通过分析呼吸的机理,建立数学模型反映小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波。(猜测:呼吸过程是由脑干部分发出“呼”和“吸”的命令,由神经元集群同步产生动作电位,该电位完成呼吸过程。)
- (2) 一般认为:在睡眠状态下,小鼠脑电波的周期节律有可能与呼吸相关联<sup>[1]</sup>。该结论是否正确?通过对所给的视觉感受区的局部电位数据建立模型论证你的结论。
- (3) 研究在清醒状态下,小鼠视觉感受区的局部电位信号是否有周期性的变化?该周期性的变化是否与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化有关?是线性相关吗?如果不是线性相关,是否具有其他形式的相关性?
- (4) 建立脑电波信号的分离模型,能否从前两种状态(睡眠状态、无视觉刺激的清醒状态)的局部脑电位信号 LC01\_20131204\_Data10\_V1\_50s\_70s\_1kHz.mat、V01\_20131126\_Data03\_80s\_110s\_LFP\_NoStim\_1khz.mat 中分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号?
- (5) 通过 Checkboard 随时间变化的曲线,分析小鼠视觉刺激的时间曲线及其功率谱,并与呼吸曲线的功率谱对比。利用问题(4)所建立的信号分离模型,从数据 V01\_20131126\_Data03\_300s\_330s\_LFP\_VisStim\_1khz.mat 中分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份和可能与呼吸相关的脑电波信号成份?请验证所分离出来的刺激脑电波成份与视觉刺激之间的相关性,并说明该脑电波成份中是否包含图形形状因素。

## 二. 基本假设与符号说明

### 2.1 基本假设

- (1) 题目中所列数据均真实可靠;
- (2) 题目中的小鼠睡眠状态为非快动眼期的深睡时期;
- (3) 不考虑外界刺激的情况下, 小鼠在睡眠状态和清醒状态时的呼吸所对应的脑电波相同。

### 2.2 符号说明

$H(s)$	控制系统传递系数
$\xi$	振荡环节的阻尼比
$\omega_n$	振荡环节的无阻尼固有频率
$T$	惯性环节的时间常数
$\tau$	延迟环节的延迟时间
$K$	放大环节的放大系数
$F(\omega)$	$f(x)$ 的傅里叶变换
$R_{xx}(\tau)$	自相关函数
$R_{xy}(\tau)$	互相关函数
$r(X, Y)$	相关系数
$n_i(n)$	噪声
$D(X)$	变量 $X$ 的方差
$Cov(X, Y)$	$X$ 和 $Y$ 的协方差
$Sp(\omega)$	修正功率
$S(t)$	呼吸或视觉刺激的信号
$U_s(t)$	刺激的理想脑电波信号
$U(t)$	电极局部电位信号

## 三. 问题的分析

本文主要研究的是小鼠的不同行为与脑电波的关系问题, 给定的条件是无视觉刺激下的睡眠状态、清醒状态以及有视觉刺激下的清醒状态。并要求建立脑电波的分离模型来分离不同的脑电波成分。本文将文中的五个问题划分为三个主要部分。

第一部分, 首先要分析呼吸机理。在呼吸的控制系统中主要包含三个部分, 即传感器、呼吸中枢和效应器官, 这三个部分组成一个闭环控制系统, 因此初步考虑利用自控原理来简化呼吸模型。然后我们需要做的就是找出该控制系统的输入、输出以及传递函数。

第二部分, 要验证睡眠状态下以及清醒状态下小鼠的呼吸脑电波与小鼠脑电波的相关性。为了统一求解, 可以建立一个小鼠脑电波与呼吸的关联性模型, 具体的考虑是相关性的概念、脑电波的频率上功率谱密度的对比。

第三部分, 脑电信号的分离模型的建立。可以设计 IIR 数字滤波器, 寻找到

一个系统函数，使其频率响应满足所要分离的脑电信号的频域指标；还可以利用功率谱密度的能量比例来建立分离法，根据脑电波的功率谱能量分布来分离复杂的脑电信号。

题目中的具体问题可根据构建的模型逐个求解。

## 四. 基于呼吸机理的呼吸脑电波建模

### 4.1 呼吸机理的分析

呼吸控制系统包括以下三方面：

- (1) 传感器 —— 机械受体与化学受体；
- (2) 呼吸中枢 —— 延髓，脑桥，大脑皮层等；
- (3) 效应器官 —— 呼吸肌：膈肌，肋间肌，咽喉肌，腹肌等。

传感器传送各种信息至呼吸中枢，呼吸中枢综合并调节各种信息后发出冲动，刺激效应器官完成呼吸运动，而效应器官的活性增强后，又可通过负反馈抑制呼吸中枢的冲动，使呼吸肌的反映是适当的，而不是过强或过弱，如图 4-1 所示。



图 4-1 呼吸控制系统

传感器主要包括机械受体（肺受体）和化学受体（感受体内动脉血氧分压（ $\text{PaO}_2$ ）、动脉血二氧化碳分压（ $\text{PaCO}_2$ ）、 $\text{pH}$  变化刺激的受体）。机械受体中的肺牵张受体位于气管与支气管的平滑肌内，其神经装置为迷走神经髓鞘纤维，当吸气肺扩张时，这种受体受到刺激，其冲动沿迷走神经纤维传入延髓与脑桥的呼吸中枢，抑制了吸气神经元的活性，使吸气终止，转为呼气，吸气时间变短。另外在呼气的早期，该受体还具有相当的活性，使呼气时间延长，直到肺容量降低到一定程度时，其活性才完全消失，转为吸气。化学受体主要考虑位于延髓腹外侧表面的中枢性化学受体，它们受到  $\text{PaCO}_2$ 、 $\text{pH}$  或  $\text{PaO}_2$  变化的刺激，将此刺激传入呼吸中枢，引起呼吸的变化，以保持体内  $\text{PaO}_2$ 、 $\text{PaCO}_2$  和  $\text{pH}$  的稳定，称为呼吸的化学调节。其中中枢性化学受体是感受高  $\text{CO}_2$  刺激的主要受体，但每个人的敏感性不同，在某些人， $\text{PaCO}_2$  增加  $2\text{mm}$ ，就能使通气量增加 1 倍。当  $\text{PaCO}_2 > 30\text{mmHg}$  ( $1\text{mmHg}=0.133\text{kPa}$ ) 时， $\text{PaCO}_2$  的增加才会引起较明显的通气反映，但当  $\text{PaCO}_2 > 100\text{mmHg}$  时，对呼吸就不再起刺激作用，而是抑制<sup>[2]</sup>。此处，假设在深度睡眠的情况下，感受体内的动脉血氧分压、二氧化碳分压保持不变，或者在自身的代偿限内，多余的  $\text{CO}_2$  所产生的  $[\text{H}^+]$  能很快达到平衡<sup>[3]</sup>，肺牵张受体向呼吸中枢传入信号。

呼吸中枢主要包括延髓、脑桥和大脑皮层等，其中在深度睡眠状态，忽略外界刺激的情况下，大脑皮层不参与呼吸肌的控制。呼吸运动能自主地有节奏地进行，其节奏点位于延髓呼吸中枢，它位于延髓与呼吸活动有关的神经元集中于两个区域，一个是背侧群，另一个是腹侧群。背侧群的神经细胞与吸气活动有关，并能接受、综合、调节化学受体，肺和气道机械受体的传入刺激，发出冲动，驱

动脊髓的吸气下运动神经元，刺激肋间肌与膈肌完成吸气动作；腹侧群含有吸气与呼气神经元，分别发出冲动至脊髓的吸气与呼气下运动神经元，刺激肋间肌与膈肌的呼吸运动，也能通过舌咽神经发出冲动，刺激上气道肌肉的扩张与收缩，配合完成呼吸动作。它们可自主地按一定的频率发出冲动，但无论是吸气神经元或呼气神经元，它们之间又互相联系，协调一致地活动。吸气与呼气神经元可互相抑制，即在吸气时呼气神经元受抑制，呼气时吸气神经元受抑制，但这种抑制作用随着吸气与呼气的进行逐渐减弱，因此在吸气末转为呼气，呼气末转为吸气，吸气与呼气的幅度，吸呼转换的时间决定于吸气与呼气神经元本身活动的强弱与周围各种受体传入刺激反馈作用的强弱。而脑桥呼吸调整中枢位于脑桥背外侧的内侧旁臂核（nucleus parabrachi lismedialis）和 Kolliker-Fuse 核，称为脑桥呼吸群（pontine respiratory group, PRG），它的功能是促进吸气的早期终止，故有利于吸气向呼气的转换。此处，我们主要考虑延髓呼吸中枢的两组神经元控制呼吸的节律，同时与脑桥呼吸中枢的调节作用相配合以保证呼吸的均匀状态，简化神经元电信号为脉冲波，如图 4-2 所示。

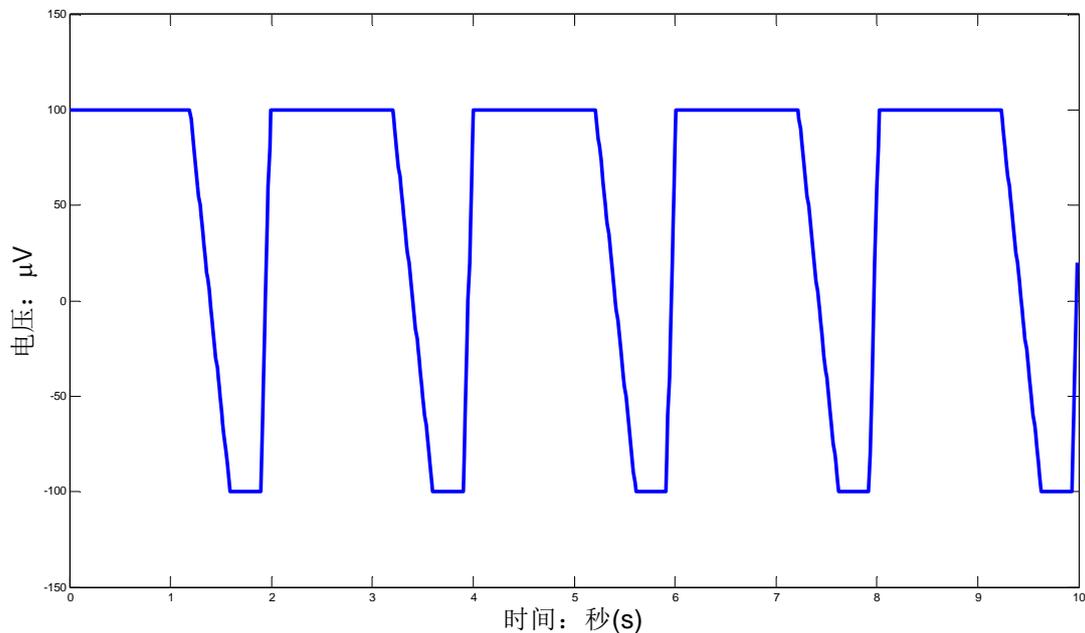


图 4-2 小鼠在睡眠状态下的呼吸脑电波模型

注：+100 $\mu$ V及下降曲线代表呼气神经元放电，-100 $\mu$ V及上升曲线代表吸气神经元放电

## 4.2 模型的建立

模型的基本假设：

(1) 睡眠状态时忽略大脑皮层对呼吸的随意调节系统，即只考虑下位脑干的不随意呼吸调节系统；

(2) 睡眠状态可分为非快动眼期（NREM）与快动眼期（REM），NREM 期又可分为 I，II，III，IV 四个时相，I、II 为浅睡眠期，III、IV 为深睡眠期；REM 期的主要特征是大脑皮层的活动存在（如做梦）<sup>[4]</sup>。本文研究中的睡眠状态选为 NREM 期的深睡眠期，并且忽略外界刺激。

现代科学研究证实大脑存在至少多个不同波段的脑电波。事实上，脑电波是一系列自发的有节律的神经电活动，其频率变动范围在每秒 1—30 次之间的，可划分为四个波段，即  $\delta$ （1—3Hz）、 $\theta$ （4—7Hz）、 $\alpha$ （8—13Hz）和

$\beta$  (14—30Hz)。在深度睡眠状态下，脑电波的频率波段为 $\delta$ 波<sup>[1]</sup>。而此时的脑电波控制着人体的多个器官的行为，控制呼吸的脑电波也不一定是单一频率的正弦线。由以上的分析可知，控制呼吸节律的脑电波可简化为控制延髓呼吸中枢的两组神经元的触发放电过程，用以实现呼吸的均匀状态。

延髓呼吸中枢的两组神经元的触发放电，在电信号传导到呼吸肌的过程中，信号的能量不能很快全部传入呼吸肌，从而产生呼吸的动作，那么此过程可看作储能过程。另外，传输过程中由于存在干扰，造成此信号的震荡变化。呼吸过程中肺的收缩（或扩张）需要一定的时间，从而影响呼吸中枢的呼气神经元（或者吸气神经元），以实现闭环控制。此控制系统的输入为梯形脉冲信号  $X(t)$ ， $G_1(s)$  为二阶震荡环节， $G_2(s)$  为一阶惯性环节， $G_3(s)$  为延迟环节， $G_4(s)$  为放大环节，输出为周期性信号  $Y(t)$ ，稳定状态下肺的收缩（或扩张）可看作此控制系统中的单位负反馈（图 4-3）。可简化模型如下：

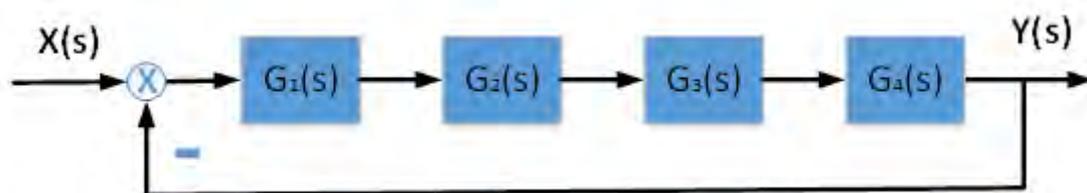


图 4-3 呼吸控制模型方框图

控制系统的具体公式为

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}X(s) \quad (4.1)$$

其中，

$$G_1(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{Ts + 1}$$

$$G_3(s) = e^{-\tau s}$$

$$G_4(s) = K$$

$$H(s) = \frac{K\omega_n^2}{e^{\tau s}(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(Ts + 1) + K\omega_n^2}$$

各参数的含义为：

$\xi$ : 振荡环节的阻尼比，且  $0 \leq \xi \leq 1$

$\omega_n$ : 振荡环节的无阻尼固有频率 (Hz)

$T$ : 惯性环节的时间常数 (s)

$\tau$ : 延迟环节的延迟时间 (s)

$K$ : 放大环节的放大系数<sup>[5]</sup>

当输入为图 4-2 所示的脉冲波时，按照上述控制模型分析仿真，仿真中的各环节参数均取以下值： $\xi = \frac{5}{12}$ ， $\omega_n = 6$ ， $T = 1$ ， $\tau = 0.05$ ， $K = 0.8$ 。可得小鼠在睡眠状态下的呼吸状态模型，如图 4-4 所示。

对比图 4-2 和图 4-4，我们可以看出两者的频率相同、图形趋势也相同。故

认为此控制模型是有效的,对分析小鼠睡眠状态下的呼吸脑电波与呼吸的关系有一定的适用性。

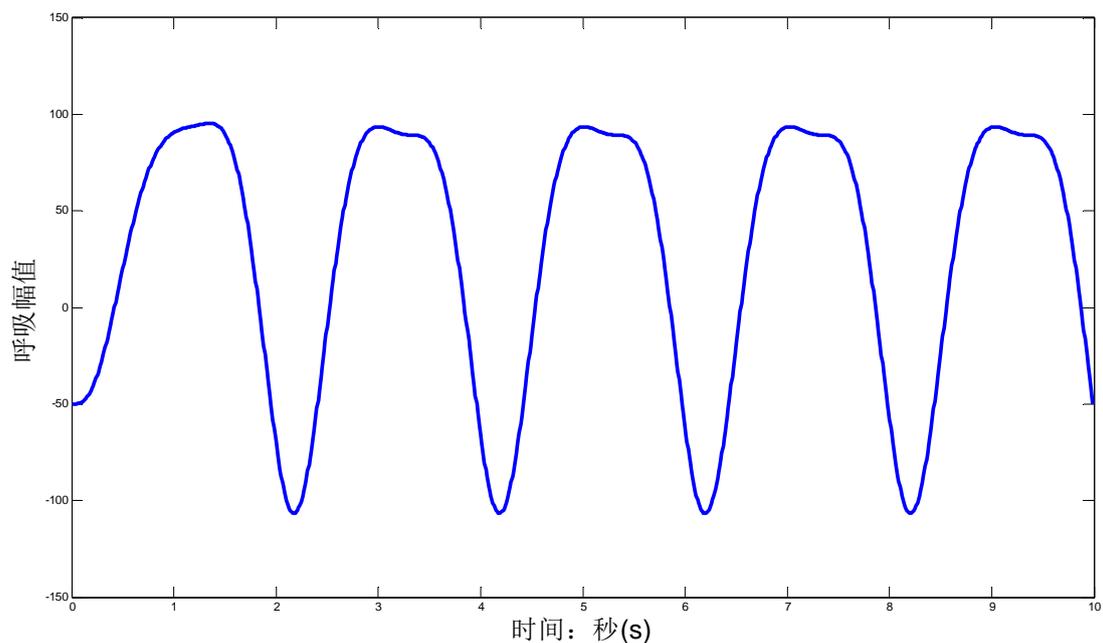


图 4-4 小鼠在睡眠状态下的呼吸模型  
注: 上升阶段为呼气状态, 下降阶段为吸气状态

将题目所给数据(图 4-5-红色方框标记为呼、吸的时间点)与仿真所得模型数据进行对比,发现两者都显示出呼气时间比吸气时间长的规律。故利用图 4-5 所标记的呼、吸时间点得出呼吸频率。利用上述控制系统,可得小鼠在睡眠状态下与呼吸对应的脑电波的变化规律(图 4-6)。

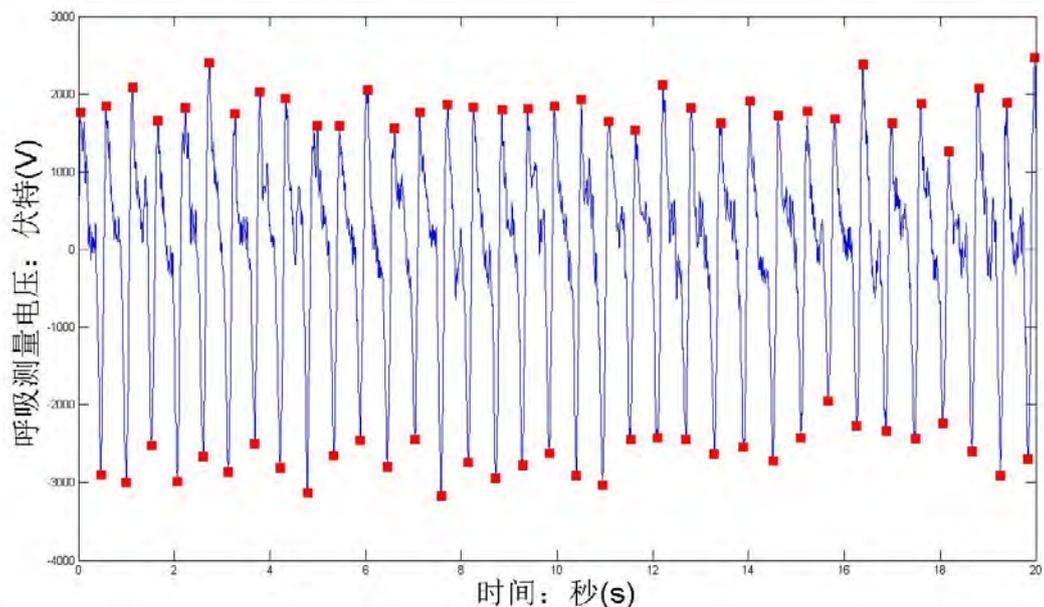


图 4-5 小鼠在睡眠状态下的呼吸图  
注: 红色方框标记处为呼、吸时间点

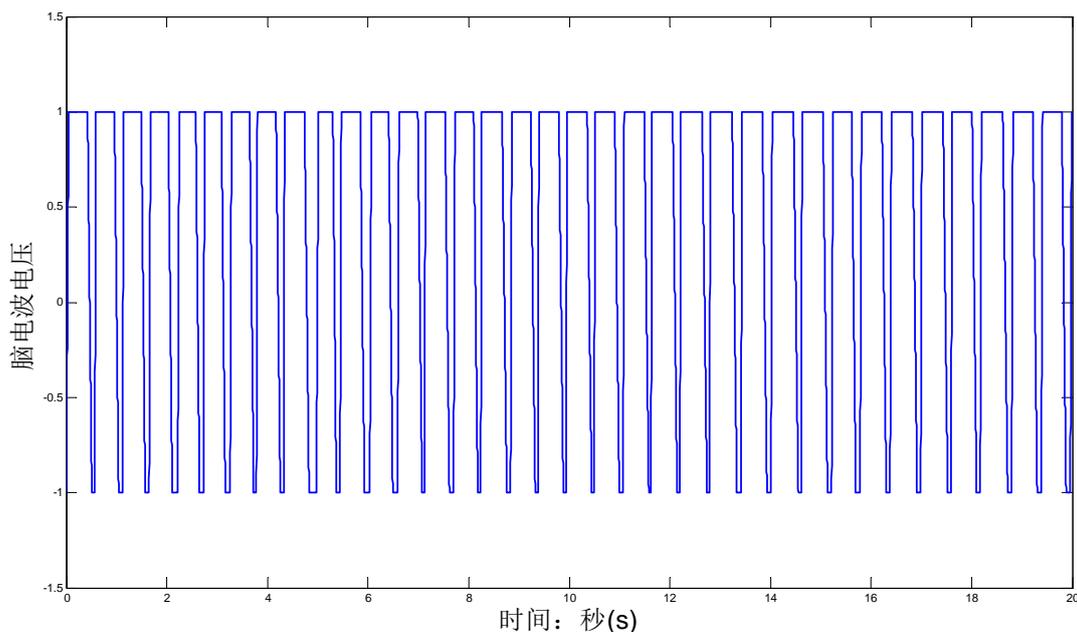


图 4-6 小鼠在睡眠状态下与呼吸对应的脑电波图

## 五. 小鼠脑电波与呼吸的关联性模型

### 5.1 模型的建立

脑电图数据是经过客观实验记录所得到的反映脑电活动随时间变化的微小电压值。视觉感受区的局部电位数据已经给出，该脑电波是多种脑电成分的叠加。分别对呼吸曲线及脑电波做互相关和自相关的相关性分析。

本文利用两种方法来分析小鼠脑电波与呼吸的关联性。一是利用相关性的基本理论，二是利用傅里叶变换及功率谱密度来分析这两种波在频域上的相关性。

本文建立的关联性模型是基于问题 1 中构建的呼吸脑电波模型是真实可靠的这一基本假设下建立的。

#### 5.1.1 脑电信号的预处理

##### 5.1.1.1 叠加平均算法

题目中给出的是同一状态下五个电极测得的脑电信号，且每个信号不可避免的存在干扰信号，为了提高信号的信噪比，我们需要对给出的脑电信号进行预处理。

目前处理微弱生理电信号仍多采用叠加平均算法（或称相干平均法），此种方法多应用于处理诱发电位。使用该方法的前提条件是：①诱发电位与噪声是相互独立的；②每次刺激后所获得的诱发电位波形是一致的；③噪声与刺激无关，且为随机信号。诱发电位 $s(n)$ 、噪声 $n_i(n)$ 和原始信号 $x_i(n)$ 三者之间的关系可由公式 5.1 表示为：

$$x_i = s(n) + n_i(n) \quad i = 1, \dots, M \quad (5.1)$$

经过  $M$  次叠加平均后诱发电位 $s(n)$ 的估计值为：

$$\hat{s}(n) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i(n) = s(n) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i(n) \quad (5.2)$$

由前述的假定条件  $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i(n) \rightarrow 0$ ，所以经过  $M$  次叠加平均后其诱发响应的信噪比提高了  $\sqrt{M}$  倍，其中  $M$  为叠加次数<sup>[6]</sup>。

采用叠加平均技术的一个基本出发点是诱发电位与刺激信号具有严格的锁时关系，即认为每次诱发电位与刺激信号是同步出现的。

脑电信号的预处理仅在分析相关性中使用，在利用频谱计算分析时，数据的叠加是多个电极的试验数据叠加，会造成频谱变换时的可靠性降低，故在频域即信号分离分析时仍然对单个电极电位进行分析。

### 5.1.1.2 直流滤波与归一化

呼吸和视觉刺激的数据的幅值没有具体的含义，因此需要在分析计算前将其减去平均值以便滤去直流分量，如 5.3 式所示。

$$S(t) = S(t) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S(t) \quad (5.3)$$

在构造脉冲曲线时应进行归一化操作，如 5.4 式所示。

$$S(t) = \frac{S(t) - \min S(t)}{\max S(t) - \min S(t)} \quad (5.4)$$

### 5.1.2 相关性基本理论

相关是表示两个变量(或变量组)间相互关系的密切程度和联系程度，它表达的是一种不精确、不稳定的变化关系。相关分析方法是研究变量之间相互关系的密切程度和相互联系方式的重要基础方法。与确定的函数关系不同，相关关系是一种不完全确定的随机关系。相关分析是一种测度变量之间相关关系强弱的方法，旨在用计算所得的相关系数衡量变量之间相关程度的强弱。

自相关函数是描述一个时刻的数据值与另一个时刻数据值之间的依赖程度。用波形描述时，则表示为一个时刻的波形与另一个时间坐标移动了  $\tau$  之后波形的相似程度。其公式为

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt \quad (5.5)$$

自相关函数仅为时间差  $\tau$  的函数， $x(t+\tau)$  为随机信号某一样本  $x(t)$  平移  $\tau$  后的函数。

如果随即信号  $x(t)$  是由噪声  $n(t)$  和独立信号  $h(t)$  组成，则自相关函数可以表示为这两个信号函数的叠加，即

$$R_{xx}(\tau) = n(\tau) + h(\tau) \quad (5.6)$$

$R_{xx}(\tau)$  的值可正可负，它的绝对值越大，表示相关性越强。一般来说， $\tau$  越大，表示相关性越弱，绝对值  $R_{xx}(\tau)$  也越小。当  $\tau$  为 0 时，相关性应该是最强的，此时  $R_{xx}(\tau)$  是最大的。

互相关是指同一个时间序列在任意两个不同时刻的取值之间的相关程度，表示了两组信号数据值之间的一般依赖关系。其公式为

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t + \tau) dt \quad (5.7)$$

当 $x(t), y(t)$ 是两个完全独立无关的信号时,  $R(xy) = 0$ 。

相关系数是衡量两个随即变量之间线性相关程度的指标。相关系数:

$$r(X, Y) = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}} \quad (5.8)$$

其中,

$$D(X) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} \text{是变量 } X \text{ 的方差}$$

$$D(Y) = \frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n} \text{是变量 } Y \text{ 的方差}$$

$$Cov(X, Y) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n} \text{是变量 } X \text{ 和变量 } Y \text{ 的协方差}$$

$\bar{x}, \bar{y}$ 分别是两个序列的平均值,  $n$ 为两序列的样本个数。

相关系数  $r$  的取值范围为  $-1 \leq r \leq 1$ ,  $r$  的各种取值意义为:

$r = 1$ , 序列  $X$  和  $Y$  之间是线性正相关;

$r = -1$ , 序列  $X$  和  $Y$  之间是线性负相关;

$r = 0$ , 序列  $X$  和  $Y$  之间是不相关;

$0 < r < 1$ , 序列  $X$  和  $Y$  之间正相关,  $r$  越大则相关度越高;

$-1 < r < 0$ , 序列  $X$  和  $Y$  之间负相关,  $r$  越接近-1 负相关度越高<sup>[7]</sup>。

### 5.1.3 傅里叶变换

接下来, 我们对睡眠状态下的小鼠脑电波做傅里叶变换来分析其频谱特性。

傅里叶级数把信号分解为离散谱上函数的叠加, 但是在对频率变化敏感的某些应用中, 离散的频率信息显得太过粗糙, 傅里叶变换就是傅里叶级数在连续情况下的推广<sup>[8]</sup>。

设  $f(x) \in L^2(-\pi, \pi)$ ,  $L^2$  为满足  $\int |f(t)|^2 dt < \infty$  的函数空间, 那么  $f(x)$  的傅里叶变换定义为

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} \cdot f(t) dt \quad (5.9)$$

其反变换是

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \cdot F(\omega) d\omega \quad (5.10)$$

傅里叶变换的意义是把一个非周期的信号分解成为角频率  $\omega$  连续变换的无谐波  $\frac{1}{2\pi} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$  的叠加。另外, 从傅里叶变换的定义公式可以看出, 傅里叶变换是把信号完全转换到频域进行分析, 是整个时间域内积分, 识别出频率在什么时候产生并不知道, 因此是一种全局变换, 不能反映某一局部时间内信号的频谱特性, 即在时间域内没有任何分辨率。

#### 5.1.4 功率谱密度分析

自发脑电信号的波形变化较为剧烈,但信号的统计特性和功率谱特征却比较稳定且具有区分性,因此对于自发的脑电波慢信号,频率特征更适合描述其内在特性,也就是离散时间随机过程的功率谱密度(power spectral density,简称 PSD)。由于我们不能通过有限的样本数据得到脑电波的真实功率谱密度函数,所以只能利用给定的一组样本数据估计一个平稳随机信号的功率谱密度,这个过程称为功率谱估计<sup>[9-11]</sup>。功率谱估计是频域分析的主要手段之一。它的意义在于把幅度随时间变化的脑电波变换为脑电功率随频率变化的谱图,从而可直观地观察到脑电节律的分布与变化情况。功率谱估计方法对数据处理能得到高分辨率的谱分析结果,从而为 EEG 信号频域特征的提取提供了新的有效手段,特别是对 EEG 信号作动态特性分析中更显优越。

基于相关函数傅里叶变换的非参数估计方法称为经典功率谱估计方法,如周期图法和 Welch 法;而将参数模型估计和基于相关矩阵特征分解的信号频率估计方法称为现代功率谱估计的方法,如 AR 参数的谱估计法。本文研究是基于 Welch 法的功率谱密度估计。

Welch 法是 Welch 在 1967 年提出的<sup>[12]</sup>,又称为修正的周期图法,是应用较广的一种方法。Welch 法首先对  $N$  点信号  $x_N(n)$  进行分段,并允许每一段信号样本有所重叠。设每段样本的长度为  $M$ ,有  $M/K$  的重叠,共分为  $L$  段,则  $L$  满足:

$$L = \frac{N - \frac{M}{K}}{\frac{M}{N}} \quad (5.11)$$

将每一段信号  $x_N^i, i=1,2,\dots,L$  和窗函数  $\omega(n)$  相乘,根据式  $S_p(\omega) = \frac{1}{N} |X_N(\omega)|^2$  可以得到每段信号的功率谱估计为:

$$S_p^i(\omega) = \frac{1}{MU} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_N^i(n) \omega(n) e^{-j\omega n} \right|^2 \quad (5.12)$$

其中,窗函数  $\omega(n)$  可以采用矩形窗、三角窗、汉宁窗等,  $U$  是归一化因子,它保证了所得的功率谱是渐近无偏的:  $U = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \omega^2(n)$ , 则最后得到的修正功率  $S_p(\omega)$  为各段信号周期图的加权平均:

$$S_p(\omega) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L S_p^i(\omega) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_N^i(n) \omega(n) e^{-j\omega n} \right|^2 \quad (5.13)$$

本文采用的窗函数是汉宁窗 (hanning window), 汉宁窗又称升余弦窗<sup>[13]</sup>。

$$\omega(n) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2n\pi}{N-1} \right) \right] R_N(n) \quad (5.14)$$

其频率响应和幅度响应分别为:

$$\begin{aligned} W(e^{j\omega}) &= \left\{ 0.5W_R(\omega) + 0.25 \left[ W_R \left( \omega - \frac{2\pi}{N-1} \right) + W_R \left( \omega + \frac{2\pi}{N-1} \right) \right] \right\} e^{-j \left( \frac{N-1}{2} \right) \omega} \\ &= W(\omega) e^{-j \left( \frac{N-1}{2} \right) \omega} \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$W(\omega) = 0.5W_R(\omega) + 0.25 \left[ W_R \left( \omega - \frac{2\pi}{N-1} \right) + W_R \left( \omega + \frac{2\pi}{N-1} \right) \right] \quad (5.16)$$

## 5.2 模型的求解

### 5.2.1 睡眠状态下的小鼠脑电波与呼吸的关联性模型求解

通过对脑电图数据的自相关计算，我们可以得到五个电极的自相关系数。下图 5-1 反映的是五个通道局部电位数据的自相关曲线图，图 5-2 反映的是睡眠状态下小鼠呼吸脑电波的自相关曲线图。图 5-3 反映的是呼吸脑电波与 Ch11 电极的脑电波的互相关曲线图，图 5-4 反映的是呼吸脑电波与 Ch12 电极的脑电波的互相关曲线图，图 5-5 反映的是呼吸脑电波与叠加脑电波的互相关曲线图。相关图中的横轴代表的是滞后相关时间，纵坐标代表的电极对应的相关值，自相关图中为单电极的自相关值，互相关图中为单电极与呼吸脑电波的互相关值。

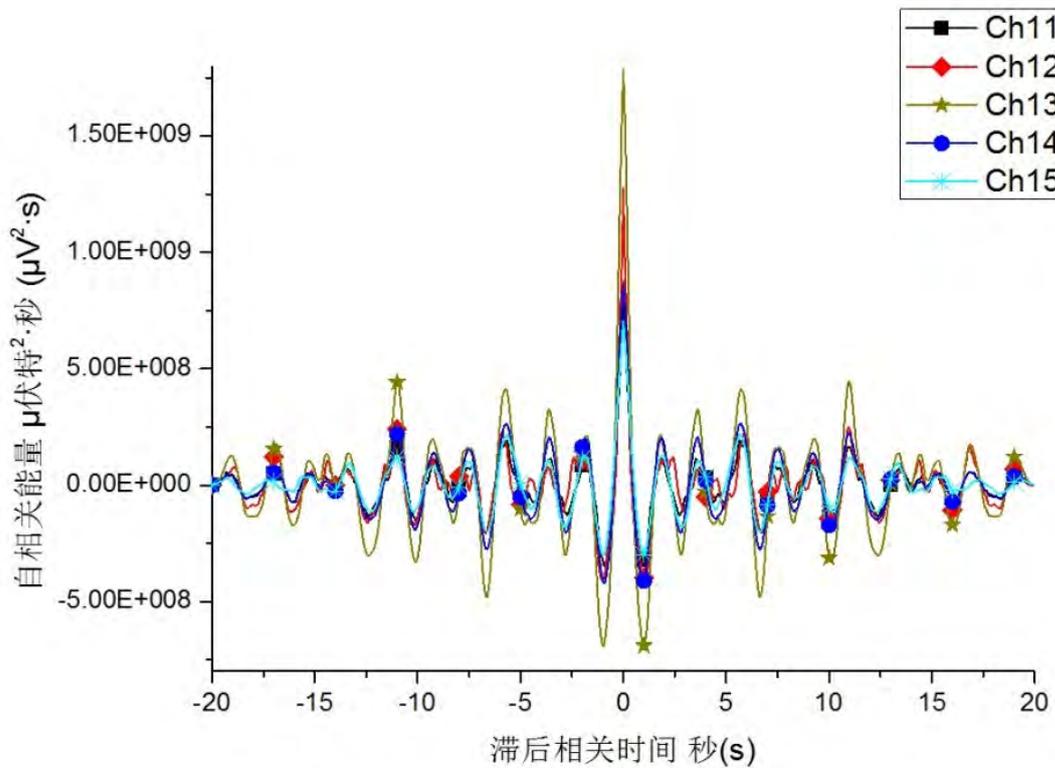


图 5-1 睡眠状态下五个电极 LFP 自相关曲线图

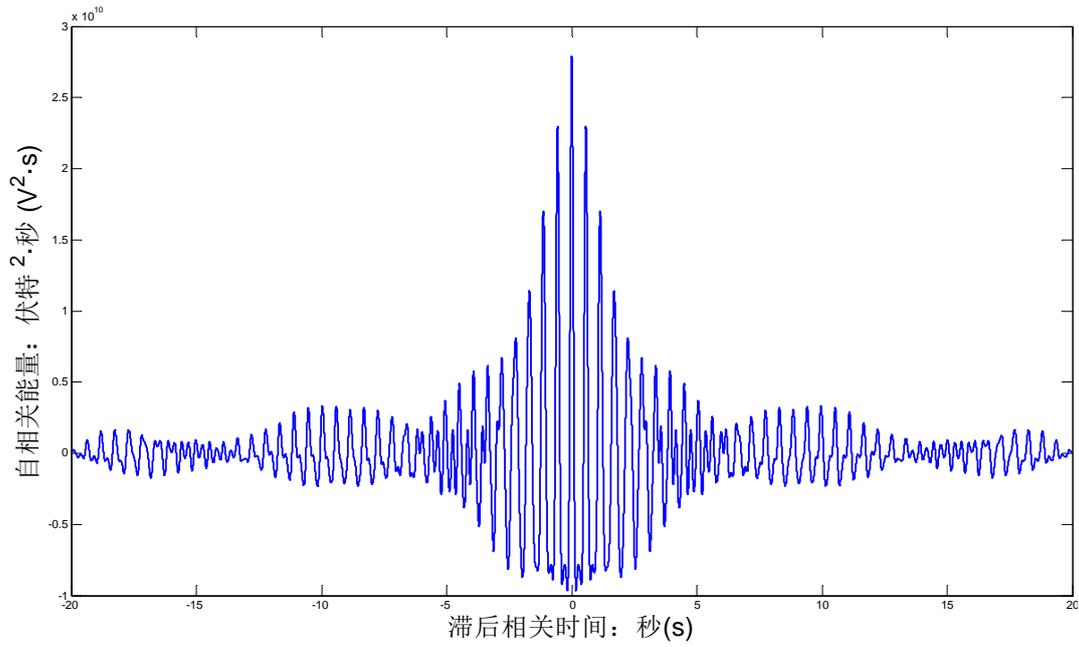


图 5-2 睡眠状态下呼吸脑电波自相关曲线图

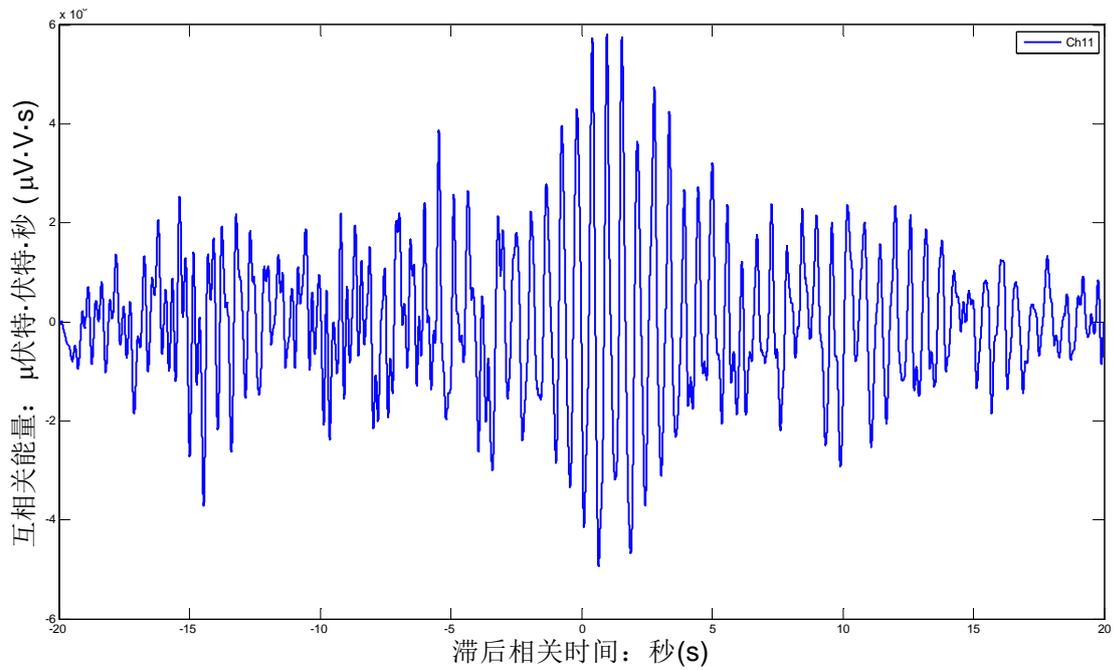


图 5-3 睡眠状态下呼吸——Ch11 电极脑电波互相关曲线图

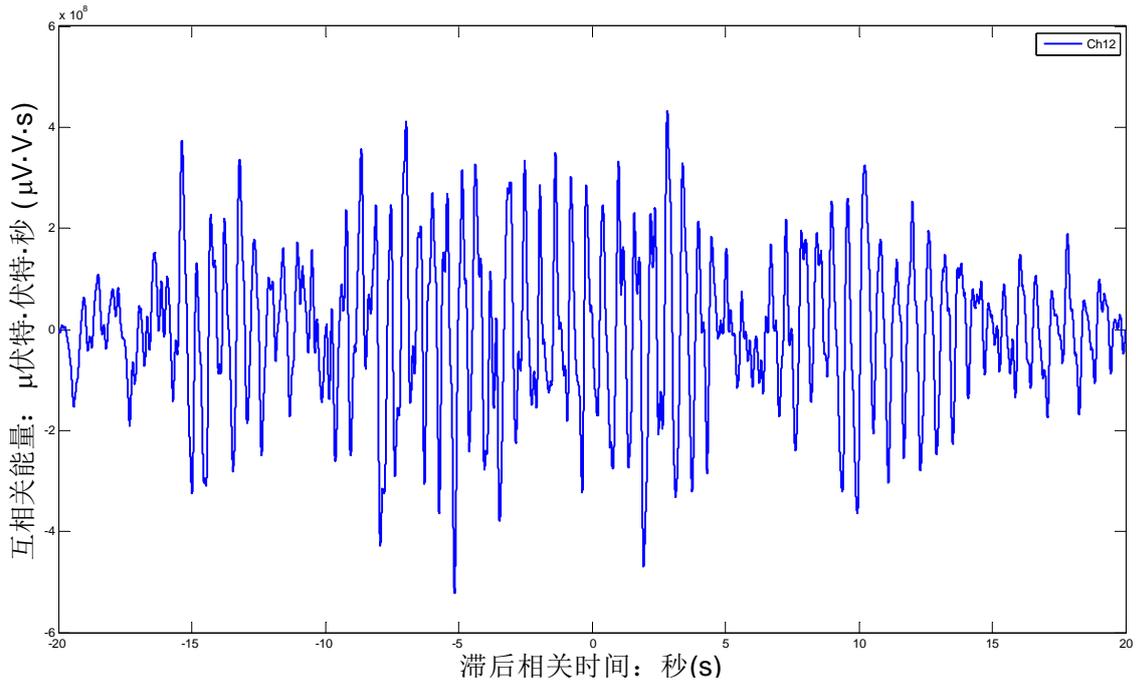


图 5-4 睡眠状态下呼吸——Ch12 电极脑电波互相关曲线图

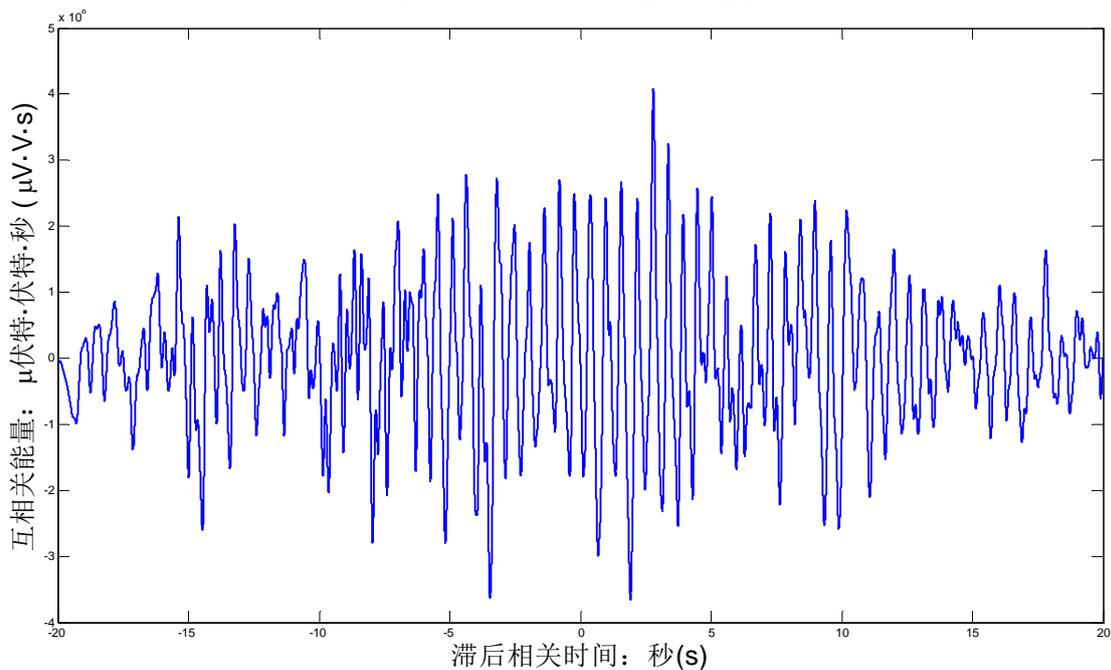


图 5-5 睡眠状态下呼吸——叠加脑电波互相关曲线图

从相关图中可以看出，相关性具有类似正余弦的波形，具有周期性，相关性的值随着时间延迟的增加而逐渐减小。另外，五个电极的脑电波的自相关性较好，周期性比较明显，呼吸脑电波的自相关性也比较好。比较两者的自相关图，虽然各自图均反映出了一定的相关性，但两者的滞后相关时间趋势吻合一般。

从互相关图可以看出，呼吸脑电波与小鼠脑电波的相关性并不高，尽在个别滞后时间上有较大峰值，其相关性系数也只有 0.2%。分析其原因，小鼠视觉皮层局部电位的脑电波不仅很大程度上反映的是视觉皮层电波，而且还受到多种多样脑电波的影响与干扰。呼吸脑电波是小鼠脑电波的一小部分，而且其不占据主

要作用，所以很难在小鼠脑电波中体现出来。

分析呼吸脑电波具体的能量成分，我们可以采用功率谱密度分析各脑电波间的关联性和比重。根据傅里叶变换理论，可以讲脑电波变换到频域从而看到各个频率上脑电波的成分。对脑电图数据进行 PSD 功率谱分析，使得最初的只表现为时间和波幅关系的脑电波图形转换为表现频率和功率的频率二维关系图。

由于在睡眠状态下 $\delta$ 波（1-3Hz）是脑电波的主要节律，因此我们重点分析的是呼吸脑电波与 LFP 中 $\delta$ 波段的相关性。

图 5-6 反映的是睡眠状态下小鼠五个电极的 LFP 功率谱密度曲线图，图 5-7 反映的是呼吸脑电波中 $\delta$ 波段的功率谱密度曲线图。这里纵轴表示功率，横轴表示频率。

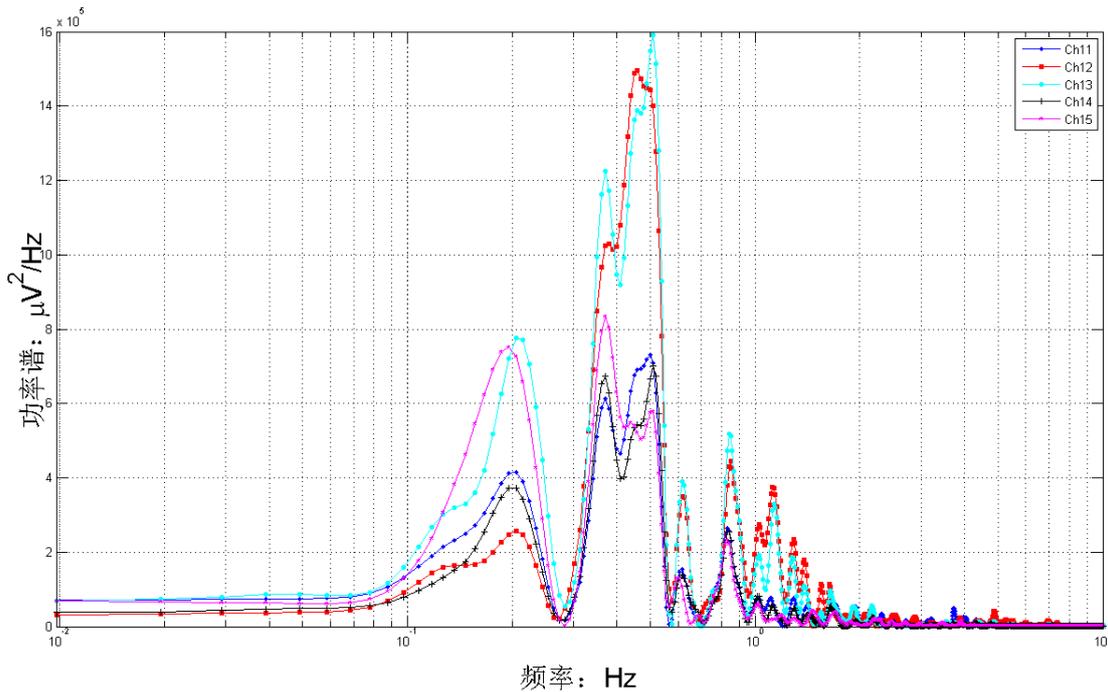


图 5-6 睡眠状态下五个电极 LFP 的 PSD 图

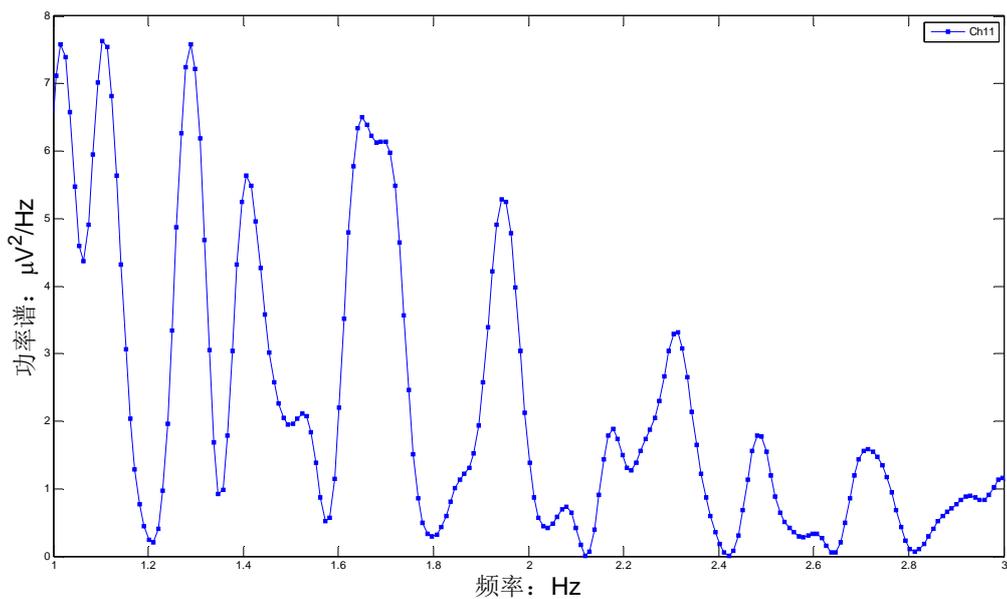


图 5-7 睡眠状态下 Ch11 电极 LFP 中 $\delta$ 波段的 PSD 图

由图 5-6 可以看出, LFP 的频率能量主要分布在 0~1Hz 之间的低频部分, 非呼吸频率所在的范围。

由问题 1 中建立的睡眠状态下的呼吸脑电波模型, 我们发现呼吸信号的频率为 1.6~1.9Hz, 截取该频段的脑电信号, 在图 5-7 中详细对比 $\delta$ 波段的功率谱, 可以计算出呼吸对应的脑电波约占 $\delta$ 波段能量的 21.08%, 仅占脑电波整体能量的 3.8%。

脑电波在一定频率范围内出现的频度较强, 这就表明这一频段的脑电波在该状态下占主导地位。显然, 呼吸对应的脑电波能量很低, 属于脑电波中的弱信号, 相关性系数因此受到影响。因此我们得到结论, 脑电波的周期节律并不是由呼吸的节律所控制的, 但脑电波中含有一定能量的呼吸脑电波, 两者在周期性上有一定的相关。

### 5.2.2 清醒状态下的小鼠脑电波与呼吸的关联性模型求解

利用上文建立的小鼠脑电波与呼吸的关联性模型可以继续分析清醒状态下小鼠视觉感受区的局部电位信号的周期性变化与小鼠呼吸脑电波的周期性变化之间的相关性。

利用关联性模型中的自相关部分, 可以作出清醒状态下小鼠视觉感受区的 LFP 的自相关曲线图, 分析其周期性。图 5-8 为清醒状态五个电极 LFP 自相关曲线图。

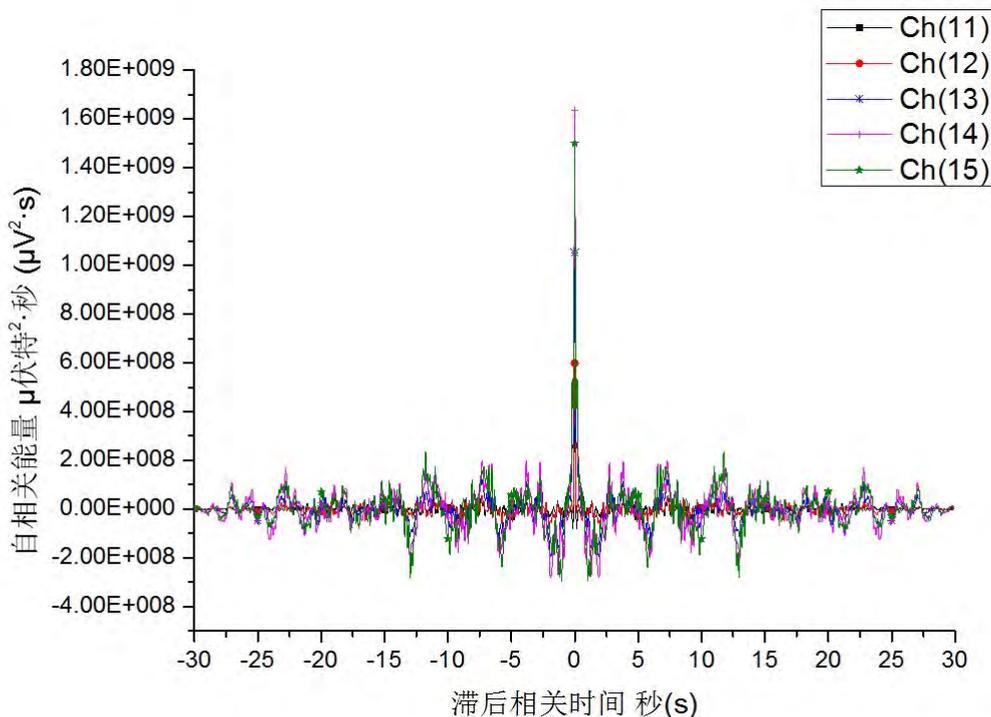


图 5-8 清醒状态下五个电极 LFP 自相关曲线图

从图 5-8 可以发现该自相关曲线在滞后时间-15s~15s 的时间段内, 自相关的曲线图大概是余弦波, 峰值出现的时间间隔也是平稳的, 因此我们认为: 清醒状态下, 小鼠视觉感受区的局部电位信号存在周期性变化。

下图 5-9 为清醒状态下的小鼠呼吸脑电波, 该脑电波的构建是基于问题 1 中的呼吸脑电波模型得到的。

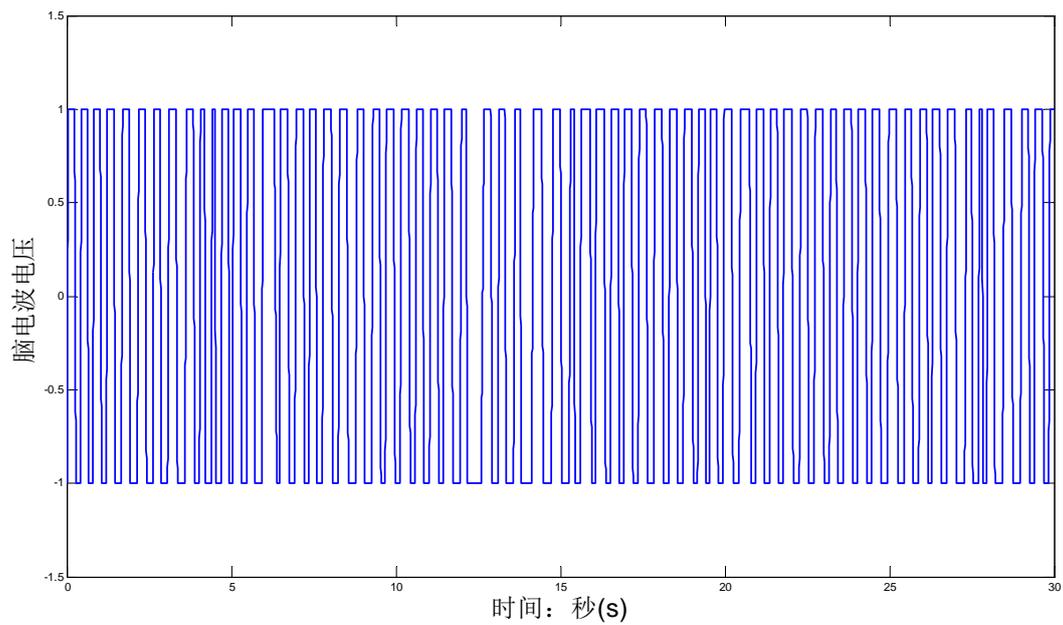


图 5-9 清醒状态下的小鼠呼吸脑电波

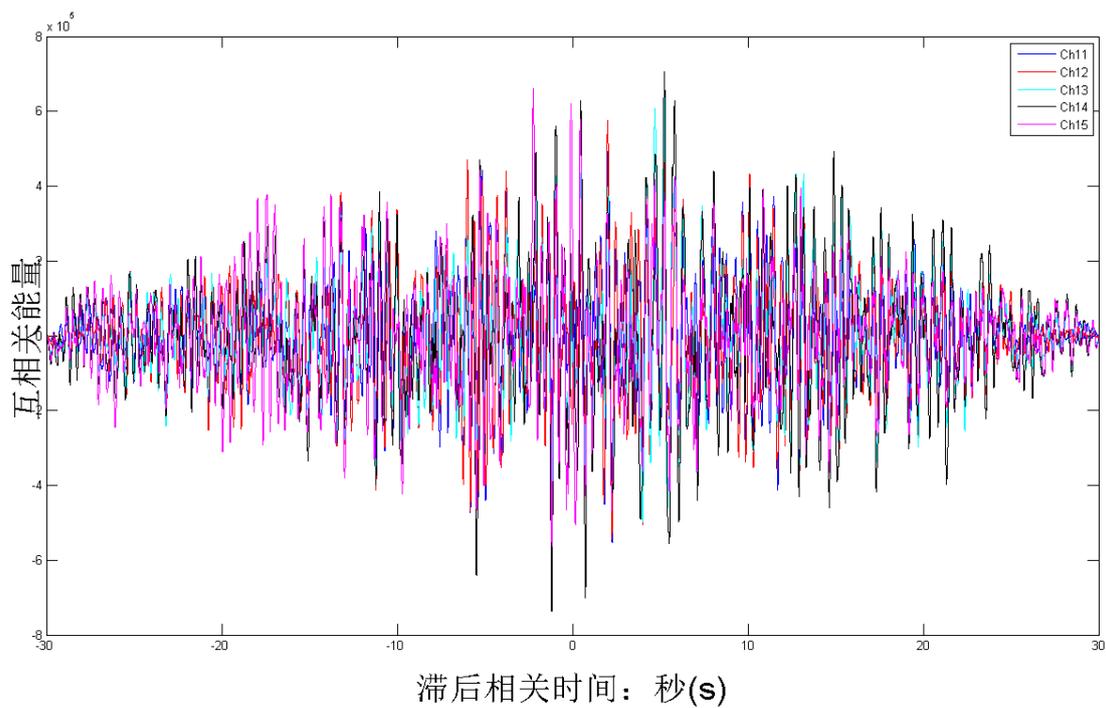


图 5-10 清醒状态下呼吸——五个电极脑电波互相关曲线图

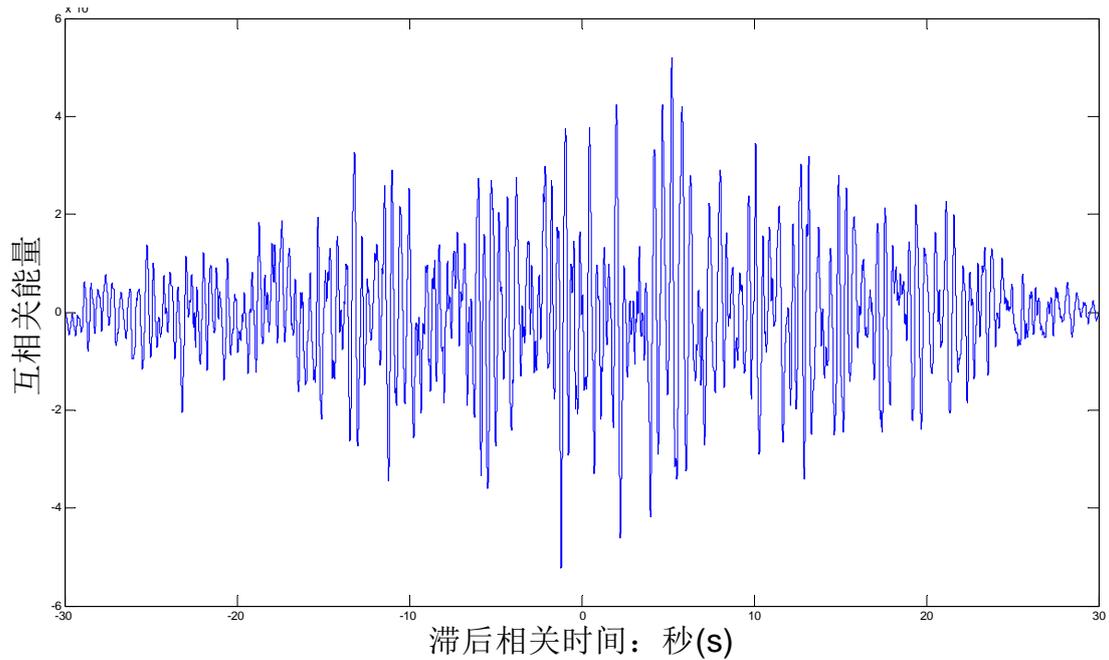


图 5-11 清醒状态下呼吸——叠加脑电波互相关曲线图

上图 5-10，图 5-11 分别反映的是清醒状态下的小鼠视觉感受区的五个电极的 LFP 与呼吸脑电波的互相关曲线图和五个电极的 LFP 经叠加平均后的叠加脑电波与呼吸脑电波的互相关曲线图。

由于清醒状态下小鼠视觉上又受到了更多的干扰，因此单纯的相关性系数很低。利用功率谱密度估计方法可以作出各个信号的功率谱密度曲线图。

图 5-12 是对图 5-9 进行 PSD 估计的结果，反映的是清醒状态下小鼠理论呼吸脑电波的功率谱密度曲线图，5-13 反映的是测试中五个电极的 LFP 的功率谱密度曲线图，5-14 则反映了的是单个电极 LSP 中  $\delta$  波段的功率谱密度曲线图，我们选取的是 Ch11 电极测得的 LFP 数据。

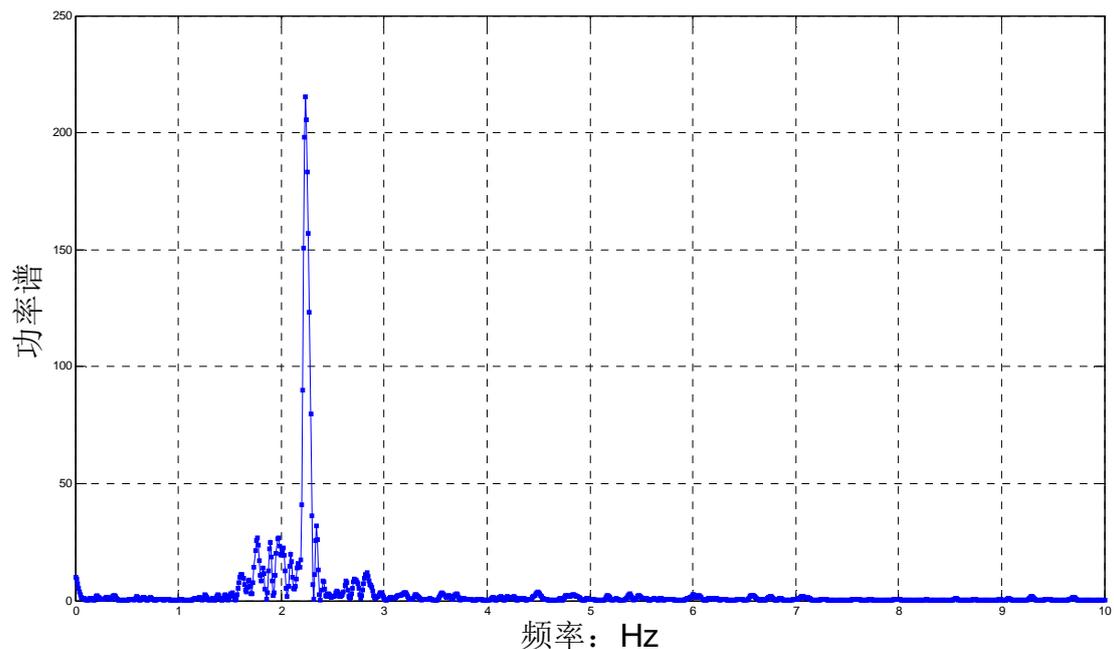


图 5-12 清醒状态下小鼠呼吸脑电波的 PSD 图

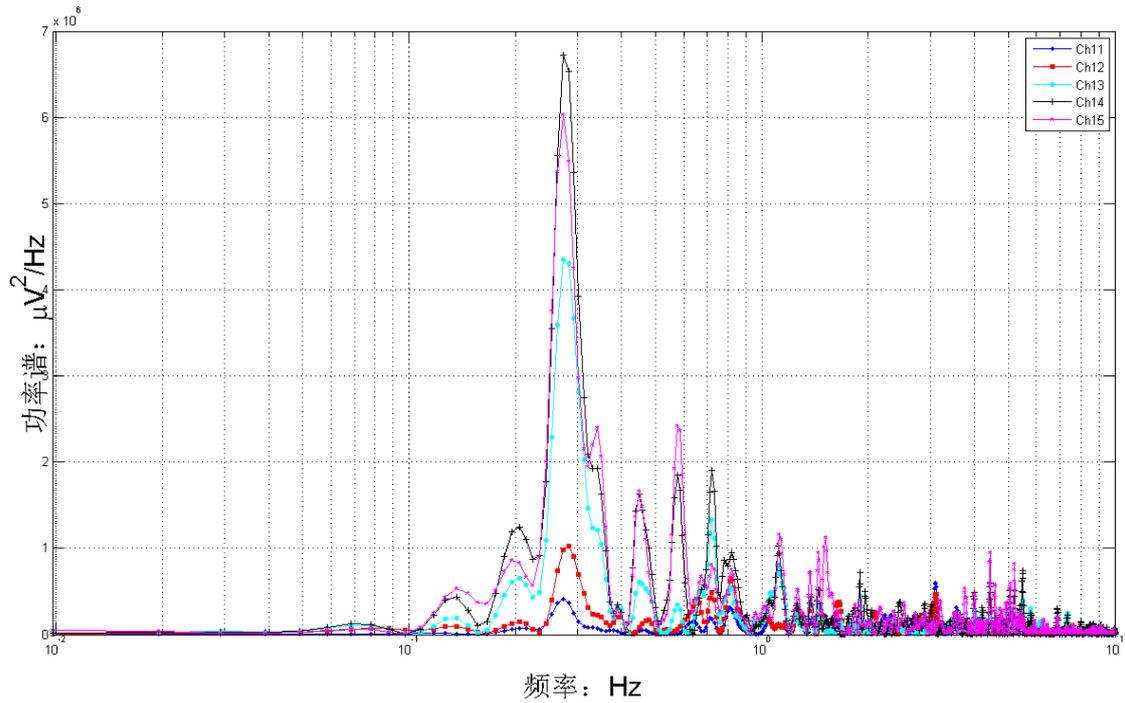


图 5-13 清醒状态下五个电极 LFP 的 PSD 图

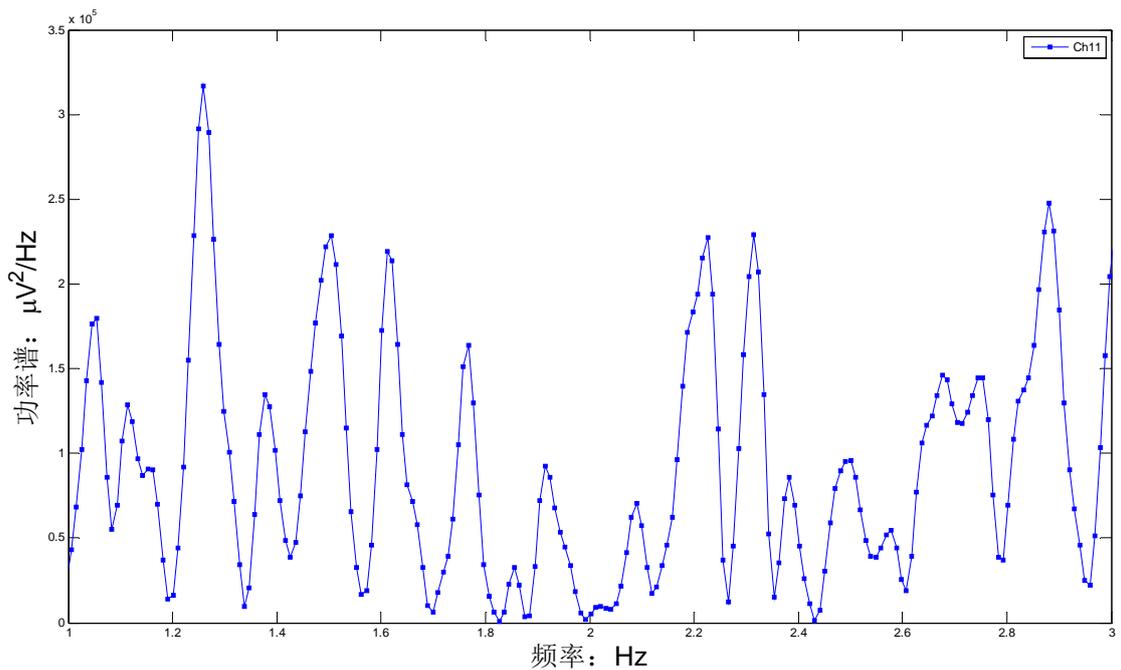


图 5-14 清醒状态下 Ch11 电极 LFP 中  $\delta$  波段的 PSD 图

清醒状态下五个电极 LFP 的功率谱在低频上占主导，呼吸的频率大致在 2.1Hz~2.4Hz 之间，这仅占  $\delta$  波段能量的 13.1%，查阅资料可知，清醒状态下  $\delta$  波在脑波中的比例更小，呼吸所对应的脑电波和视觉电位信号之间相关性很低，在视觉电位信号中的比例甚微，不能引起显著的改变，因此不是线性相关。即便是呼吸所对应的脑电波快速变换也只是视觉电位信号上的小频率扰动。

## 六. 小鼠脑电波信号中弱信号的分离与提取模型

### 6.1 模型的建立

#### 6.1.1 信号的 IIR 数字滤波器分离

在现代通信系统中,由于信号中经常混有各种复杂成分,所以很多信号分析都是基于滤波器而进行的,而数字滤波器是通过数值运算实现滤波,具有处理精度高、稳定、灵活、不存在阻抗匹配问题,可以实现模拟滤波器无法实现的特殊滤波功能。数字滤波器根据其冲激响应函数的时域特性,可分为两种,即无限长冲激响应(IIR)数字滤波器和有限长冲激响应(FIR)数字滤波器。实现 IIR 滤波器的阶次较低,所用的存储单元较少,效率高,精度高,而且能够保留一些模拟滤波器的优良特性,因此应用很广。

IIR 数字滤波器的特征是具有无限持续时间冲激响应,需要用递归模型来实现,其差分方程为:

$$y(n) = \sum_{i=0}^N a_i x(n-i) + \sum_{i=1}^N b_i y(n-i) \quad (6.1)$$

系统函数为:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (6.2)$$

设计 IIR 滤波器的任务就是寻求一个物理上可实现的系统函数 $H(z)$ ,使其频率响应满足所希望得到的频域指标,即符合给定的通带截止频率、阻带截止频率、通带衰减系数和阻带衰减系数。

设计巴特沃斯数字低通滤波器和椭圆数字低通滤波器,要求通带边界频率 $f_p = 2\text{HZ}$ ,通带最大衰减 $R_p = 3\text{dB}$ ;阻带边界频率 $f_s = 2.5\text{HZ}$ ,阻带最小衰减 $R_s = 18\text{dB}$ ,采样频率为 $F_s = 1\text{kHz}$ 。

低通巴特沃斯滤波器设计步骤如下:

(1)确定阶数 N

$$K_{sp} = \sqrt{\frac{10^{0.1R_s} - 1}{10^{0.1R_p} - 1}}$$

$$\lambda_{sp} = \frac{2\pi f_s}{2\pi f_p}$$

$$N = \frac{\lg K_{sp}}{\lg \lambda_{sp}} \approx 9.2618, \text{ 取 } N = 10$$

(2)求极点

$$P_k = e^{j\pi(\frac{1}{2} + \frac{2k+1}{2N})}$$

归一化低通原形系统函数为:

$$G_a(p) = \frac{1}{\prod_{k=0}^{10}(p-p_k)} \quad [13]$$

归一化低通滤波器系统函数为:

$$G_a(p) = \frac{1}{b_0 p^{10} + b_1 p^9 + b_2 p^8 + \dots + b_9 p + b_{10}}$$

如上的设立流程计算过程较麻烦, 而且容易出错, 结果不直观。

本文通过 Matlab 程序设计来实现用脉冲响应不变法设计的巴特沃斯数字低通滤波器。

### 6.1.2 基于功率谱密度能量比分离法

6.1.1 小节设计的无限长冲激响应(IIR)数字滤波器分离算法并不是万能的, 对于复杂的脑电波信号而言, 仅仅依靠在我们感兴趣的频率范围上的滤波并不能够提取到理想的波形, 即本文中所描述的呼吸和视觉刺激所对应的微弱脑电波。因此, 我们设计了基于功率谱密度能量比的脑电波分离法, 即根据呼吸、视觉刺激对应的脑电波的功率谱能量分布, 对试验中所提供的电极电位波形的频域傅里叶值进行比例变换, 来趋近于我们所要得到的微弱脑电波。该模型的具体方法如下。

记呼吸或视觉刺激的离散点幅值——时间信号为 $S(t)$ , 此处的幅值可能代表电压或刺激幅度。根据第四章建立的基于呼吸机理模型, 可以得到我们理想的刺激所对应的脑电波电压——时间信号 $U_S(t)$ , 记其功率谱密度数据为 $P_S(\omega)$ , 求出刺激的总能量, 将功率谱密度进行能量归一化, 得到了归一化后的刺激信号谱密度为:

$$\bar{P}_S(\omega) = \frac{P_S(\omega)}{\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{\omega_{max}-1} [\omega_{i+1} - \omega_i] \cdot [P_S(\omega_i) + P_S(\omega_{i+1})]} \quad (6.3)$$

其中  $max$  为功率谱图上频率分析的最大值。小鼠电极测到的电位信号为 $U(t)$ , 记其傅里叶变换后的频域数据为复数信号 $F_U(\omega)$ , 满足:

$$F_U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} \cdot U(t) dt$$

本文中分析的均为离散信号, 故使用针对离散信号的快速傅里叶变换 (FFT) 算法。对频域的幅值进行一定程度的变换后, 即可改变其不同频率信号的能量分布。

记 $F_{US}(\omega)$ 为乘积刺激能量归一化谱分布后的频域数据, 其表达式为:

$$F_{US}(\omega_i) = F_U(\omega_i) \cdot [\bar{P}_S(\omega_i)]^n, i = 1, 2, \dots, max \quad (6.4)$$

其中  $n$  为其乘积能量的阶数,  $n$  为几则称为是几阶的功率谱乘积分离。此处阶数的选择不唯一,  $n$  值偏小时可能导致提取到的信号与原信号差别较小,  $n$  值很大时又可导致信号失真过多。

对 $F_{US}(\omega)$ 进行反傅里叶变换, 提取反变换结果的实部部分, 即可得到频域整形后的时域信号, 记为 $U_d(t)$ , 其表达式为:

$$U_d(t) = Re\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \cdot F_{US}(\omega) d\omega\right] \quad (6.5)$$

相比原信号 $U(t)$ ,  $U_d(t)$ 在频域上进行了整形, 使其更加接近于刺激信号 $U_S(t)$ 的频域分布, 因此可近似表达分离出的刺激信号对应的脑电波。

分离出的脑电波和原刺激信号可用其相关系数来衡量相互吻合的程度:

$$r(U_d, U_S) = \frac{\sigma_{U_d U_S}^2}{\sigma_{U_d} \sigma_{U_S}} = \frac{Cov(U_d, U_S)}{\sqrt{D(U_d)D(U_S)}}$$

## 6.2 模型的求解

### 6.2.1 小鼠无视觉刺激的睡眠状态下呼吸脑电波分离

#### 6.2.1.1 睡眠状态下的呼吸脑电波分离

根据呼吸机理模型建立的小鼠睡眠状态下呼吸的脑电波图已由前文给出，将其作为刺激信号，相比试验热敏电阻测试得到的电压数据，能够更好的反应呼吸的节奏和效果，且摒除了原有信号幅值上带来的影响。

利用上述的（IIR）数字滤波器分离算法和功率谱密度能量互乘分离法可以分别得到小鼠睡眠状态下大脑视觉皮层局部电位信号中分离到的呼吸脑电波图中。

在使用（IIR）巴特沃斯数字滤波器分离算法时，要考虑呼吸信号对应的脑电波是在基于试验测得的呼吸中“呼”和“吸”的时刻位置所得到的，其时刻并不是完全均匀的，因此需要考虑呼吸的频率范围。

对小鼠睡眠状态下呼吸的脑电波图进行 PSD 功率谱分析。图 6-1 反映的是小鼠睡眠状态下呼吸脑电波的功率谱密度图。

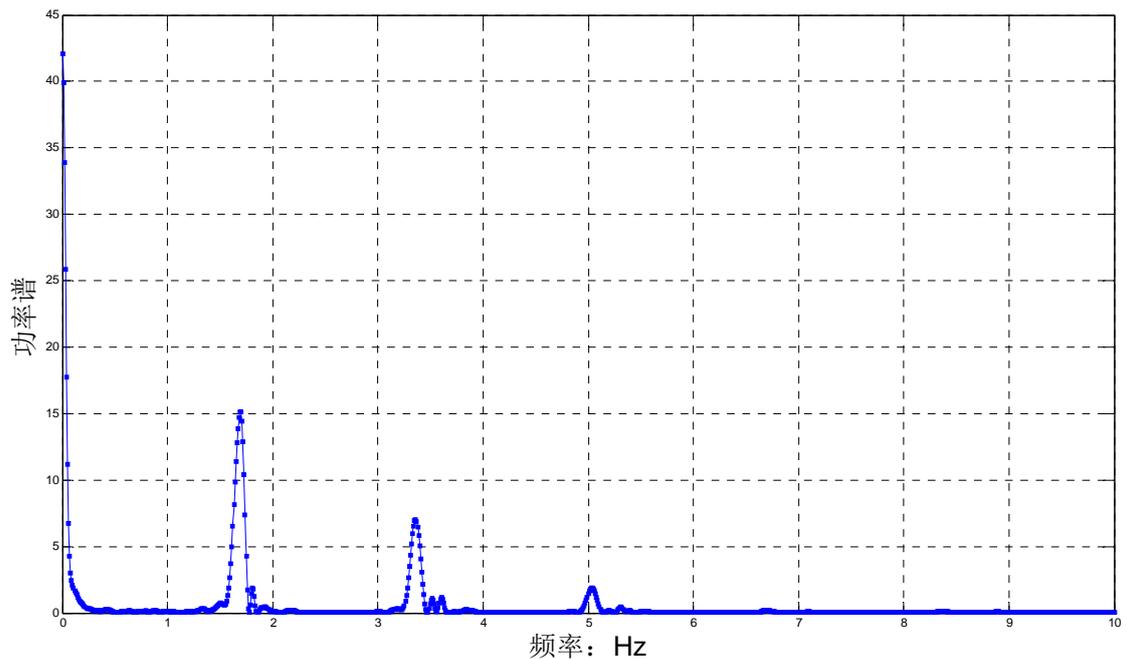


图 6-1 睡眠状态下小鼠呼吸脑电波 PSD 图

分析图 6-1 可以看出，呼吸有三个明显的频率峰值，欲提取此三个范围的波形，因此，算法中设置边界频率为 1.4~1.7Hz，3.2~3.4Hz 和 4.9~5.1Hz。在使用谱密度能量互乘分离法时，阶数设为 4。

试验给出了 5 个小鼠大脑视觉皮层局部电位的数据，5 组脑电波数据比较接近，因此，本节（6.2）的模型求解选取 Ch11 通道进行典型分析。可以得到如下所示的脑电波分离图，如图 6-2 所示。

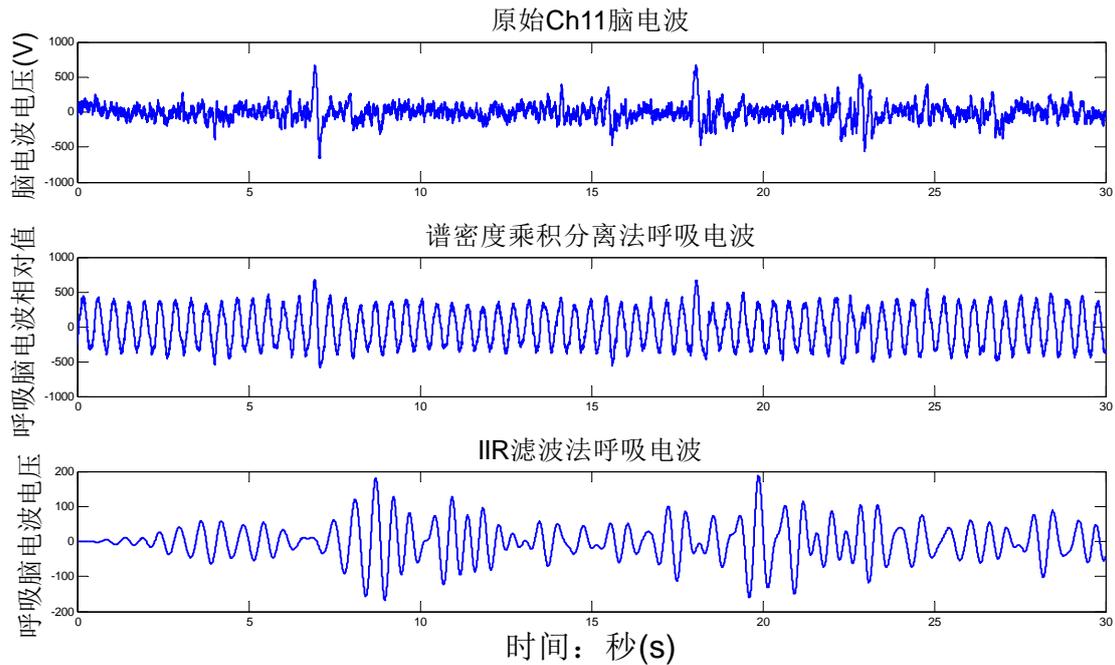


图 6-2 睡眠状态下 Ch11 电极呼吸脑电波分离图

需要注意的是，在使用谱密度乘积分离法得到的波形中，其纵坐标时没有意义的，但其波形的形状和纵坐标相对幅值是有意义的。分离出的呼吸对应的脑电波图能量较小，具体幅值可由 IIR 滤波法得到的波形看出。

两个分离方法相比，针对本小节的信号，结合 IIR 法的幅值，谱密度乘法得到的波形较好，与理论呼吸脑电波趋势较为吻合。经过相关性计算，分离出的呼吸对应的脑电波与基于呼吸机理模型得到的呼吸脑电波图相关性达到 0.323，有了显著提高。IIR 法得到的呼吸脑电波与模型得到的脑电波相关性只有 0.176。

#### 6.2.1.2 小鼠无视觉刺激清醒状态下的呼吸脑电波分离

小鼠在清醒状态下的呼吸曲线较睡眠状态相比略有变化，根据 5.2.2 节中得到的清醒状态小鼠理想呼吸脑电波，可将其作为刺激信号。

计算时，使用 (IIR) 巴特沃斯数字滤波器分离算法时，5.2.2 节中已经得到了理论呼吸脑电波图，可以确定并设置分离的边界频率为 1.3~2.0Hz 和 2.1~2.4Hz；在使用谱密度能量互乘分离法时，阶数设为 2，可以得到如下所示的脑电波分离图，见图 6-3。

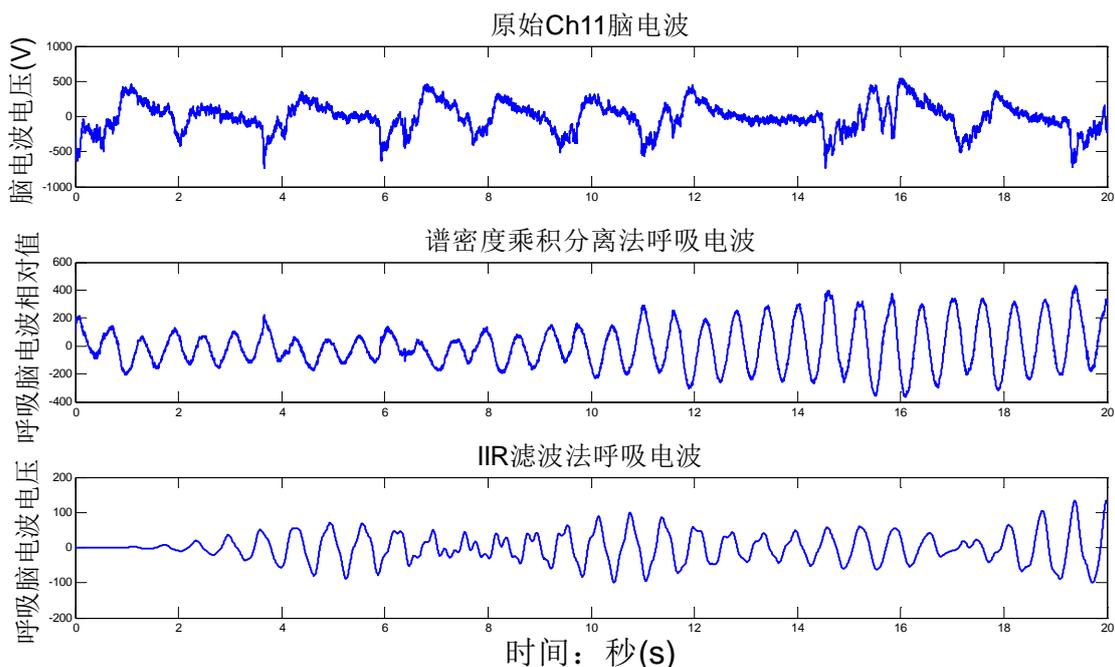


图 6-3 无视觉刺激的清醒状态下 Ch11 电极呼吸脑电波分离图

本小节的波形仍旧在谱密度乘积分离法下效果较好，与理论呼吸脑电波信号相关性达到 0.33。诚然，其幅值仍然需要 IIR 的结果进行参考。由于在使用 IIR 数字滤波器时提取的是特定频率的波形，频率范围较窄，因此得到的波形失真较大，与理论模型得到的脑电波相关性只有 0.183。

## 6.2.2 小鼠在视觉刺激下的刺激对应的脑电波分离

### 6.2.2.1 呼吸刺激脑电波成分分离

通过计算理论模型中呼吸脑电波的功率谱，可以得到如图 6-4 的功率谱的功率谱曲线。

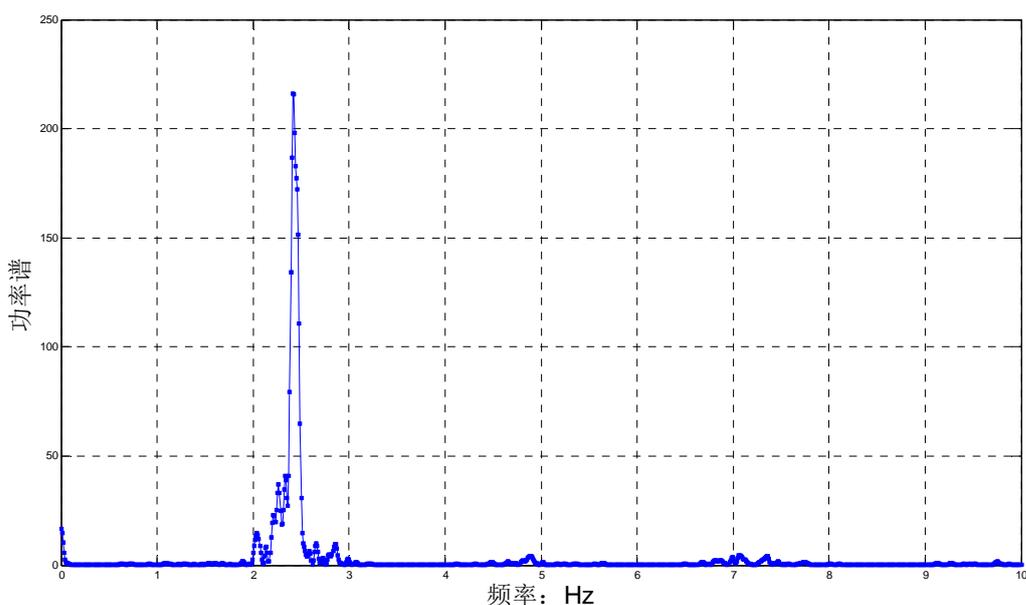


图 6-4 视觉刺激下小鼠呼吸脑电波理论 PSD 图

确定并设置分离的边界频率为2.0~3.0Hz; 在使用谱密度能量互乘分离法时, 阶数设为 2, 可以得到下图 6-5 的脑电波分离图。

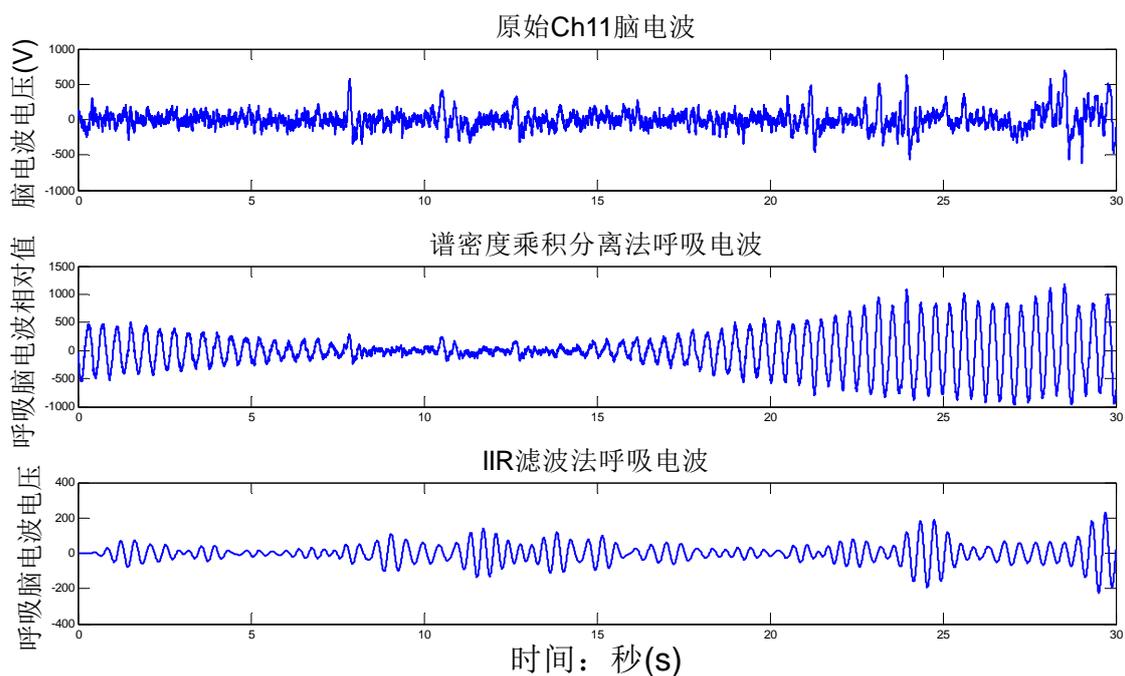
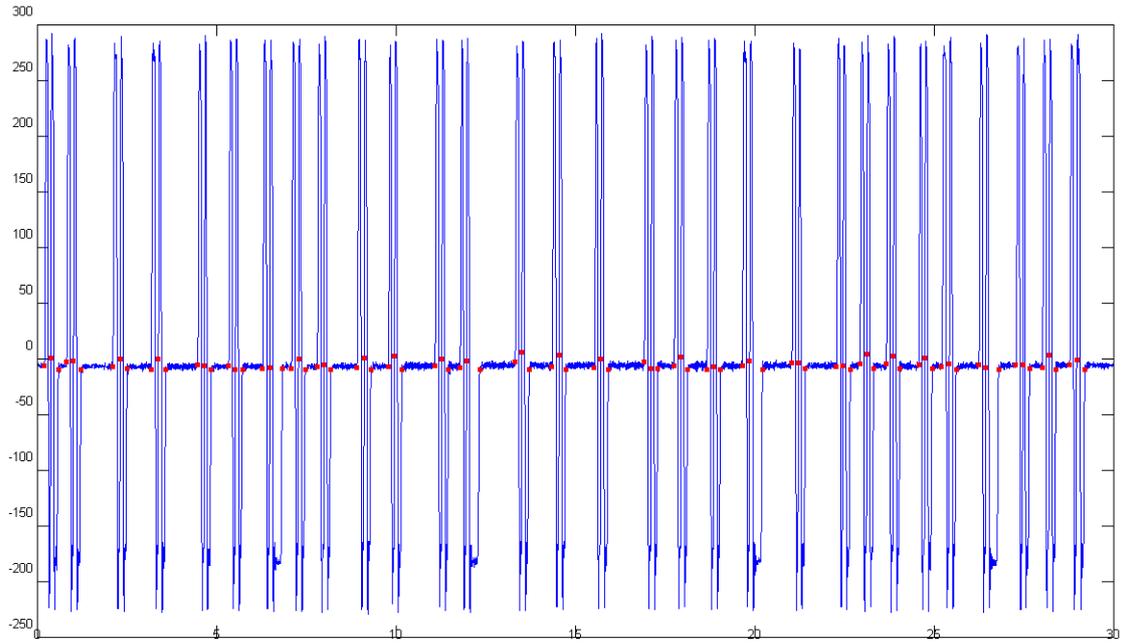


图 6-5 呼吸刺激下脑电波成分分离图

谱密度乘积与 IIR 数字滤波两个方法分离得到的呼吸电波与原有呼吸脑电波的相关性系数分别为 0.166 与 0.158。本节的原始脑电波信号噪音与信号源很多, 两个方法的效果相当。

#### 6.2.2.2 视觉刺激下的呼吸脑电波分离

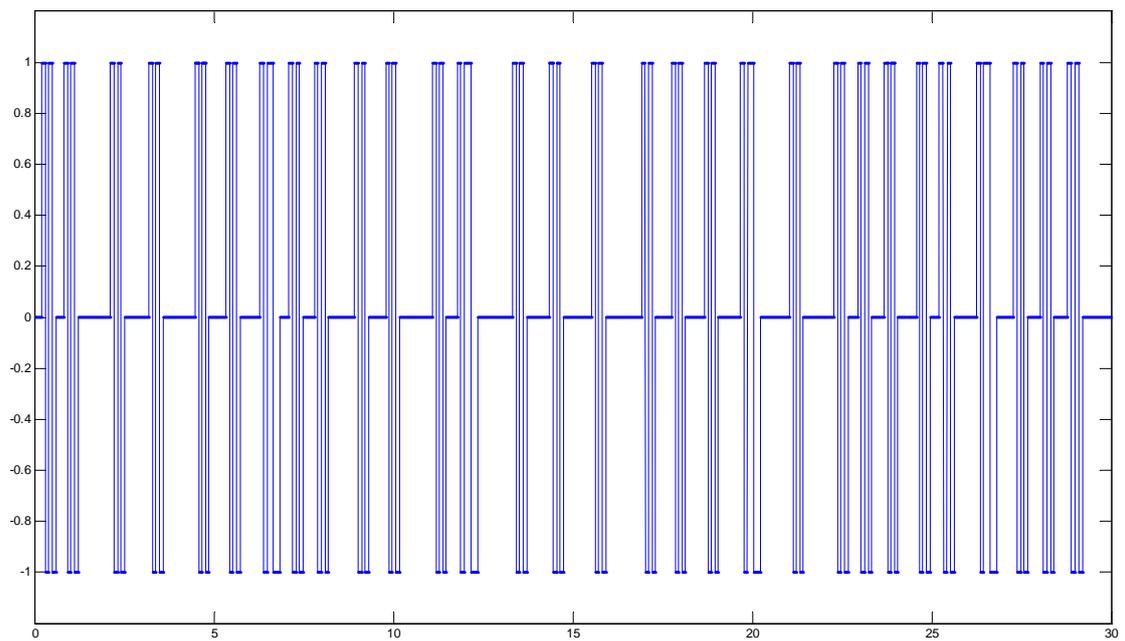
Checkboard 的配对出现所得到的刺激信号较为粗糙, 需要提取图像视觉刺激的时刻, 进一步得到较为准确的视觉刺激描述曲线。首先通过 matlab 编程抓取信号突变时刻点, 如下图 6-6 所示:



刺激时间: 秒(s)

图 6-6 视觉刺激突变点

将视觉刺激视为脉冲可得到重组后的视觉刺激曲线，如图 6-7:



刺激时间: 秒(s)

图 6-7 重组后的视觉刺激曲线图

其功率谱密度图见图 6-8:

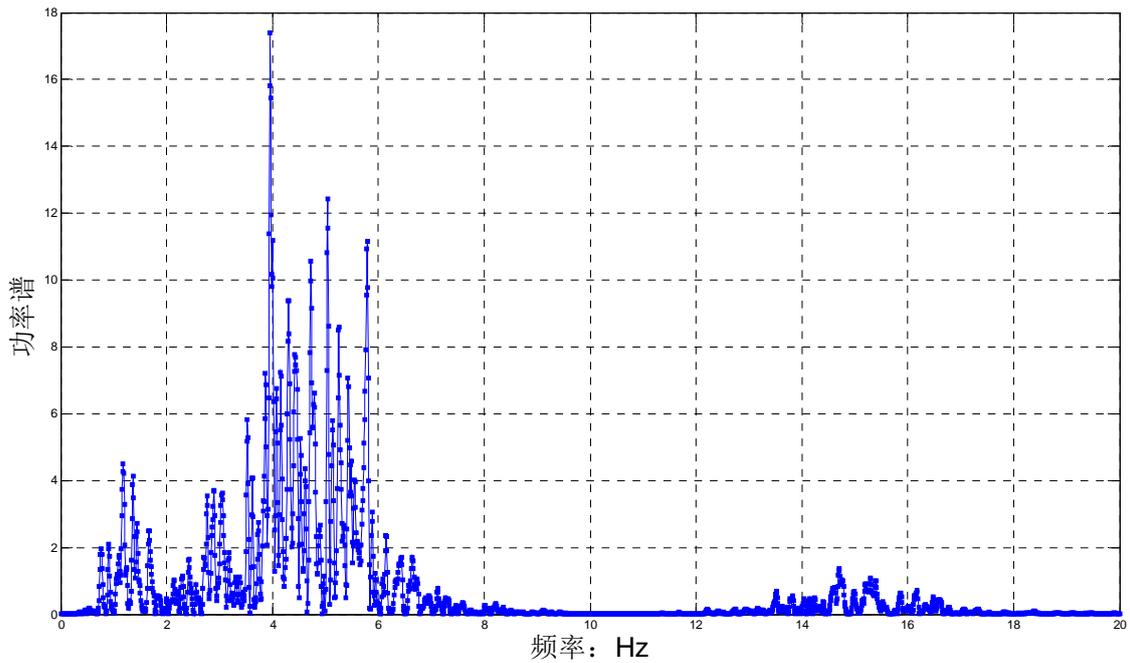


图 6-8 重组后的视觉刺激曲线的 PSD 图

确定并设置分离的边界频率为 $0.4\sim 2.0\text{Hz}$ 和 $3.5\sim 6.1\text{Hz}$ ; 在使用谱密度能量互乘分离法时, 阶数设为 3, 可以得到下图 6-9 所示的脑电波分离图。

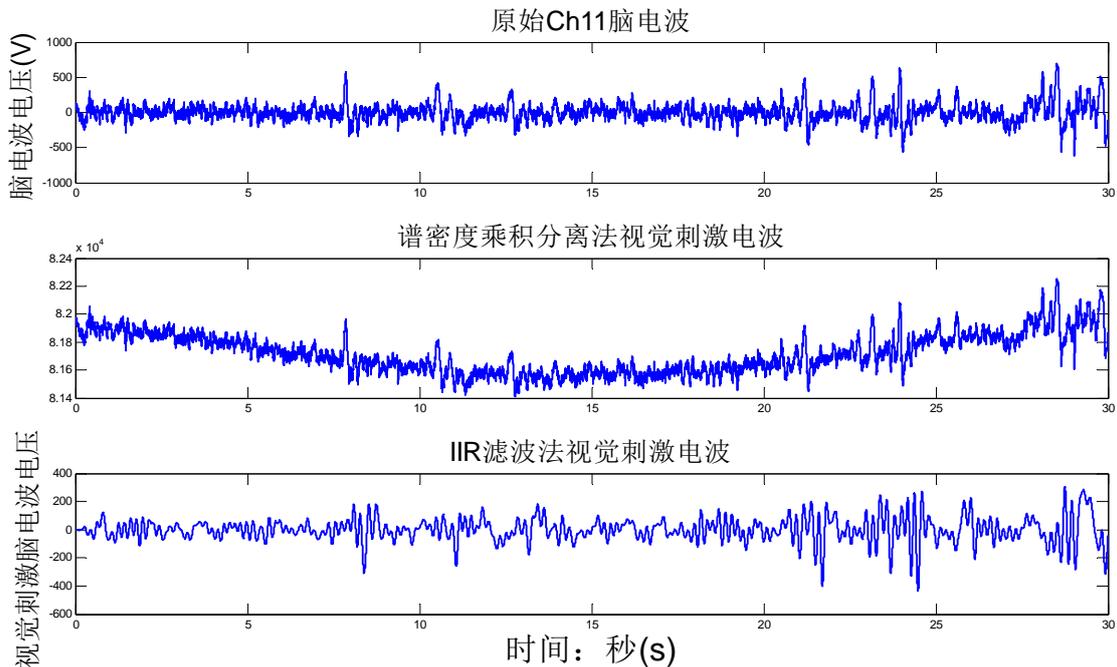


图 6-9 视觉刺激脑电波成分分离图

谱密度乘积与 IIR 数字滤波两个方法分离得到的视觉电波与原有视觉脑电波的相关性系数分别为 0.014 与 0.075。本节原始脑电波信号噪音与信号源很多, 在分析视觉刺激对应的脑电波时, 视觉刺激的特点时离散的方波, 方波在频域上的结果较平均, 单纯依靠频率来进行分离结果一般。在这个信号上, 我们采用的两个方法中 IIR 数字滤波器分离的效果较好。

由多次的分离结果可看出，谱密度乘积分离法适用于频率结果较好的刺激信号，而 IIR 滤波分离法在复杂刺激信号下效果更为理想。

### 6.2.3 脑电波成分的图形因素分析

单独对比视觉刺激信号与分离出来的刺激脑电波成分，视觉刺激一次出现两个图形，且两次图形内容相反。

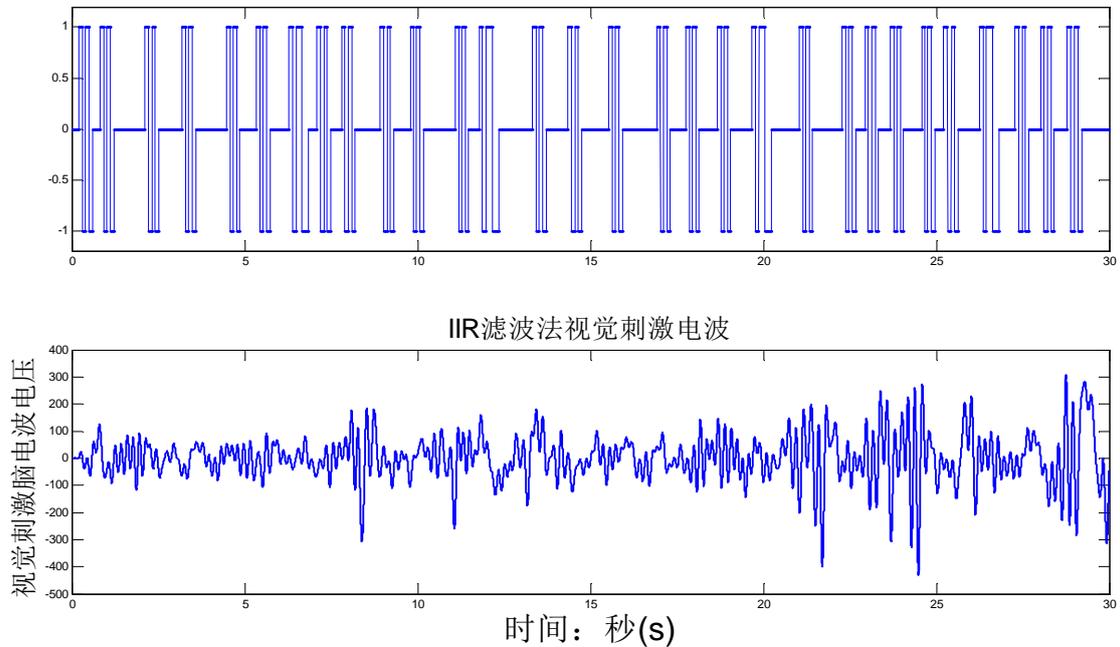


图 6-10 视觉刺激与脑电波对比

视觉刺激每次出现两个图形，其频率约为 6Hz，刺激组之间的时间间隔不确定，导致了能量其在频域上分布范围较广，难以在频率上分析出较为准确的能量集中。因此，我们转向在时域上进行观察。

分离出来的视觉刺激对应的脑电波仍有一定的噪声。观察图形形状因素，每组两次的视觉刺激造成的脑电波并不一致，第二幅图的刺激总是导致了脑电波电压的上升变化。可从第 1、2、5、8、13、17 和 25 次等视觉脉冲看出。猜测连续的两次不同图形的刺激造成了更为激烈的视觉刺激脑电波。

## 七. 模型的评价与推广

### 7.1 模型的优点

(1) 本文依靠呼吸机理建立的脑电波模型贴合实际，能够仿真出呼吸曲线及其对应的脑电波曲线，能够进行相关性对比。

(2) 本文模型在处理数据时对必要数据进行了预处理、重组仿真，提高了数据的有效实用性。

(3) 在信号分离时，设计了两种分离模型进行对比，对复杂信号的分离具有较为可靠的结果。

## 7.2 模型的缺点

- (1) 模型在分析相关性时结果不太明显。
- (2) 模型在分析视觉图形形状刺激时没能建立更准确的模型。

## 7.3 模型的推广

通过文献知道，脑电信号具有非平稳性、随机性和非线性的特点，且信号微弱，易受干扰，所以不可避免的会混入非脑神经组织产生的伪迹（干扰）成分。因此，在脑电波分离模型的构建上，我们可以将个别行为对应的脑电波（如本文中的呼吸脑电成分、视觉刺激脑电成分）当作脑电伪迹，采用基于最大信噪比的盲源分离伪迹滤波算法去滤除呼吸干扰成分，以此作为脑电分离的结果。

## 参考文献

- [1] J. Ito, S. Roy, Y. Liu, M. Fletcher, L. Lu, J. D. Boughter, S. Grun, D. H. Heck, Whisker barrel cortex delta oscillations and gamma power in the awake mouse are linked to respiration, *Nature Communication*, 2014, April.
- [2] 东杰. 呼吸中枢与呼吸调节. *中华结核和呼吸杂志*. 2000.9, 23(9): pp527-530.
- [3] 王建枝, 殷莲华, 吴立玲. *病理生理学*. 北京. 人民卫生出版社.
- [4] P. Van Hese, W. Philip, J. De Koninck, R. Van de Walle, and I. Lemahieu. Automatic detection of sleep stages using the EEG. *SIAM Journal on Optimization*. Proceedings of the 23rd Annual EMBS International Conference, Istanbul, Turkey. 2001 October 25-28.
- [5] 王晓梅. *控制工程基础*. 北京. 冶金工业出版社. pp25-30
- [6] 周钊. 脑电信号中的特征波检测研究[硕士学位论文]. 西安: 西北工业大学. 2010.
- [7] 师义民. *概率论与数理统计*. 北京. 清华大学出版社.
- [8] 刘贵忠. *小波分析及应用*[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1995: pp7-17, pp91-103.
- [9] 张贤达. *现代信号处理*. 北京. 清华大学出版社, 2002, pp65-112.
- [10] H. Monson. *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*, John Wiley & Sons Ltd, 1996
- [11] S. M. Kay. *Modem Spectral Estimation: Theory and Application*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1988, pp228-230.
- [12] P. D. Welch, The use of fast Fourier transform for the estimation of Power spectra: a method based on time averaging over short modified Periodograms, *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, vol.15(6), 1967, pp70-73.
- [13] 吴京等. *信号分析与处理*. 北京. 电子工业出版社. 2008. pp286-287, pp306.