

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题目 机动目标的跟踪与反跟踪

摘 要：

本文主要处理对机动目标的跟踪与反跟踪问题。所要解决的问题有：1，单机动目标的跟踪问题；2，目标的航迹起始、点迹航迹关联问题；3，跟踪模型对不同目标的适用性；4，目标轨迹的实时预测及着陆点估计；5，跟踪策略与反跟踪策略的博弈。

问题一分成以下 2 个步骤进行：

步骤 1，对目标的加速度进行统计分析。通过对量测数据进行曲线拟合，计算出加速度的大小。得出的结论是目标主要在 7 个时间段发生机动。

步骤 2，采用交互式多模型算法，设计模型集对目标在线跟踪。

本文尝试了 2 种模型集设计算法。算法 1 的模型集包括匀速模型（CV）、匀加速模型（CA）和匀速转弯模型（CT）。此算法是一种固定模型结构的多模型算法，没有利用目标加速度的先验信息。算法 2 采用了步骤 1 中统计出的加速度信息，设计了一种变结构多模型算法，模型集中每一个模型带有不同的加速度输入，为使局部平均，选取了 7 个最大可能的模型集。

通过对数据进行滤波处理，算法 2 的估计精度优于算法 1。

问题二包含航迹起始和点迹航迹关联 2 个问题。

航迹起始部分采用基于逻辑和一步延迟相结合的航迹起始方法，步骤如下：

首先，确定初始临时航迹点。然后，判定量测点与已有临时航迹的关联情况，新建临时航迹或者归属于当前临时航迹。最后，依据 3 个点确定一条系统航迹的准则，

来进行航迹的起始。

点迹航迹关联部分主要尝试了以下两种方法。方法一：基于数据拟合的关联算法。通过对历史航迹数据的拟合曲线进行外推，预测出当前时刻的目标可能位置，然后再根据最近邻准则进行点迹到航迹的关联。方法二：基于交互式多模型滤波的关联算法。首先采用问题一中建立的固定结构交互式多模型算法对航迹进行实时预测，将预测航迹点与下一时刻量测点迹进行比较，采用最近邻关联准则进行点迹到航迹的关联，该算法满足实时性的要求。两种算法均能较好地进行点迹航迹关联，但方法二不依赖于历史航迹数据，实时性更好。

针对点迹航迹关联问题，本文引入航迹管理的方法来起始、维持和撤销一段航迹，通过对航迹质量的控制来进行航迹管理。

问题三的求解包括以下步骤：首先，采用曲线拟合的方法对数据 3 进行分析，得出目标的机动变化规律，即加速度在上升阶段先逐渐减小，在最高点附近达到最小，在下降阶段加速度不断增大。然后，采用问题一中的跟踪模型对数据 3 进行处理得出最后的目标航迹。通过分析得知滤波航迹在上升阶段不能很好的跟踪目标。

问题四的求解包括以下步骤：首先通过对数据 3 进行分析，确定目标类型为导弹，因此采用弹道学模型对目标进行跟踪。其次，分析弹道导弹的运动特性，建立了 ECEF 坐标下简化的弹道导弹运动模型，并选择合适的状态变量推导出了弹道导弹的运动状态方程。再次，将雷达量测去偏转换到 ECEF 坐标下，建立雷达的线性观测方程。最后，基于扩展 kalman 滤波的实时估计方法，实时预测目标的运动轨迹，并对算法的复杂度进行了分析。最终预测出该目标着落点的经纬度为 $(116.3338^\circ, 39.8497^\circ)$ 。

问题五包括目标逃逸策略以及跟踪策略的应对措施。当雷达锁定目标时，目标的逃逸策略是：目标应向与雷达连线轴的垂直方向机动，并与原速度方向的夹角尽可能大。而相应的跟踪策略是：尽量减小模型失配对预测结果的影响，可以通过增大状态模型的过程噪声或者加大滤波增益来达到相应的效果。将相应的策略应用在数据 2 中，得出了此场景下逃逸策略的逃逸效果和对应跟踪策略的应对效果。

关键词：机动目标跟踪；变结构多模型；数据拟合；滤波；航迹关联；弹道模型；反跟踪

一 问题重述

1. 名词解释

目标跟踪是指根据传感器（如雷达等）所获得的测量信息，连续地对目标的运动状态进行估计，进而获取目标的运动态势及意图。

目标机动是指目标的速度大小和方向在短时间内发生变化，通常采用加速度作为衡量指标。

2. 问题背景

目标跟踪理论在军、民用领域都有重要的应用价值。在军用领域，目标跟踪是情报搜集、战场监视、火力控制、态势估计和威胁评估的基础；在民用领域，目标跟踪被广泛应用于空中交通管制，目标导航以及机器人的道路规划等行业。目标机动与目标跟踪是“矛”与“盾”的关系。

3. 问题提出

机动目标跟踪主要存在以下几个方面的难点：

(1) 描述目标运动的模型^[1,2]即目标的状态方程难于准确建立。通常情况下跟踪的目标都是非合作目标，目标的速度大小和方向如何变化难于准确描述

(2) 传感器自身测量精度有限加之外界干扰，传感器获得的测量信息^[3]如距离、角度等包含一定的随机误差，用于描述传感器获得测量信息能力的测量方程难于完全准确反映真实目标的运动特征

(3) 当存在多个机动目标时，除了要解决(1)、(2)两个问题外，还需要解决测量信息属于哪个目标的问题，即数据关联。在一定的测量精度下，目标之间难于分辨，甚至当两个目标距离很近的时候，传感器往往只能获得一个目标的测量信息。

由于存在以上多个挑战因素以及目标机动在战术上主动的优势，机动目标跟踪已成为近年来跟踪理论研究的热点和难点。尤其是随着估计理论的日趋成熟及平台能力提升，目标作常规的匀速或者匀加速直线运动时的跟踪问题已经得到很好的解决。但在实际情况中，被跟踪目标为了提高自身的生存能力，通常在被雷达锁定情况下会作规避的机动动作或者释放干扰力图摆脱跟踪，前者主要通过自身运动状态的快速变化导致雷达跟踪器精度变差甚至丢失跟踪目标，后者则通过制造假目标掩护自身，因此引入了在目标进行机动时雷达如何准确跟踪的问题。

4. 本文需要解决的问题

(1)根据附件中的 Data1. txt 数据,分析目标机动发生的时间范围,并统计目标加速度的大小和方向。建立对该目标的跟踪模型,并利用多个雷达的测量数据估计出目标的航迹。鼓励在线跟踪。

(2)附件中的 Data2. txt 数据对应两个目标的实际检飞考核的飞行包线(检飞:军队根据国家军标规则设定特定的飞行路线用于考核雷达的各项性能指标,因此包线是有实战意义的)。请完成各目标的数据关联,形成相应的航迹,并阐明你们所采用或制定的准则(鼓励创新)。如果用序贯实时的方法实现更具有意义。若出现雷达一段时间只有一个回波点迹的状况,怎样使得航迹不丢失?请给出处理结果。

(3)根据附件中 Data3. txt 的数据,分析空间目标的机动变化规律(目标加速度随时间变化)。若采用第 1 问的跟踪模型进行处理,结果会有哪些变化?

(4)请对第 3 问的目标轨迹进行实时预测,估计该目标的着落点的坐标,给出详细结果,并分析算法复杂度。

(5)Data2. txt 数据中的两个目标已被雷达锁定跟踪。在目标能够及时了解是否被跟踪,并已知雷达的测量精度为雷达波束宽度为 3° ,即在以雷达为锥顶,雷达与目标连线为轴,半顶角为 1.5° 的圆锥内的目标均能被探测到;雷达前后两次扫描时间间隔最小为 $0.5s$ 。为应对你们的跟踪模型,目标应该采用怎样的有利于逃逸的策略与方案?反之为了保持对目标的跟踪,跟踪策略又应该如何相应地变换?

二 问题分析

1. 问题一分析

问题一主要分为以下几个步骤进行:

(1) 数据预处理

由于雷达量测数据是在基于不同雷达位置的传感器极坐标下给出的,为了将三个雷达量测数据统一于一个跟踪模型中,需要将数据进行预处理,即采用坐标转换方程将基于不同雷达位置的传感器坐标系转换为 ECEF 坐标系。

(2) 数据统计分析

为了较为准确的统计出机动目标的加速度大小和机动时间范围,由于量测数据存在较大的误差,首先需要对量测数据进行拟合,本文使用 MATLAB 工具箱中的傅里叶拟合函数,将量测数据进行拟合,得到拟合曲线;然后根据拟合曲线统计机动目标的机动时间范围,以及加速度大小。

(3) 建立机动目标跟踪模型

根据前面两步的处理得出目标的量测航迹以及机动性能,针对目标的机动性能强弱,分别采用不同的模型。针对较弱机动性目标,采用单一运动模型即可;

针对较强机动性目标，则需选取多个模型进行组合，采用交互式多模型算法对机动目标进行滤波，得出最终的滤波航迹。

2. 问题二分析

问题二可以分为以下几个步骤进行：

(1) 航迹起始

根据航迹波门等航迹起始准则，建立各目标航迹起始。

(2) 航迹关联

在航迹起始之后，根据雷达量测的数据特征选择不同的航迹关联算法。如果量测数据波动不大，可采用数据拟合的外推预测算法及近邻准则进行航迹关联；如果量测数据波动较大，可以采用交互式多模型算法及近邻准则进行航迹关联。

(3) 航迹不丢失的处理

针对雷达一段时间内只有一个回波点迹的状况，为了使得航迹不丢失，可采用航迹管理等算法。

3. 问题三分析

问题三可以分为以下几个步骤进行：

(1) 数据预处理及统计分析

为了统计 Data3.txt 中空间目标的机动变化规律，采用问题一中的数据预处理及数据统计方法。

(2) 模型适用性

为了分析问题一中建立的跟踪模型能否适用于 Data3.txt 中的空间目标，首先得出目标的量测航迹，根据目标的量测航迹初步判断目标的类型为导弹还是飞机；其次，用第一问的跟踪模型对量测数据处理得到滤波航迹；最后，观察滤波航迹是否匹配目标真实航迹来判断跟踪模型的适用性。

4. 问题四分析

问题四基于对问题三的解答，要求完成的任务有：

(1) 目标轨迹实时预测

为了对目标进行实时预测，必须建立匹配目标的运动模型。首先根据第三问的分析判断目标的类型，若为飞机，采用多模型进行实时预测；若为导弹，则建立弹道模型来对目标进行实时预测。

(2) 目标着落点坐标估计

为了估计目标的着落点，首先对问题四中第一小问的模型，采用合适的预测步长来预测目标的航迹，并更新预测的时间；其次，当目标预测航迹中高度等于 0 或接近 0 时，则判断此航迹点为目标的着落点，该时刻为目标着落点的时刻。

(3) 分析算法复杂度

分别从时间复杂度和空间复杂度上进行分析。

5. 问题五分析

问题五基于对第二组数据的分析，针对实战情况下常见的跟踪与反跟踪问题进行研究。可以从以下方面展开：

(1) 机动目标反跟踪

当机动目标已经被雷达锁定跟踪时，为了逃离雷达跟踪，应该制定有利的逃逸策略与方案。首先，应该分析给定的雷达测量参数，建立雷达观测数学模型；其次，结合机动目标历史量测从数学角度分析如何选择最优逃逸路线；最后应该分析雷达跟踪机动目标的物理原理，干扰雷达信号接收从而可以有效逃逸。

(2) 应对反跟踪的变换策略

就雷达观测来说，为了保持对目标的跟踪，应制定灵活的跟踪策略。首先，可以根据已建立的跟踪模型预判机动目标飞行轨迹，从而调整观测雷达姿态，以取得以机动目标为中心的更大观测范围，保持较好跟踪；其次，可以根据空间目标机动特性来建立更加适用的跟踪模型。

三 模型建立与求解

1. 问题一解答

1.1 数据预处理

由于 Data1.txt 给出的量测数据是在基于不同雷达传感器坐标系下得到的，为了便于建立统一的跟踪模型，首先需要对数据进行预处理，即坐标系转换。一般为了减少非线性，模型建立都是在心地固坐标系中完成的。数据预处理是后续数据分析与建立跟踪模型的前提。主要包括由传感器坐标系转换为东北天（ENU）坐标系、由东北天坐标系转换为心地固（ECEF）坐标系^[4]。

(1) 由传感器极坐标系转换为东北天坐标系

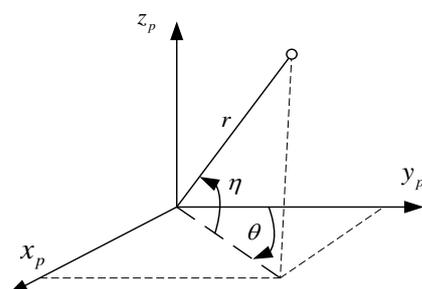


图 1-1 由传感器坐标系到东北天坐标

传感器对目标的量测在极坐标系完成，获得目标的距离、方位角和高低角（ $r \theta \eta$ ），如图 1-1 所示，注意角度的取向。其中东北天坐标系是 $(x_p \ y_p \ z_p)$ ，构成右手系。其转换关系是

$$X_p = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \sin \theta \cos \eta \\ r \cos \theta \cos \eta \\ r \sin \eta \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

经过第一步转换的坐标系以传感器为坐标原点，传感器中心点与当地纬度切线方向指向东为 x 轴，传感器中心点与当地经度切线方向指向北为 y 轴，地心与传感器中心连线指向天向的为 z 轴。符合东北天（ENU）坐标系的定义。

(2) 由东北天坐标系转换为心地固（ECEF）坐标系

假定雷达传感器中心在大地坐标的位置是 (λ_s, l_s, h_s) （经、纬、高），则该中心在 ECEF 坐标系中的位置是

$$\begin{cases} x_s = (C + h_s) \cos l_s \cos \lambda_s \\ y_s = (C + h_s) \cos l_s \sin \lambda_s \\ z_s = (C(1 - e^2) + h_s) \sin l_s \end{cases} \quad (1-2)$$

其中，

$$C = \frac{E_q}{(1 - e^2 \sin^2 l_s)^{1/2}} \quad (1-3)$$

而 e 和 E_q 分别是地球偏心率和地球半径。

又假定目标在东北天坐标系的位置是 (x_l, y_l, z_l) ，此时 (x_l, y_l, z_l) 坐标系与 (x, y, z) 坐标系即 ECEF 坐标系的关系如图 4-1-2 所示，其旋转变换角分别为 λ_s （经度）和 l_s （纬度）。

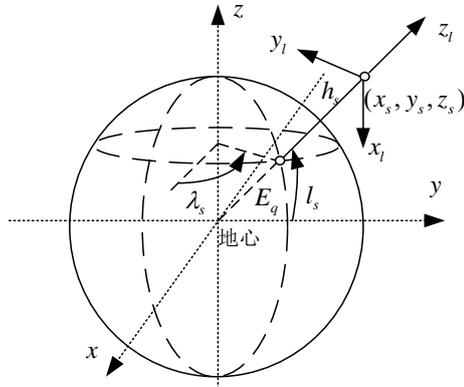


图 1-2 东北天坐标系与 ECEF 坐标系

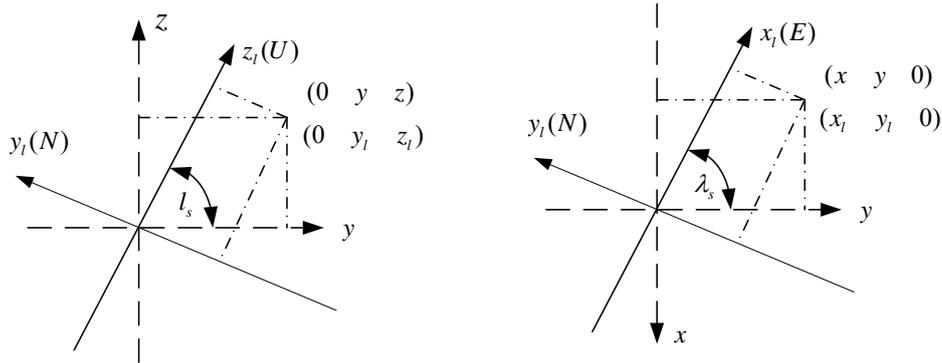
坐标系即 ECEF 坐标系的关系如图 4-1-2 所示，其旋转变换角分别为 λ_s （经度）和 l_s （纬度）。

坐标变换关系为

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_l \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} = R_l X_l \quad (1-4)$$

其中 R_l 表示由东北天坐标系到 ECEF 坐标

系的旋转变换，即



(a) 纬度角旋转

(b) 经度角旋转

图 1-3 东北天坐标系到 ECEF 坐标系的旋转变换

$$R_l = \begin{bmatrix} -\sin \lambda_s & \cos \lambda_s & 0 \\ \cos \lambda_s & \sin \lambda_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin l_s & \cos l_s \\ 0 & \cos l_s & \sin l_s \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\sin \lambda_s & -\sin l_s \cos \lambda_s & \cos l_s \cos \lambda_s \\ \cos \lambda_s & -\sin l_s \sin \lambda_s & \cos l_s \sin \lambda_s \\ 0 & \cos l_s & \sin l_s \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

再考虑由于雷达传感器中心并不在 ECEF 坐标系中的原点，实际的变换公式是

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_t \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = R_t X_l + X_s \quad (1-6)$$

此处 (x_s, y_s, z_s) 表示雷达传感器中心在 ECEF 坐标系中的位置，而 (λ_s, l_s, h_s) 则表示雷达传感器中心在大地坐标系的位置。转换后得到的量测航迹如下：

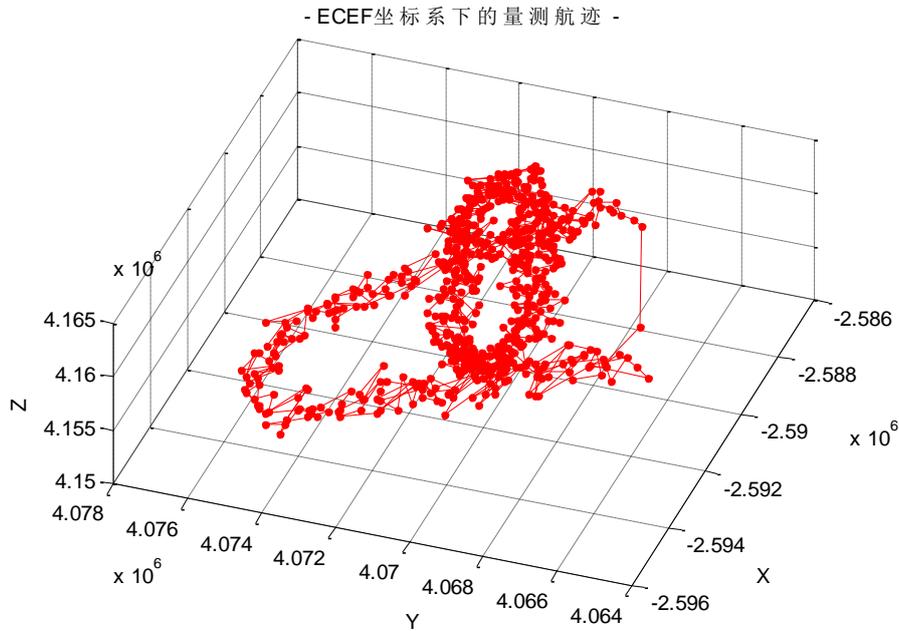


图 1-4 ECEF 坐标的量测航迹图

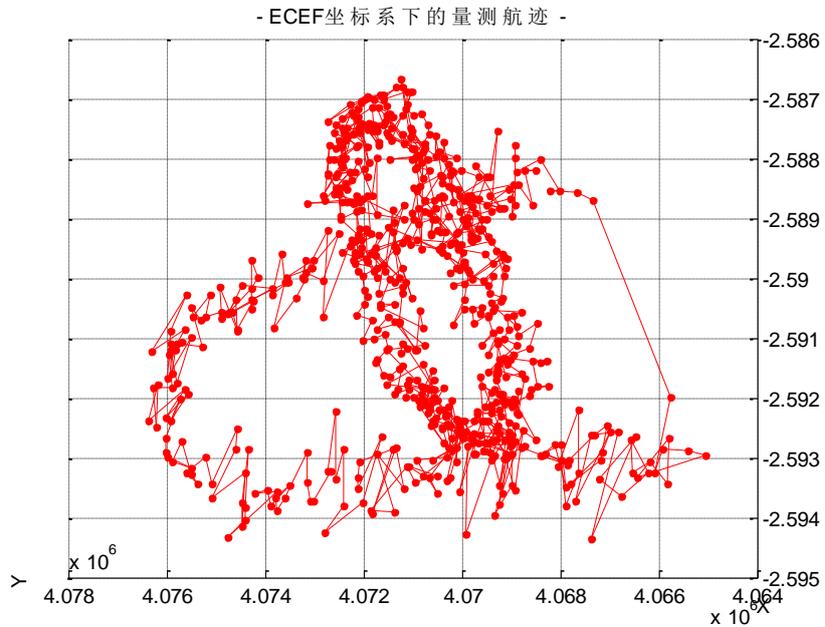


图 1-5 ECEF 坐标系的量测航迹俯视图

图 1-4 为目标在 ECEF 坐标系下的量测航迹图，图 1-5 为由 Z 轴向 XOY 片面的俯视图，从量测航迹图不难看出目标发生了一定程度的机动。

1.2 数据统计分析

第一步数据预处理后得到了在 ECEF 坐标系下的量测数据,由于传感器自身精度有限加之外界干扰,传感器获得的测量信息都包含一定的随机误差。因此,首先要对量测数据进行数据拟合,以减少随机误差对统计结果的影响,然后,再根据拟合数据分析目标机动发生的时间范围,统计目标加速度大小和方向。

(1) 数据拟合

本文使用 MATLAB 工具箱进行数据拟合,分别尝试了三角函数拟合、高斯函数拟合、傅里叶函数拟合等多种拟合方法,综合对比拟合效果得出,针对所给数据,将量测数据分三部分使用 8 阶傅里叶函数拟合效果最佳。拟合曲线是将量测数据根据雷达编号分为三部分,分别对 X、Y、Z 三个方向上的距离-时间量测值进行拟合,得到一条平滑的距离-时间拟合曲线。三部分的拟合曲线分别对应图 1-6、图 1-7 和图 1-8。

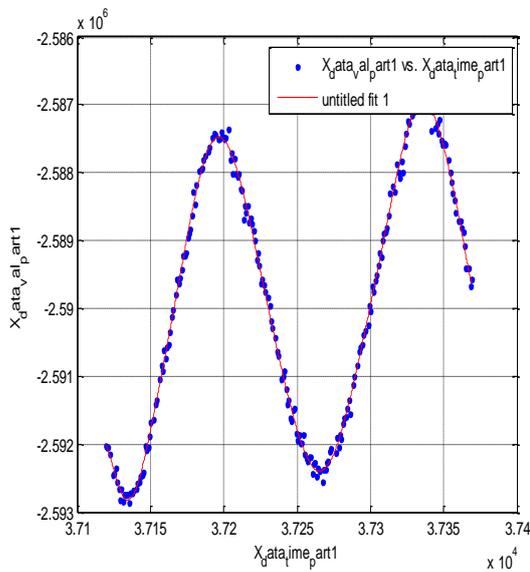


图 1-6(x)

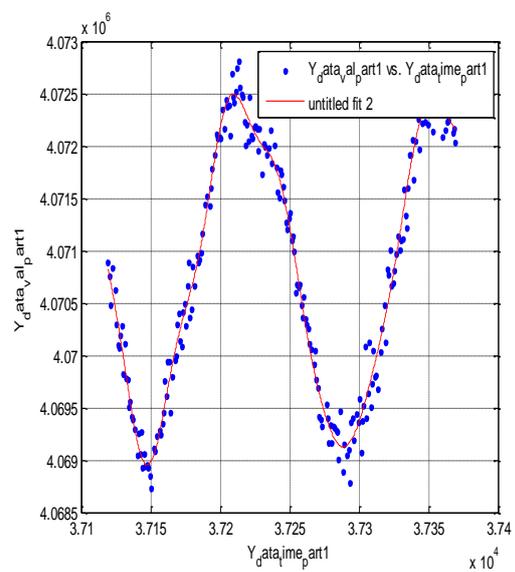


图 1-6(y)

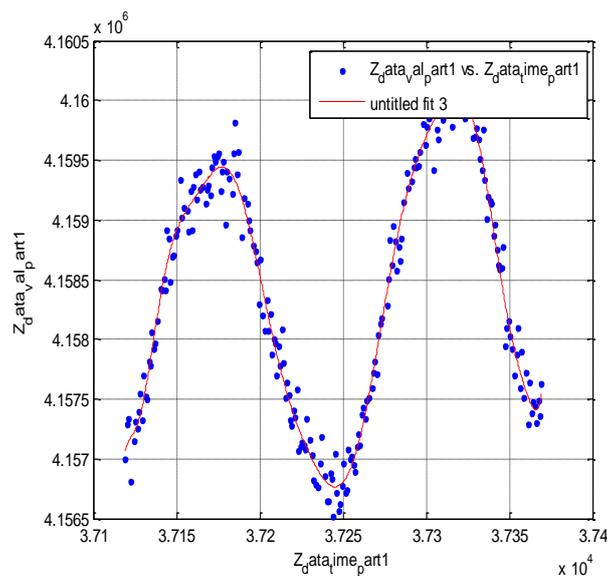


图 1-6(z)

图 1-6 雷达一在 X、Y、Z 三个方向上的量测-拟合曲线

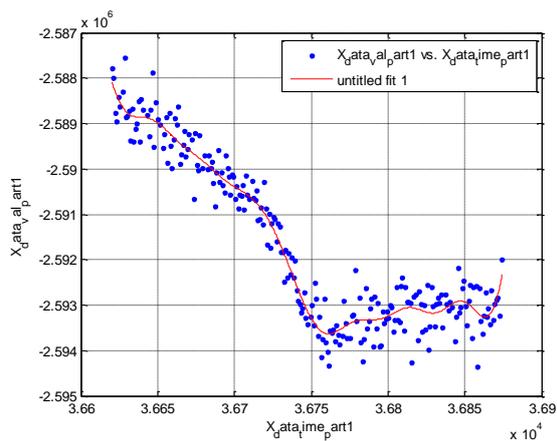


图 1-7(x)

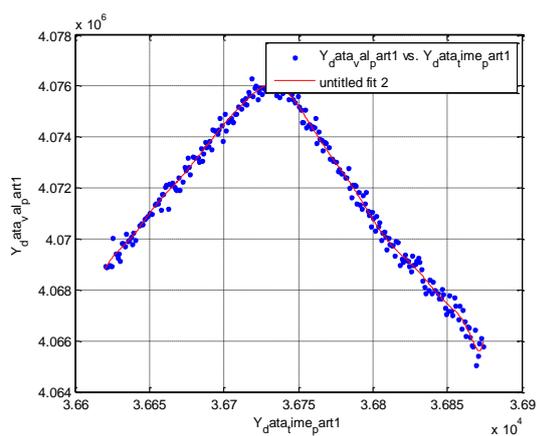


图 1-7(y)

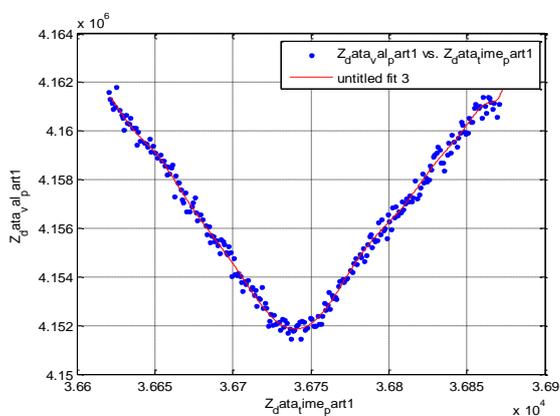


图 1-7(z)

图 1-7 雷达二在 X、Y、Z 三个方向上的量测-拟合曲线

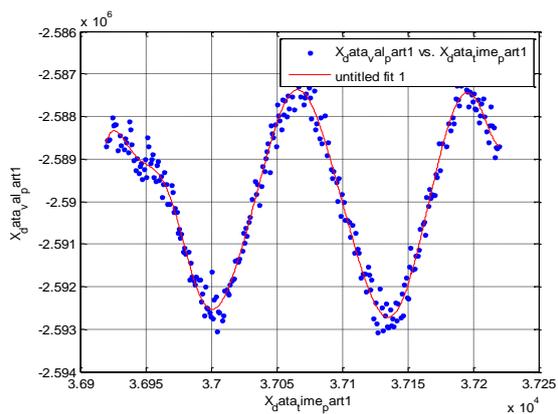


图 1-8(x)

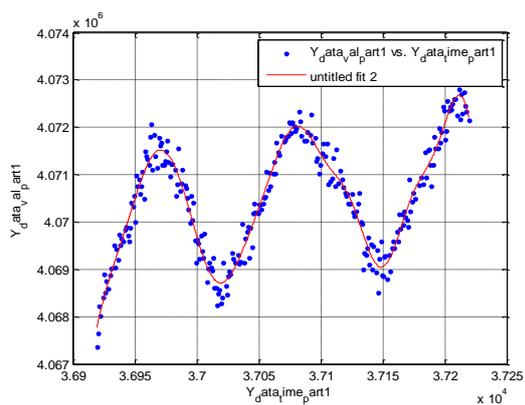


图 1-8(y)

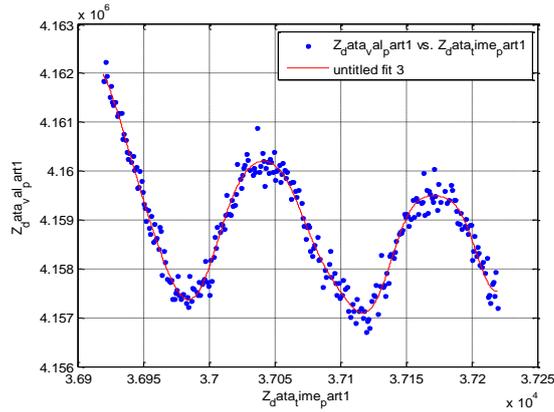


图 1-8(z)

图 1-8 雷达三在 X、Y、Z 三个方向上量测-拟合曲线

由以上测量-拟合曲线可知,使用 8 阶傅里叶函数拟合法拟合量测数据可以较好的减少随机误差的影响,有利于后续的目标机动情况分析。

(2) 统计分析目标机动情况

由于使用 8 阶傅里叶函数拟合法分别得到了 X、Y、Z 三个方向上的距离-时间拟合曲线,因此对目标机动情况分析时,使用拟合值代替量测值,可以得到更为准确的统计数据。根据速度的定义可知:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x / \Delta t \\ \Delta y / \Delta t \\ \Delta z / \Delta t \end{bmatrix} \quad (1-7)$$

因此对距离-时间拟合曲线在 X、Y、Z 三个方向上分别求导可以得到 X、Y、Z 三个方向上的分速度 V_x 、 V_y 、 V_z 。再根据加速度定义有:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta V_x / \Delta t \\ \Delta V_y / \Delta t \\ \Delta V_z / \Delta t \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

因此对求得的速度-时间曲线在 X、Y、Z 三个方向上分别求导可以得到 X、Y、Z 三个方向上的分加速度 a_x 、 a_y 、 a_z 。根据分速度和分加速度合成即可得到合速度与合加速度。对雷达一、二、三分别处理得到数据,再将三个雷达的数据合成至一幅图中便于分析,得到数据如下:

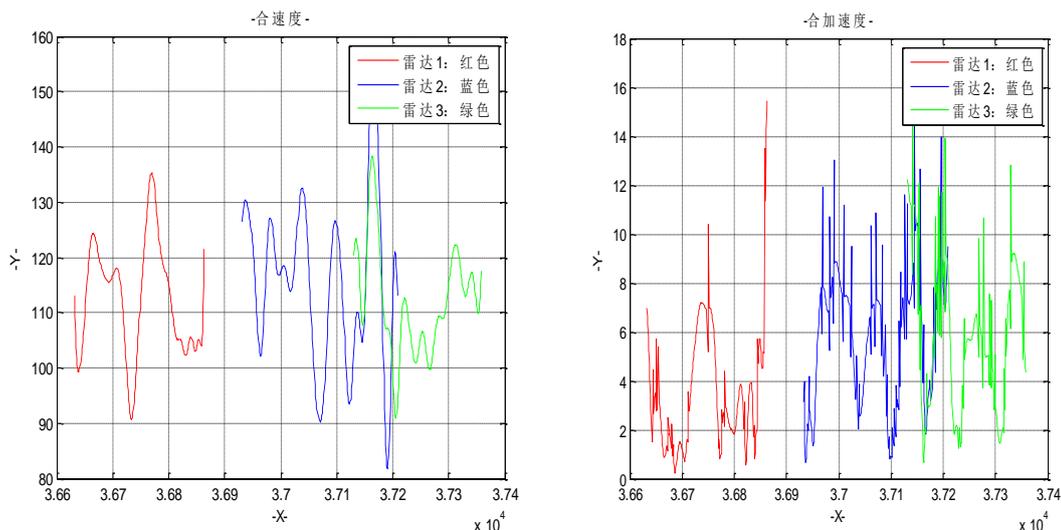


图 1-9 机动目标的合速度、合加速度曲线

分析三个雷达数据和合加速度可知，除去开始、结尾以及缺失数据导致的合速度曲线误差之外，机动目标的合加速度有一定的变化规律。在航迹起始阶段，和加速度有一个逐渐减小的趋势，在时间为 36770s 附近合加速度减小至最低，然后逐渐增大，在时间为 36750s 附近合加速度增大至最大，然后又逐渐减小，随后保持这样的变化规律，出现 7 个波峰值。

目标机动是指目标的速度大小和方向在短时间内发生变化，通常采用加速度作为衡量指标。由于量测数据存在随机误差，即使使用拟合数据也不能完全消除误差的影响，为了更好的反映目标速度在短时间内发生变化，本文考虑设置一个阈值，加速度大于阈值的点我们视作目标发生机动的点，加速度小于阈值的点我们视作目标未发生机动。设置阈值后的合加速度-时间曲线如下图所示：

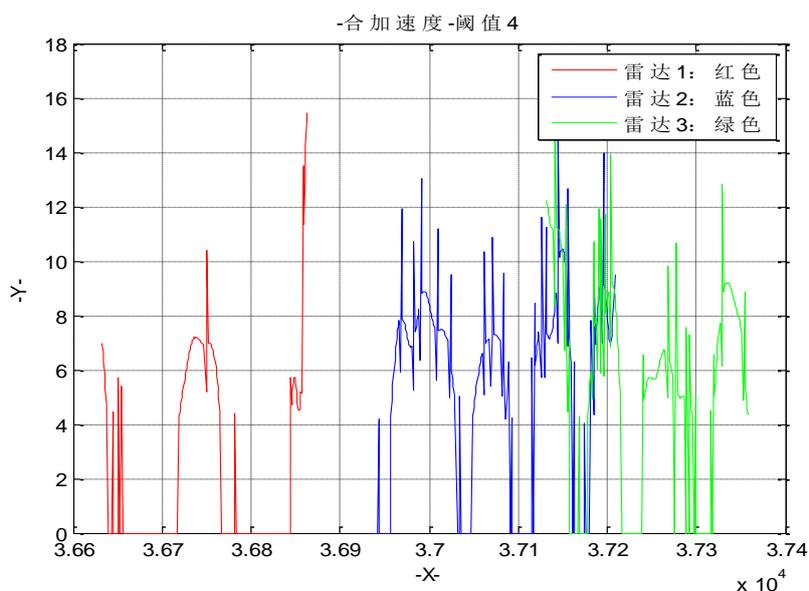


图 1-10 设置阈值的合加速度-时间曲线

综合三个雷达的不同数据，结合图（1-10）可以得到目标发生机动的时间范围如下表所示：

表 1-1 目标机动时间范围统计表

时间区间	(36716, 36764)	(36956, 37034)	(37047, 37092)	(37115, 37162)
时间区间	(37179, 37216)	(37236, 37296)	(37316, 37369)	

注：时间区间单位为 s，阈值设置为 $4m/s^2$

使用 MATLAB 将三个雷达的拟合数据合并在一起可以直观的得到一个加速度-时间曲线，详细反映了机动目标加速度的大小变化。合加速度大小-时间曲线如下图所示，方向为在 X、Y、Z 坐标轴上分加速度的矢量和。

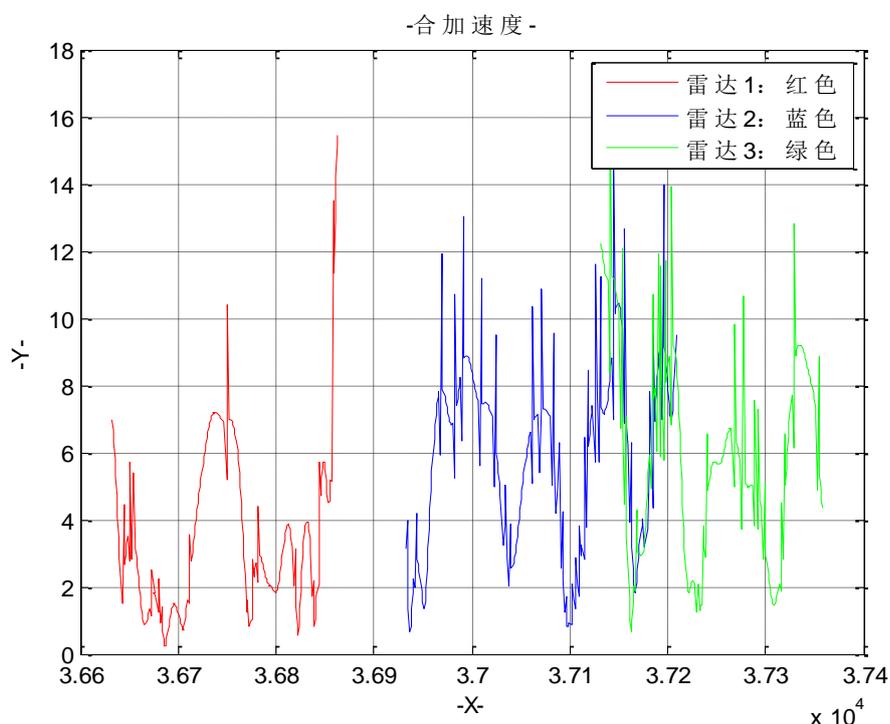


图 1-11 统计机动目标合加速度

1.3 算法一 固定结构多模型算法

1.3.1 建立机动目标跟踪模型

任何跟踪算法特别是卡尔曼滤波理论都是以数学模型为基础的，所以有必要对目标跟踪的数学模型进行讨论。建立目标跟踪的数学模型时，一般的原则是使所建立的模型既要符合目标的实际，又要便于实时性处理。当目标作非机动运动时，目标的运动模型很容易建立；但对于机动运动目标，理想的建模变得十分困难。因为大多数情况下，我们对目标机动的先验知识了解很少，很难用数学表达式精确表示，只能在各种假设条件下用近似方法予以描述。本节给出用以描述机动目标运动的主要的数学模型^[5]。

(1) 目标的运动模型

一个混合的系统由基态和会跳变的模型组成。其中，基态是系统不变的状态，而每一个模型代表着系统一个可能的模式。对于多模型系统，对混合系统的评估，控制，建模是它的基础。因此，对模型的效率，鲁棒性，通用性都是有要求的。在模型集选

择的方法中，尝试着通过一个模型集能完全覆盖系统的模式，并能通过每个模型的输出得到系统的输出。

正如前面分析的，对雷达所跟踪的目标，即机动目标，它的运动特性是不可预知的，即随时间变化而改变，故一般很难为目标建立单一的准确的模型。通常的解决方案为选取多个模型进行组合，使得组合后的混合交互模型能够较好的逼近目标的真实运动模型。这种想法采用多个模型，需要较少的先验信息，因而对于目标运动状态多变的情况具有良好的适应性。我们选取的运动模型有以下三种，并假设目标的状态设为：

$$\mathbf{x}_k = [x_k, \dot{x}_k, \ddot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_k, z_k, \dot{z}_k, \ddot{z}_k]^T$$

1) 匀速直线运动模型 (CV)

$$\Phi_{R,k}^{(1)} = \text{diag}(\Phi_1, \Phi_1, \Phi_1), \Phi_1 = \begin{bmatrix} 1 & T_R & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

2) 匀加速运动模型 (CA)

$$\Phi_{R,k}^{(2)} = \text{diag}(\Phi_2, \Phi_2, \Phi_2), \Phi_2 = \begin{bmatrix} 1 & T_R & T_R^2/2 \\ 0 & 1 & T_R \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

$$\mathbf{Q}_{R,k}^{(2)} = \text{diag}(\mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_2) \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} T_R^5/20 & T_R^4/8 & T_R^3/6 \\ T_R^4/8 & T_R^3/3 & T_R^2/2 \\ T_R^3/6 & T_R^2/2 & T_R \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

3) 匀速转弯运动模型 (CT)

该模型涉及到一个重要变量：转弯角速率 ω 。而我们知道， ω 是不可预知的。这就需要对其进行估计。但是如果将 ω 作为一个状态变量，与整体滤波一起进行估计，则将大大增加整体算法的计算复杂度。本文对 ω 单独进行估计。根据力学公式有：

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} \quad (1-12)$$

其中：

- \mathbf{a} —— 加速度向量；
- \mathbf{v} —— 速度向量；
- $\boldsymbol{\Omega}$ —— 角速度向量。

$$\omega = \|\boldsymbol{\Omega}\| = \frac{\|\mathbf{a}\|}{\|\mathbf{v}\|} = \frac{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \quad (1-13)$$

则 CT 模型对应的状态转移矩阵为：

$$\Phi_{R,k}^{(3)} = \text{diag}(\Phi_3, \Phi_3, \Phi_3), \Phi_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega T_R}{\omega} & \frac{1 - \cos \omega T_R}{\omega^2} \\ 0 & \cos \omega T_R & \frac{\sin \omega T_R}{\omega} \\ 0 & -\omega \sin \omega T_R & \cos \omega T_R \end{bmatrix} \quad (1-14)$$

过程噪声矩阵为：

$$\mathbf{Q}_{R,k}^{(3)} = \text{diag}(\mathbf{Q}_3, \mathbf{Q}_3, \mathbf{Q}_3) \quad (1-15)$$

其中：

$$Q_3 = \begin{bmatrix} \frac{6\omega T_R - 8\sin\omega T_R + \sin 2\omega T_R}{4\omega^5} & \frac{2\sin^4(\omega T_R/2)}{\omega^4} & \frac{-2\omega T_R + 4\sin\omega T_R - \sin 2\omega T_R}{4\omega^3} \\ \frac{2\sin^4(\omega T_R/2)}{\omega^4} & \frac{2\omega T - \sin 2\omega T_R}{4\omega^3} & \frac{\sin^2\omega T_R}{2\omega^2} \\ \frac{-2\omega T_R + 4\sin\omega T_R - \sin 2\omega T_R}{4\omega^3} & \frac{\sin^2\omega T_R}{2\omega^2} & \frac{2\omega T_R + \sin 2\omega T_R}{4\omega} \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

(2) 目标的量测模型

在雷达跟踪系统中，目标动态模型通常在笛卡尔坐标系中进行建模，而雷达量测一般在球坐标系中得到，这样雷达目标跟踪就会成为一个非线性估计问题。解决这一问题的一类方法就是在混合坐标系下进行跟踪，主要方法为 EKF 和二阶 EKF，但是这种方法可能会在目标运动状态估计及相应误差协方差阵的计算中引入较大误差，从而导致滤波器性能变差甚至发散。解决这一问题的另一种方法就是转换量测卡尔曼滤波（CMKF）算法，即先将雷达量测通过坐标变换变成笛卡尔坐标系中量测的伪线性形式，然后估计转换量测误差的前两阶矩并基于卡尔曼滤波完成目标跟踪。本文使用的就是基于三维去偏量测转换的 CMKF 算法。

在球坐标系中，相对于目标的真实斜距 r 、方位角 θ 和俯仰角 η ，雷达量测得到的斜距 r_m ，方位角 θ_m 和俯仰角 η_m 可以被定义为

$$\begin{cases} r_m = r + \tilde{r} \\ \theta_m = \theta + \tilde{\theta} \\ \eta_m = \eta + \tilde{\eta} \end{cases} \quad (1-17)$$

其中，假定斜距量测误差 \tilde{r} ，方位角误差 $\tilde{\theta}$ 和俯仰角误差 $\tilde{\eta}$ 为相互独立，均值为零的高斯噪声，标准差分别为 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\eta$ 。球坐标系中的量测通过公式 (1-1) 可以转换为笛卡尔坐标系中的量测。

具体的雷达三维去偏量测转换公式见参考文献[6]，最后得到在 ECEF 坐标下的量测模型是线性的，为下式：

$$Z_k = HX + v_k$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-18)$$

其中， Z_k 是转换到 ECEF 坐标系下的量测。

(3) 交互式多模型（IMM）滤波算法

在强机动目标情况下，需要利用已有航迹的量测进行状态估计，从而实现跟踪维持，获得目标的准确航迹。在这一部分我们选用的是交互式多模型（Interactive MM, IMM）算法实现跟踪维持^[7]。在不太复杂的机动场景中，得到了成功的应用。

交互式多模型（IMM）算法是 Blom 和 Bar-Shalom 在广义伪贝叶斯算法基础上，提出的一种具有 Markov 切换系数的算法。IMM 是一种有效的混合估计方案，现在该算法已经被应用在许多实际问题。为了计算 k 时刻的目标状态，需要首先计算各个滤波器模型的估计状态，但是考虑到每个模型滤波器都可能是下一时刻的目标状态的组成部分，需要对各个滤波器的结果进行融合来得到更接近于真实状态的估计。每个滤波器使用的初始条件是前一时刻的各自模型的滤波结果^[8]。当前对强机动目标跟踪的算法研究也主要集中于此。

状态模型：

$$\begin{cases} X_k = F[M(k)]X_{k-1} + W[k-1, M(k)] \\ Z_k = H[F(k)]X_k + V[k, M(k)] \end{cases} \quad (1-19)$$

模型的跳变规律服从马尔科夫链：

$$P\{M(k) = M_j / M(k-1) = M_i\} = p_{ij} \quad (1-20)$$

式中： p_{ij} 是根据马尔科夫链，系统由模型 i 转移到模型 j 的转移概率。

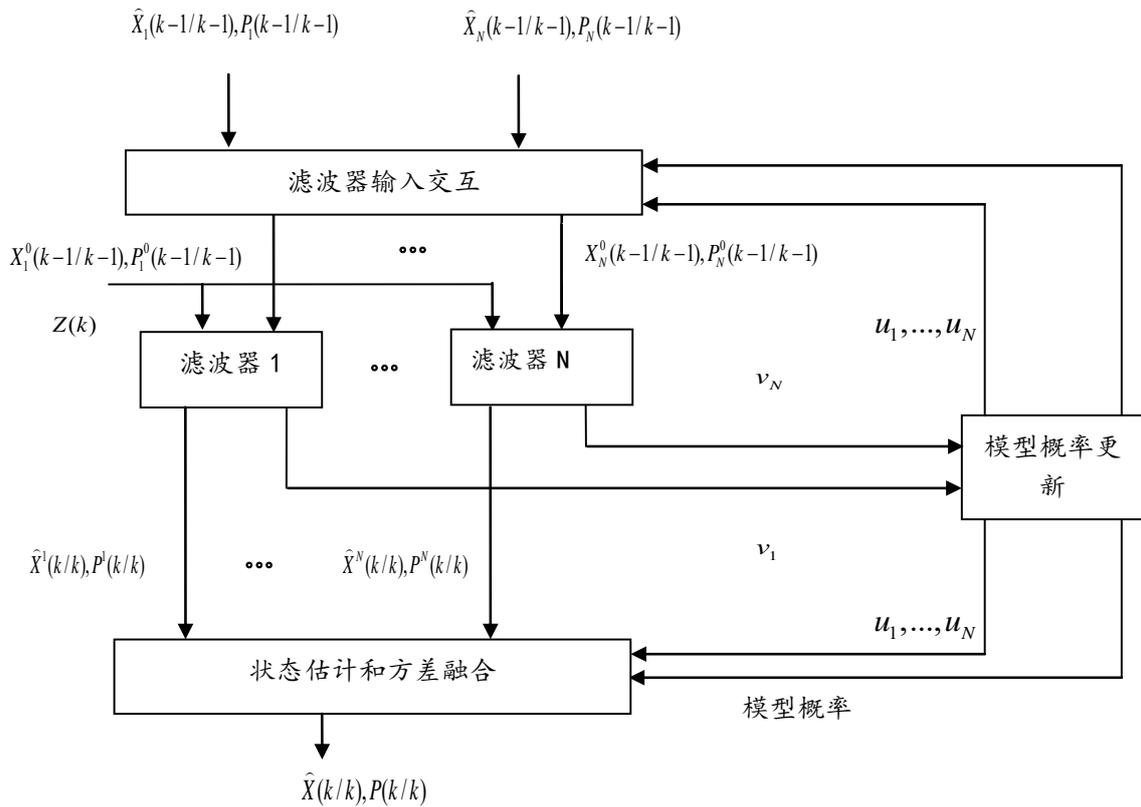


图 1-12^[9] IMM 算法流程图

IMM 算法包含交互作用器、线性卡尔曼滤波器、估计混合器以及模型概率的估计器这四方面，其流程图如 1-12 所示，图中 \hat{X}^j 是滤波器 j 的状态估计，为 N 个估计值的加权， P^j 是滤波器 j 的方差，作为交互后结果，滤波器 j 的初始输入值， Z 是测

量值， v_j 是 j 的滤波残差， u_j 是 j 的匹配概率。

该算法从 $k-1$ 时刻开始到 k 的步骤^[10] 如下：

交互初值输入：系统模型的转移为一个 Markov 链，其概率是 π_{ij} ，且 $0 < \pi_{ij} < 1$ ，

$\sum \pi_{ij} = 1$ ，那么滤波器 j 经过交互后在 k 时的初值如下：

$$\begin{aligned}\widehat{X}^{oj}(k-1/k-1) &= \sum_{i=1}^N \widehat{X}^i(k-1/k-1)u_{ij}(k-1) \\ P^{oj}(k-1/k-1) &= \sum_{i=1}^N [P^i(k-1/k-1) + (\widehat{X}^i(k-1/k-1) \\ &\quad - \widehat{X}^{oj}(k-1/k-1))(\widehat{X}^i(k-1/k-1) \\ &\quad - \widehat{X}^{oj}(k-1/k-1))^T]u_{ij}(k-1)\end{aligned}\quad (1-21)$$

其中：

$$u_{ij}(k-1) = \frac{1}{\bar{C}_j} \pi_{ij} u_i(k-1)$$

$$\bar{C}_j = \sum_{i=1}^N \pi_{ij} u_i(k-1)$$

IMM 估计算法是递推的，每步递推包含以下四个部分：

1) 模型条件重初始化

① 混合概率

$$u_{k-1|k-1}^{(i,j)} = P(m_{k-1}^{(i)} | m_k^{(j)}, Z^{k-1}) = \frac{1}{\bar{c}_j} \pi_{ij} u_{k-1}^{(i)}, i, j = 1, 2, \dots, r \quad (1-22)$$

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^r \pi_{ij} u_{k-1}^{(i)} \quad (1-23)$$

② 混合估计，即对于 $j=1, 2, \dots, r$ ，重初始化的状态与协方差阵按混合估计分别是

$$\widehat{x}_{k-1|k-1}^{(j)} = E(x_{k-1} | m_k^{(j)}, Z^{k-1}) = \sum_{i=1}^r \widehat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} u_{k-1}^{(i,j)} \quad (1-24)$$

$$P_{k-1|k-1}^{(j)} = \sum_{i=1}^r [P_{k-1|k-1}^{(i)} + (\widehat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} - \widehat{x}_{k-1|k-1}^{(j)})(\widehat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} - \widehat{x}_{k-1|k-1}^{(j)})^T] u_{k-1}^{(i,j)} \quad (1-25)$$

2) 模型条件滤波。在给定重初始化的状态和协方差阵的前提下，在获得的量测 z_k 之后，进行状态估计更新。

① 状态预测 即对于 $i=1, 2, \dots, r$ 分别计算：

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k-1}^{(i)} &= F_{k-1}^{(i)} \hat{x}_{k-1|k-1}^{(i)} + \Gamma_{k-1}^{(i)} \bar{w}_{k-1}^{(i)} \\ P_{k|k-1}^{(i)} &= F_{k-1}^{(i)} P_{k-1|k-1}^{(i)} (F_{k-1}^{(i)})^T + \Gamma_{k-1}^{(i)} Q_{k-1}^{(i)} (\Gamma_{k-1}^{(i)})^T\end{aligned}\quad (1-26)$$

② 量测预测残差及协方差阵计算 即对于 $i=1,2,\dots,r$ ，分别计算：

$$\begin{aligned}\tilde{z}_k^{(i)} &= z_k - H_k^{(i)} \hat{x}_{k|k-1}^{(i)} - \bar{v}_k^{(i)} \\ S_k^{(i)} &= H_k^{(i)} P_{k|k-1}^{(i)} (H_k^{(i)})^T + R_k^{(i)}\end{aligned}\quad (1-27)$$

同时计算与 $m_k^{(i)}$ 匹配的似然函数：

$$\Lambda_k^{(i)} = p(z_k | m_k^{(i)}, Z^{k-1}) = |2\pi S_k^{(i)}|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} (\tilde{z}_k^{(i)})^T (S_k^{(i)})^{-1} \tilde{z}_k^{(i)}\right\}\quad (1-28)$$

③ 滤波更新

$$\begin{aligned}K_k^{(i)} &= P_{k|k-1}^{(i)} (H_k^{(i)})^T (S_k^{(i)})^{-1} \\ \hat{x}_{k|k}^{(i)} &= \hat{x}_{k|k-1}^{(i)} + K_k^{(i)} \tilde{z}_k^{(i)} \\ P_{k|k}^{(i)} &= P_{k|k-1}^{(i)} - K_k^{(i)} S_k^{(i)} (K_k^{(i)})^T\end{aligned}\quad (1-29)$$

④ 模型概率更新

$$u_k^{(i)} = P(m_k^{(i)} | Z^k) = \frac{1}{c} \Lambda_k^{(i)} \bar{c}_i, i=1,2,\dots,r\quad (1-30)$$

⑤ 估计融合。

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k} &= \sum_{i=1}^r \hat{x}_{k|k}^{(i)} u_k^{(i)} \\ P_{k|k} &= \sum_{i=1}^r [P_{k|k}^{(i)} + (\hat{x}_{k|k} - \hat{x}_{k|k}^{(i)}) (\hat{x}_{k|k} - \hat{x}_{k|k}^{(i)})^T] u_k^{(i)}\end{aligned}\quad (1-31)$$

1.3.2 模型求解

基于交互式多模型滤波算法的跟踪模型建立成功后，本文使用该模型对 Data1.txt 所给数据进行滤波，滤波效果如下图所示：

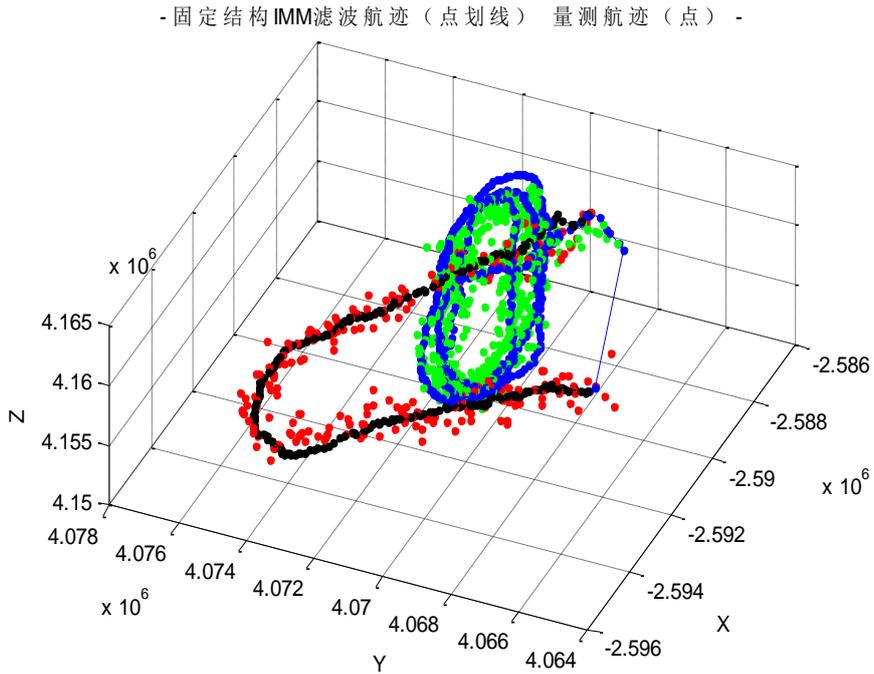


图 1-13 ECEF 坐标系下固定结构多模型 IMM 滤波航迹

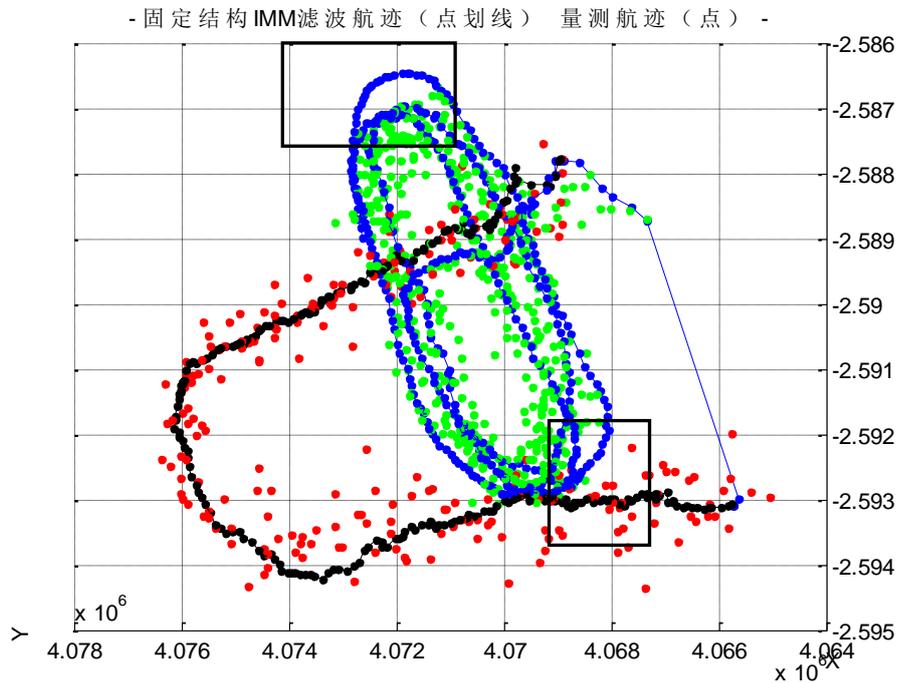


图 1-14 ECEF 坐标系的滤波航迹俯视图

图 1-13 为固定结构多模型 IMM 滤波航迹，图 1-14 为由 Z 轴向 XOY 片面的俯视图。图中黑色为根据传感器 1 量测值得滤波航迹，蓝色为根据传感器 2 和传感器 3 的滤波航迹。由图 1-13 和图 1-14,可以得出我们建立的跟踪模型能够很好的实时跟踪目标。并且由图 1-14 可以看出，在后面的滤波航迹中，主要是黑色方框所示的区域，

由于目标做较强的转弯机动，跟踪航迹发生超调，没能跟踪上目标。

1.4 算法二 变结构多模型

1.4.1 变结构多模型的原理^[11]

由于固定结构的多模型方法对于算法量以及精度方面难以协调，因此提出了一种变结构多模型算法（VSMM），其具有着自适应能力。而增加期望模型的估计基本思想就是扩展原模型集，采用期望模型进行增扩来获取新模型集，在K+1时刻的期望模型集如（1-31）所示。

$$E_{t+1} = E(M_k : M_{k1}, M_{k1}, \dots, M_{kq}) = (\bar{m}_{k1}, \bar{m}_{k2}, \dots, \bar{m}_{kq}) \quad (1-32)$$

其中 $\bar{m}_{ki} = \sum_{m_j \in M_i} m_j u_j$ 是子集 M_{ki} 在时刻k的期望模型， u_j 则是模型后验概率或下时

刻的预测概率，q值通常取1。算法K+1时刻的模型集为 $M_{k+1} = E_{k+1} \cup (M_k - E_k)$ 。

基本步骤如下：

S1: 通过 $\{u_{k|k-1}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in M_{k-1}}$ 获得 $E_k = E(M_{k-1}; M^{(1)}, \dots, M^{(q)})$

S2: 对 $M_k = E_k \cup (M_{k-1} - E_{k-1})$ 运用 VSIMM $[M_k, M_{k-1}]$ 算法得到总体的估计，错误协方差和模型概率 $\{\hat{X}_{k|k}^{(i)}, P_{k|k}^{(i)}, \mu_{k|k}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in M_k}$ 。

EMA算法的流程图如下所示：

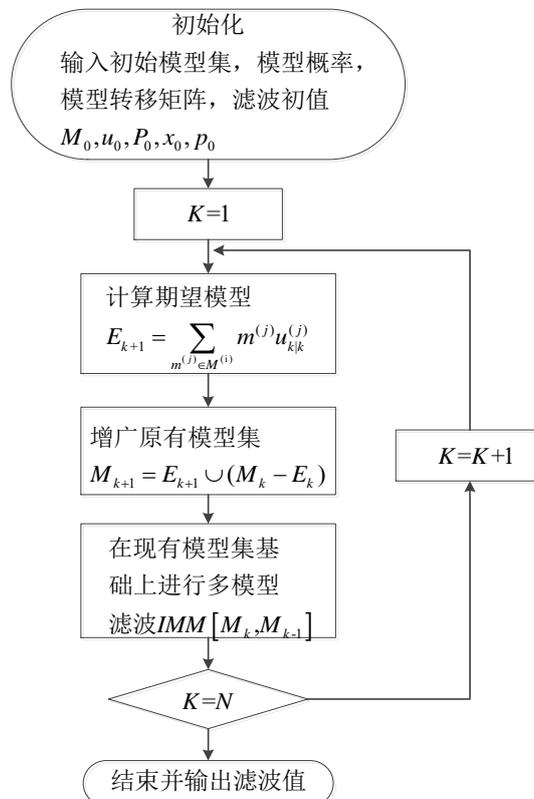


图1-15 EMA算法流程图

EMA算法保证了在任何情况下，模型集中至少有一个模型接近于真实模式。新激活的模型是通过实时对模型集中模型权重的估计而产生的。在相同的初始设置下，这种方法优于IMM算法模型。估计可相加的模式，需要的方法。因此，EMA只能处理具有物理意义相同的参数的模型。

M 表示模型集， $M^{(1)}, M^{(2)}, \dots, M^{(q)}$ 是 M 的子集， E 表示期望模型集

$$E = E(M; M^{(1)}, M^{(2)}, \dots, M^{(q)}) = \{\bar{m}^{(1)}, \bar{m}^{(2)}, \dots, \bar{m}^{(q)}\} \quad (1-33)$$

其中， $\bar{m}^{(i)} = m_{k|k}^{M^{(i)}} (m_{k|k-1}^{M^{(i)}})$ 为基于 k 模型子集 $M^{(i)}$ 获得的期望模型，

$$m_{k|k}^{M^{(i)}} := E[s_k | s_k \in M_k, M^{k-1}, z^k] = \sum_{m^{(j)} \in M^{(i)}} m^{(j)} u_{k|k}^{(j)} \quad (1-34)$$

或者是基于 $k-1$ 时刻的期望模型

$$m_{k|k-1}^{M^{(i)}} := E[s_k | s_k \in M_k, M^{k-1}, z^k] = \sum_{m^{(j)} \in M^{(i)}} m^{(j)} u_{k|k-1}^{(j)} \quad (1-35)$$

其中， $u_{k|k-1}^{(j)} = P\{s_k = m^{(j)} | s_k \in M_k, M^{k-1}, z^{k-1}\}$ 表示模型预测概率

$u_{k|k}^{(j)} = P\{s_k = m^{(j)} | s_k \in M_k, M^{k-1}, z^k\}$ 表示模型更新概率

q 值一般取较小的值，且取 $M^{(1)} := M$

$$E_k = \bar{m}^{(1)} = \sum_{m^{(j)} \in M_k} m^{(j)} u_{k|k}^{(j)} \quad (1-36)$$

$M^{(2)}, \dots, M^{(q)}$ 的选择有很多，考虑到局部平均，则选择几个可能性最大的模型构成。

算法 $k+1$ 时刻的模型集 M_{k+1}

$$M_{k+1} = E_{k+1} \cup (M_k - E_k) \quad (1-37)$$

1.4.2 变结构多模型集的建立

机动模型集的状态方程如下

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Fx_k + G(a_k + w_k) \\ z_k &= Hx_k + v_k \end{aligned} \quad (1-38)$$

其中 $x = (x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}, z, \dot{z}, \ddot{z})$ 是状态向量， z 是测量向量， $a = (a_x, a_y, a_z)'$ 是加速度， $w \in N(0, Q)$ 和 $v \in N(0, R)$ 事基于高斯过程的相互独立的模式和测量噪声。初始状态 $x_0 \sim (\bar{x}_0, P_0)$ 相对于 w 和 v 独立， $F = \text{diag}[F_2, F_2, F_3]$ ， $G = \text{diag}[G_2, G_2, G_3]$ ，其中，

$$F_2 = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-39)$$

而且，假设 a 的值是对连续加速空间 A^c 的量化

$$A^c = \{(a_x, a_y, a_z) : |a_x| + |a_y| + |a_z| \leq a_{\max}\} \quad (1-40)$$

他们均受一个有转移概率矩阵的马尔科夫过程的影响，其中 a_{\max} 是一个在任何方向的最大加速度。

本文考虑局部平均，建立 7 个最大可能的模型集 $M7 = \{a_i, i = 0, \dots, 7\}$ ，如下式，

$$\begin{aligned} M1: a &= [a_{x_{\max}}, 0, 0] \\ M2: a &= [a_{x_{\min}}, 0, 0] \\ M3: a &= [0, a_{y_{\max}}, 0] \\ M4: a &= [0, a_{y_{\min}}, 0] \\ M5: a &= [0, 0, a_{z_{\max}}] \\ M6: a &= [0, 0, a_{z_{\min}}] \\ M7: a &= [0, 0, 0] \end{aligned} \quad (1-41)$$

1.5.2 模型求解

根据 1.2 小问中的统计出来的分加速度，建立模型集。然后根据上述模型集采用 VSIMM 进行滤波得出最后的结果，如下图 1-15，图 1-16 所示：

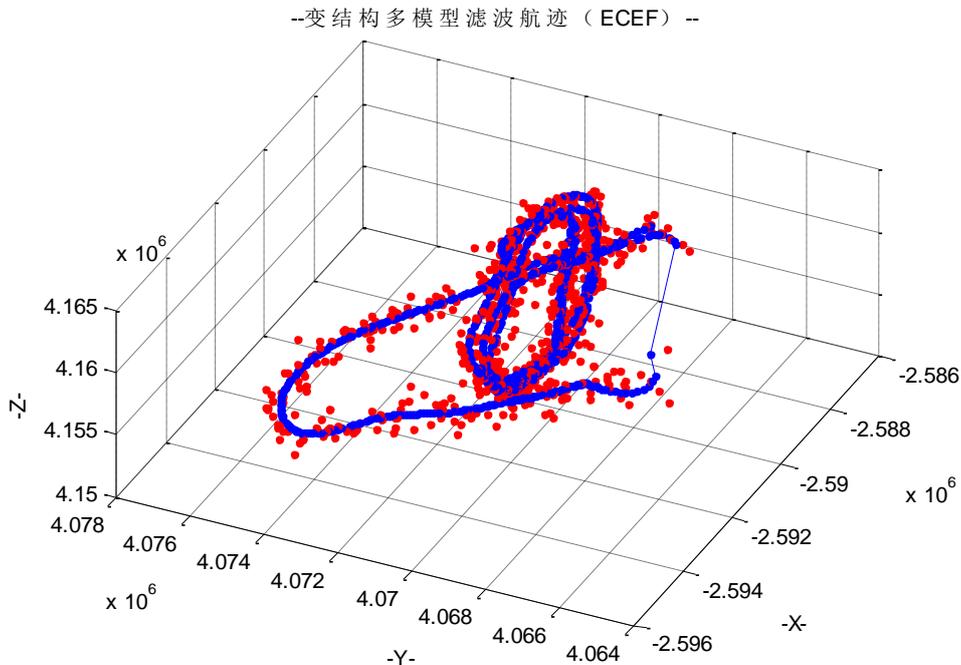


图 1-15 ECEF 坐标系下固定结构多模型 IMM 滤波航迹

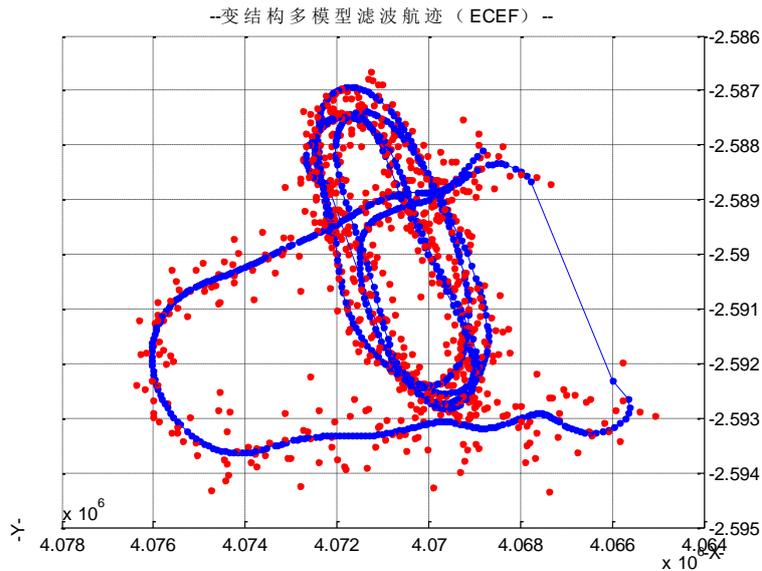


图 1-16 ECEF 坐标系的滤波航迹俯视图

图 1-15 为固定结构多模型 IMM 滤波航迹，图 1-16 为由 Z 轴向 XOY 片面的俯视图。

对照图 1-16 和图 1-14 可以看出，在目标做较强机动时，VSIMM 能够跟踪目标，变结构多模型滤波没有出现超调，能够很好的跟踪目标，要好于固定结果多模型的跟踪效果。

并且统计出两种模型的滤波航迹与量测航迹的均方根误差，可以得到变结构多模型的均方根误差要小于固定结构多模型的均方根误差。

2 问题二解答

Data2.txt 所给数据是一个雷达接收到的两个机动目标量测数据，可以抽象为多目标跟踪问题，需要进行航迹起始与航迹关联。

2.1 航迹起始

实现目标跟踪，首先需要进行航迹起始，它其实是一个决策问题，是建立新目标档案的一个决策环节。传统的航迹起始算法有两类，第一类基于序贯处理技术的航迹起始算法，包括 Bayes 轨迹确定方法，序列概率比检验，基于启发式算法及基于逻辑规则的方法，它一般适用于杂波不是很密集的环境。第二类是以基于 Hough 变换和修正 Hough 变换为代表的批处理技术，它一般在图像处理以及杂波相对密集的环境下比较适用。

针对数据二中的数据，由于传统的航迹起始方法不适应，本文采用了基于逻辑和一步延迟相结合的航迹起始方法，航迹起始示意图如图 2-1 所示。优点在于：在正确起始航迹的前提下，保证低虚假航迹概率并且尽量缩短航迹起始时间。航迹起始遵循的下面起始管理原则为：

1) 3 个点起始一条系统航迹，即如果之前保存的一条临时航迹中已有 2 个点，这时临时航迹的预测可以根据前两个点的状态进行外推。如果新的量测数据点可以和这条临时航迹关联上，则成功起始一条新的航迹，这条临时航迹就作为局部航迹保存下来。

2) 若临时航迹中只有一个点，这时无法根据速度外推临时目标预测位置，本文采取的做法为暂时加大关联门（大小为默认关联门大小的 2 倍）的方法，放宽约束，

便于接收下一个量测点。

3) 若量测数据点与已有临时航迹均关联不上, 则将该数据保存为新的临时航迹的第一个点, 留待下一次起始时应用。

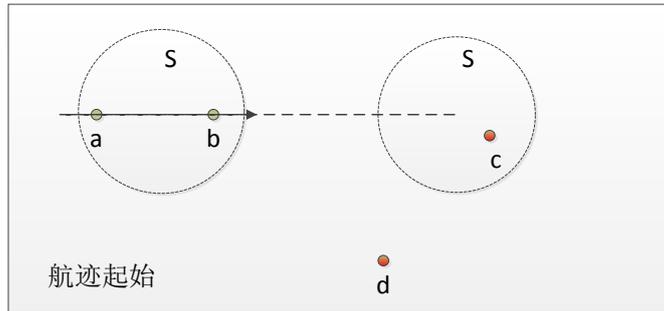


图 2-1 基于逻辑和一步延时相结合的航迹起始示意图

本文通过对数据初步分析及雷达性能的考虑, 根据题设中给出的战斗机的飞行速度在 $100\sim 400\text{m/s}$, 机动半径在 1km 以上, 及相邻的两个量测值之间的时间间隔, 计算当前时刻的关联门限大小。若下一时刻的量测值在关联门限范围内, 则初步判定此量测属于这一目标的航迹, 否则将其归为另一条航迹。然后再根据下几个时刻的量测值, 按照相同的方法进行航迹的起始处理, 直到航迹稳定起始后, 再进行下面的数据关联。

2.2 航迹关联

本部分的航迹关联算法是基于上述航迹起始以后的数据关联处理。所谓的量测-航迹关联, 是将有效回波(跟踪门逻辑的输出)与已知目标的预报航迹相比较并最终确定正确的量测-航迹对应关系的过程。针对本题给出的两个目标的量测数据, 及雷达量测误差较大等原因, 本文考虑了两种航迹关联算法, 即基于历史航迹数据拟合外推的航迹关联算法和基于交互式多模型滤波的航迹关联算法。通过编程实现及实验结果, 对比这两种关联算法性能好坏。

2.2.1 基于数据拟合的点迹航迹关联算法

在进行量测数据的关联之前, 需要根据历史的航迹数据拟合出一条近似的航迹曲线, 然后根据此航迹拟合曲线及与上一时刻量测点的时间差值, 来预测当前时刻目标的可能位置, 然后再根据最近邻准则进行航迹关联。点迹航迹的关联流程图见图 2-2 所示。

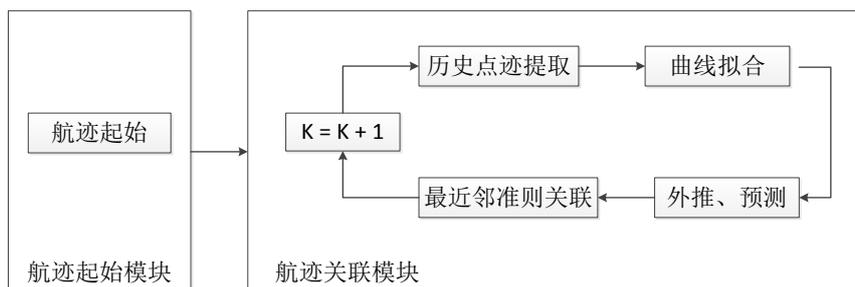


图 2-2 基于数据拟合的点迹航迹关联算法流程图

拟合外推处理: 根据历史航迹数据的拟合并外推预测下一时刻的航迹点, 是本关联算法的核心。然而, 针对每一条航迹到底选取多少个历史航迹点来进行局部航迹曲线的拟合, 且采用何种数学方法来拟合, 这些都会影响最终关联性能的好坏。因此, 针对本题的实际情况, 选取航迹曲线拟合需要的历史点迹数量 PD_Nums , 采用傅里叶曲线来拟合航迹曲线(实验分析论证采用傅里叶曲线来拟合局部航迹曲线效果较好)。针对目标出现交叉飞行、平行飞行等特殊飞行场景, 为了避免交叉或者平飞时间长(此

段时间范围内目标的量测难以关联), 曲线拟合算法部分采用每隔 In_Nums 个点更新一次拟合的航迹曲线, 即更新拟合曲线点率为 In_Nums , 这样能够一定程度上避免交叉时间过长等造成的关联错误, 也能够一定程度上提高算法的运算速度, 从而对实时性处理更具有意义。

航迹关联处理: 每次得到的量测航迹点, 使用各目标的航迹拟合曲线及时间差值, 分别外推出当前时刻目标可能出现的位置。然后根据当前时刻的真实量测位置与各目标预测的可能位置, 采用最近邻准则进行量测到航迹的关联。针对上述分析, 通过编程实现了基于历史航迹数据拟合外推的航迹关联算法。

1) 拟合点数量 $PD_Nums=40$, 更新拟合曲线间隔 $In_Nums=5$

两个目标的原始量测点迹图如图 2-3 和图 2-4 所示, 基于历史航迹数据拟合外推的航迹关联算法关联出来的航迹如图 2-5 和图 2-6 所示, 其中图 2-5 是从 XZ 平面的观察图形, 图 2-6 是投影到 XY 平面的图像。

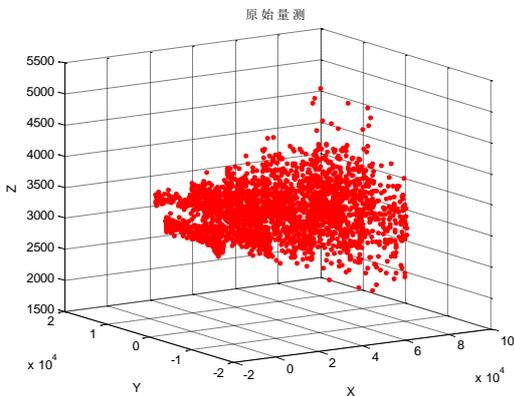


图 2-3 原始量测点迹三维空间图

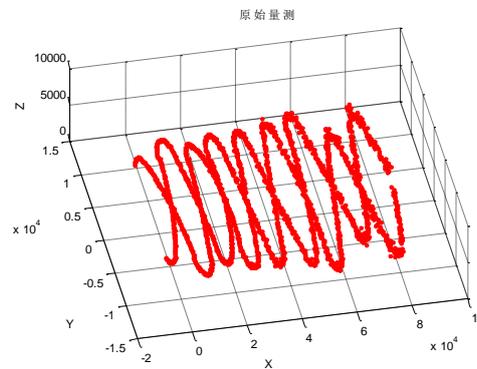


图 2-4 原始量测点迹俯视图

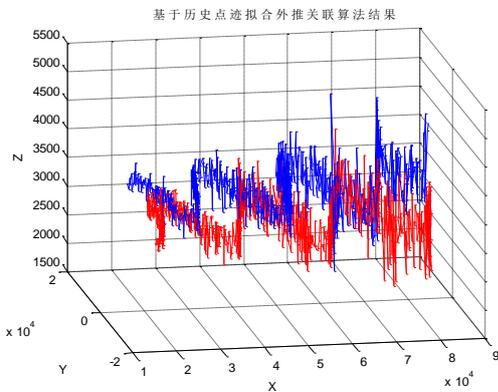


图 2-5 拟合外推关联结果三维空间图

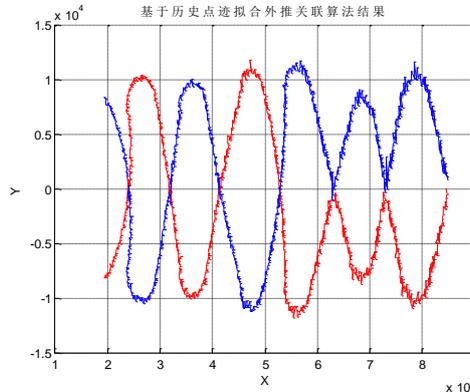


图 2-6 拟合外推关联结果俯视图

结果分析: 首先根据原始两个数据可以看出两个目标的航迹在空间不断进行交叉, 且高度的量测值出现混叠, 这是经典航迹关联算法难以处理的情况。针对这种情况, 目前这种基于历史航迹数据的拟合外推的航迹关联算法。根据图 2-4 的关联结果可以看出, 在两个目标开始交叉飞行的两个交叉点处没有将两个目标分开, 原因可能是在交叉点处两个目标的三维坐标非常接近, 且交叉点附近量测点较多, 导致采用历史航迹点拟合外推的方法不能分开两个目标的航迹。但是在后面几个交叉的位置, 两个目标的航迹能够完全区分开, 这是由于两个目标高度有了明显的差距。

2) 拟合点数量 $PD_Nums=15$, 更新拟合曲线间隔 $In_Nums=5$

由于上步骤中的关联效果不太理想, 在交叉点处会出现分不开的情况。考虑实际情况, 两个目标不断做 S 形曲线飞行, 在局部飞行航迹通过少部分历史航迹量测值进

行航迹曲线拟合，这样对于减少了太久远的历史航迹对拟合曲线的影响，相当于只考虑短时间的局部航迹的拟合，理论上关联效果应该会更好。于是设定参数为拟合点的数量为 15 个，更新拟合曲线的航迹点间隔为 5 个，然后进行试验。关联结果如图 2-7 和 2-8 所示。

结果分析：分析图 2-7 和图 2-8 结果可知，调整参数后的航迹关联结果，明显要优于第一步中相应参数的关联效果。两个目标在所有的交叉飞行的地方，本算法都将其航迹区分开了。且由于两个目标不断进行转弯飞行，采用历史量测点迹进行拟合时，不能使用太多量测点，否则历史时间久远的量测值必然会影响拟合的航迹曲线，从而影响最终的关联结果。

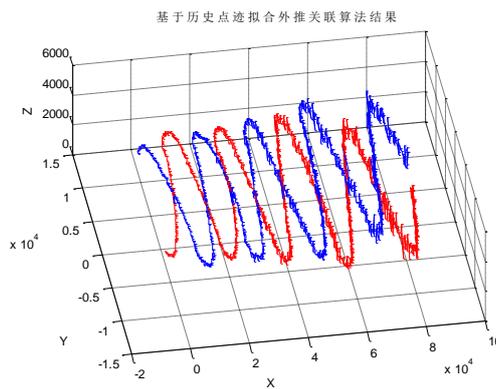
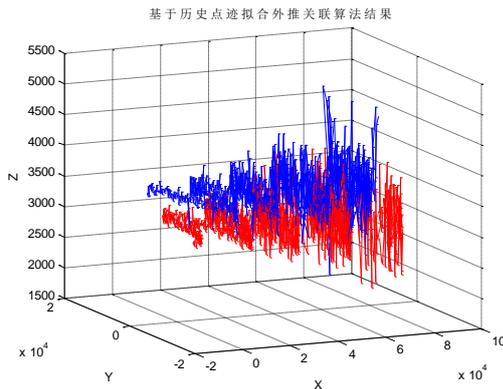


图 2-7 调整参数后拟合外推法三维空间图 图 2-8 调整参数后拟合外推法俯视图

基于以上实验分析，基于数据拟合的点迹航迹关联算法，通过合理的调整参数在此效果的关联效果很好。且由于两个目标的运动一直都是做 S 形飞行，故采用较少的历史航迹数据累拟合局部航迹曲线，然后再进行预测，最终的关联结果比较理想。

2.2.2 基于交互式多模型滤波的航迹关联算法

基于混合系统的多模型估计是一种强有力的自适应估计方法，尤其是对结构或参数变化的系统更是如此。混合估计问题就是根据带有噪声的（模式依赖的）量测序列来估计基础状态和模式状态。混合估计的主流方法是多模型方法，多模型方法主要由下面几个部分组成，即模型设计、滤波器选择、估计融合及滤波器的重初始化。交互式多模型算法的原理在第一问的解答中已经进行了详细分析，这里就不在赘述。关联算法流程图如图 2-9 所示。

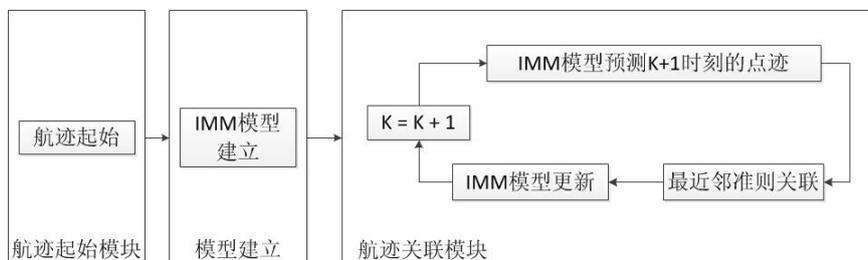


图 2-9 基于交互式多模型滤波的航迹关联算法流程图

多模型预测：当各目标的航迹起始后，利用这些已经关联上的量测点对各目标建立的多模型系统进行调整，使得各模型的概率接近真实的运动情况，这样利用各目标起始航迹的量测值就能够将各目标的多模型系统调整到合适状态。然后，各目标根据

自身的交互式多模型估计器预测出下一时刻目标可能的位置。

航迹关联处理：每次得到的量测航迹点，利用各目标的多模型估计器预测出当前时刻目标可能出现的位置。然后根据当前时刻的真实量测位置与各目标预测的可能位置，采用最近邻准则进行量测到航迹的关联。

根据初步分析目标的量测点迹及运动轨迹，本题采用一个匀速直线运动模型(CV)、一个匀加速直线运动模型(CA)、一个匀速转弯运动模型(CT)。针对上述分析，通过编程实现了基于交互式多模型滤波的航迹关联算法。基于交互式多模型滤波的航迹关联算法关联出来的量测航迹如图 2-10 和图 2-11 所示，滤波航迹航迹如图 2-12 和图 2-13 所示。

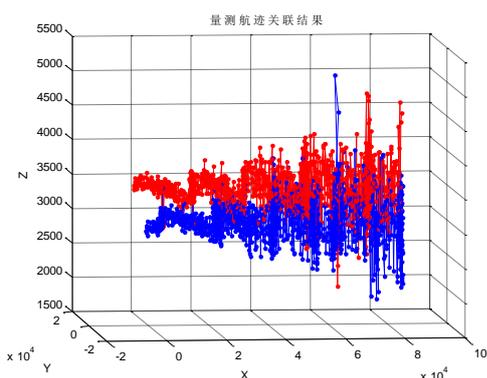


图 2-10 IMM 算法关联结果量测航迹图

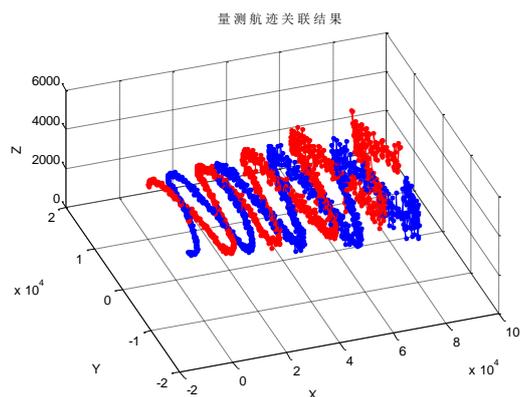


图 2-11 IMM 算法关联结果量测航迹图

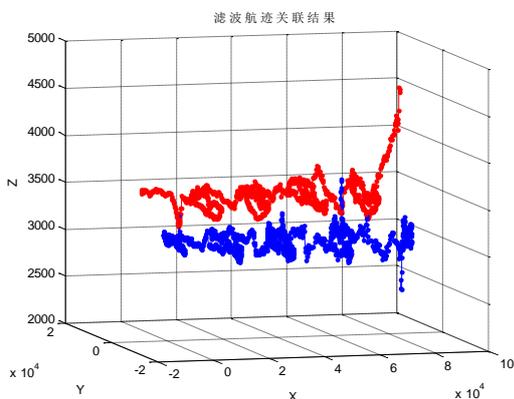


图 2-12 IMM 算法关联结果滤波航迹图

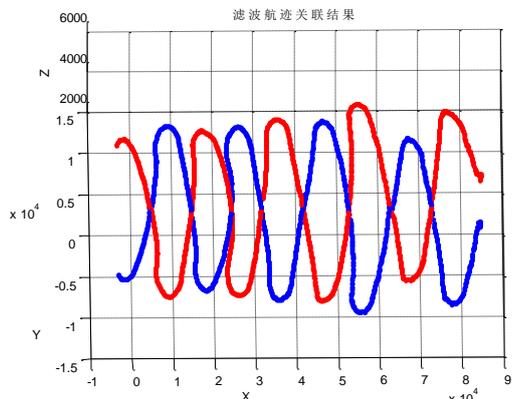


图 2-13 IMM 算法关联结果滤波航迹图

基于以上实验分析，基于交互式多模型滤波的点迹航迹关联算法，对数据 2 进行点迹航迹的关联结果同样达到了上述的基于数据拟合的点迹航迹关联算法的效果，且都满足实时性要求。

上面分析了两种航迹关联算法，即基于数据拟合的航迹关联算法，是根据一定数量的历史航迹数据进行航迹曲线拟合，来预测出当前时刻目标可能的实际位置。而基于交互式多模型滤波的航迹关联算法，则是通过上一时刻的量测值通过交互式多模型进行状态的预测，估计出目标当前时刻可能出现的位置。然后再依据当前时刻的量测值及各目标模型的预测值，采用最近邻关联准则进行点迹到航迹的关联。上述两种关联算法完全满足实时关联的要求，且算法效果优于传统的航迹关联算法。

对比分析上述两种关联算法可知，基于数据拟合的航迹关联算法的关联效果依赖于每次拟合航迹曲线的点迹数量，而且太依赖于历史点迹数量，当点迹较少或目标机动较大时，则不一定适用。而基于交互式多模型滤波的航迹关联算法，则只要航迹起

始了，就可以建立目标的运动模型，后续的点迹的关联只需要前一时刻通过交互式多模型的预测值。因此，基于交互式多模型滤波的航迹关联算法比基于数据拟合的航迹关联算法的关联性能及通用性更好，且满足实时性。

2.3 航迹管理

针对题设中一段时间内只有一个回波的情形，引入航迹关联的概念。航迹管理，就是按照一定规则和方法来实现和控制航迹的起始、航迹确认、航迹保存与更新以及航迹撤销的过程。具体处理方法：对每一条航迹赋予一个航迹质量，当关联上时，该条航迹的航迹质量增大（此处航迹质量加上一个较大的数值，当达到预先设定的最大上限时，航迹质量不再变化）；当某段时间内，目标没有量测值，则每个周期内，该条航迹的航迹质量减小（可能是数据率较低、目标消失、雷达关机等原因）。

航迹管理具体流程如图 2-14 所示。首先，进行航迹的起始，并将各系统航迹赋予初始航迹质量。然后，对于每个量测值采用航迹关联算法，判定是否跟系统航迹上。若跟目标关联上，则将相应的系统航迹的航迹质量增大（若大于设定的做大阈值，则将其赋值为最大阈值），否则将没有更新的系统航迹的航迹质量减少（若小于零，则将此系统航迹进行撤销）。最后，根据航迹管理结果输出关联关系。

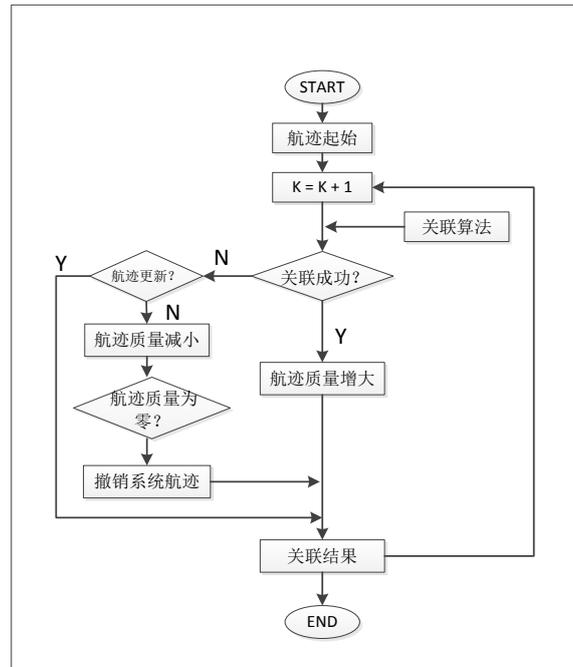


图 2-14 航迹管理流程图

3. 问题三解答

3.1 空间目标机动变化规律分析

3.1.1 目标运动轨迹

由于目标的原始量测是局部极坐标系下的数值。因此，需要对原始量测数据进行坐标系的转换，才能进行下面的分析处理。坐标系转换方法为：

- (1) 局部极坐标系到笛卡尔坐标系的转换
- (2) 局部笛卡尔坐标系到 ENU（东北天）坐标系的转换
- (3) ENU 坐标系到 ECEF 坐标系的转换

将经过坐标转换后的原始量测数据，进行数据分析。首先，得到整体运动目标的航迹如图 3-1 所示。

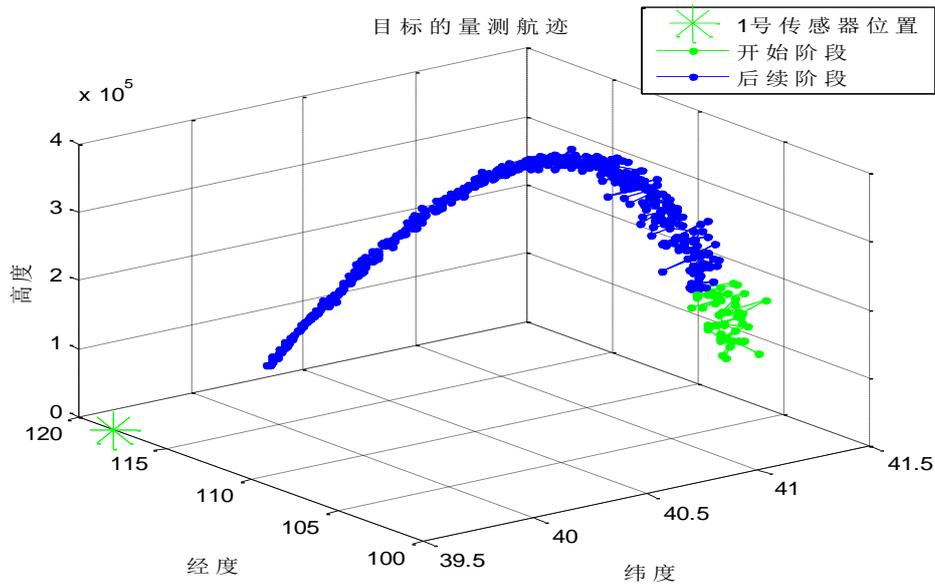


图 3-1 空间目标原始量测航迹图

3.1.2 目标位移分析

根据转换坐标系后的原始数据首先进行数据拟合处理，然后分别统计分析各维度上的位移与时间的关系，结果如图 3-2 所示。

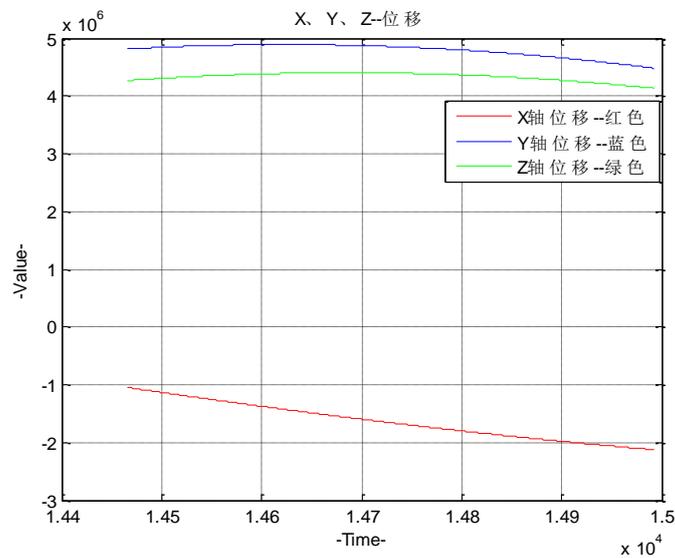


图 3-2 各维度上位移-时间图

数据分析：由图 3-2 分析可知，在转换后的 ECEF 坐标系中，X 轴方向位移随着时间的推移不断变大，Y 轴、Z 轴方向位移随着时间的推移先增大后减小。

3.1.3 目标速度分析

根据经过拟合处理的数据，以及速度的定义公式 $v = \Delta x(t) / \Delta t$ ，计算出目标运动时间范围内的速度，为了直观看出各维度上的速度变化情况，并对各维度上分速度进行统计分析并显示，结果如图 3-2 所示。同时根据各维度上的分速度，计算出每时刻的

三维合速度如图 3-3 所示。

数据分析：由图 3-3 分析可知，开始阶段，各维度上速度一直在减小，可以看出这段时间目标一直在上升阶段，当 Y、Z 方向上的速度减小到 0 后又反方向递增，可以看出这段时间目标开始下降。由图 3-4 分析可知，开始上升阶段合速度一直减小，当到达顶点附近时，合速度接近最小，然后下降阶段，合速度不断增大，越来越快。

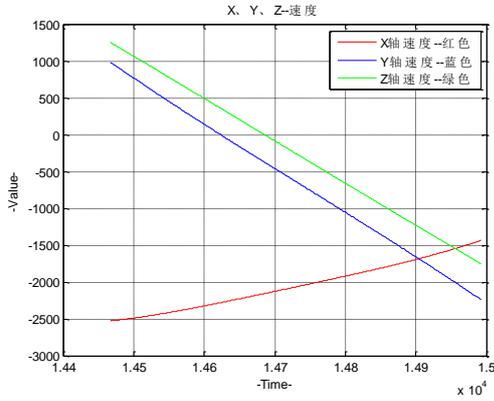


图 3-3 各维度速度

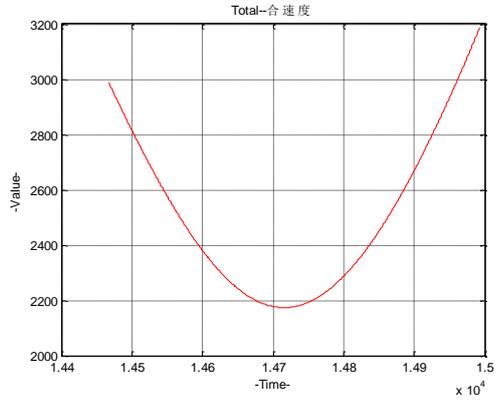


图 3-4 三维合速度

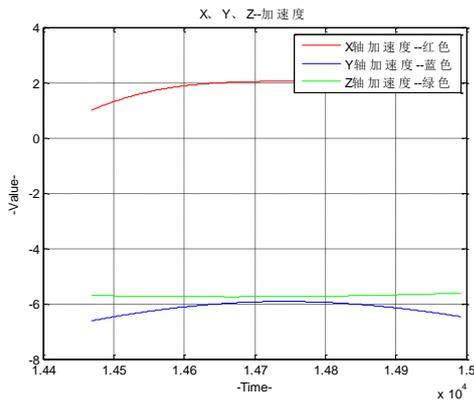


图 3-5 各维度加速度

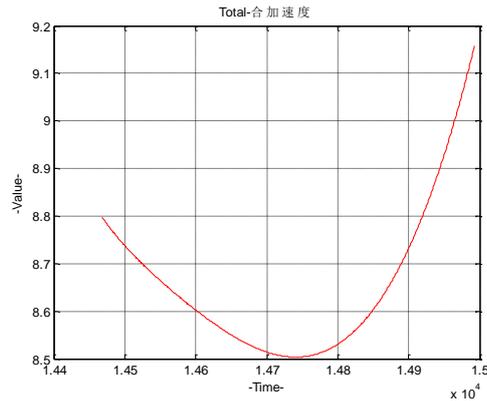


图 3-6 三维合加速度

3.1.4 目标加速度分析

根据经过拟合处理的数据，以及加速度的定义公式 $a = \Delta v / \Delta t$ ，计算出目标运动时间范围内的加速度，为了直观看出各维度上的加速度变化情况，并对各维度上分加速度进行统计分析并显示，结果如图 3-5 所示。同时根据各维度上的分加速度，计算出每时刻的三维合加速度如图 3-6 所示。

数据分析：由图 3-5 分析可知，各维度上加速度基本稳定，说明各维度上都在加速运动；由图 3-6 分析可知，合加速度在上升阶段先逐渐减小，在最高点附近达到最小，在下降阶段合加速度不断增大，说明在航迹末阶段目标运动速度不断增大。

3.2 模型适用性

采用问题 1 中的 CV+CA+CT 多模型对 Data3.txt 的目标进行滤波，得出的滤波航迹图如下图 3-7，图 3-8，图中目标从左边开始上升，然后达到最高点，然后下降。

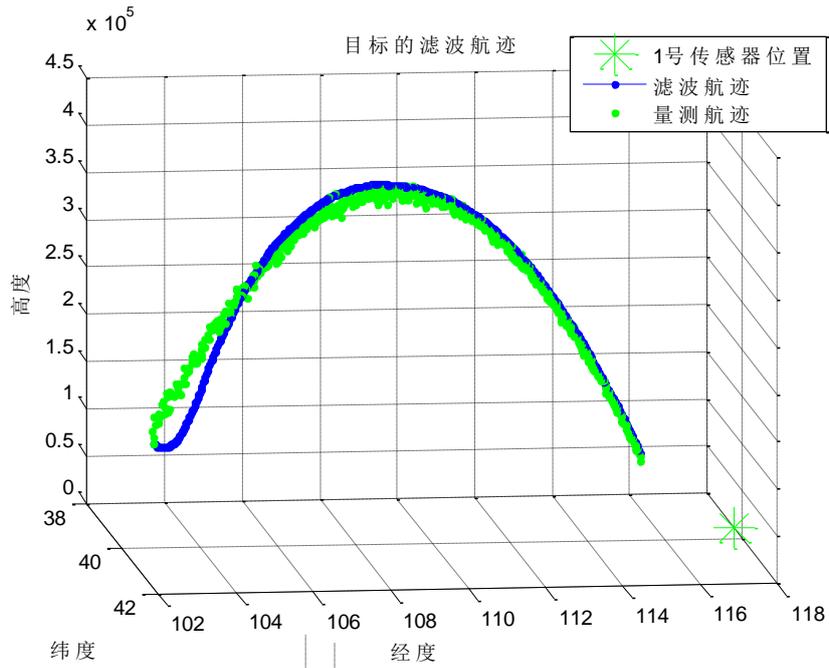


图 3 目标的滤波航迹图

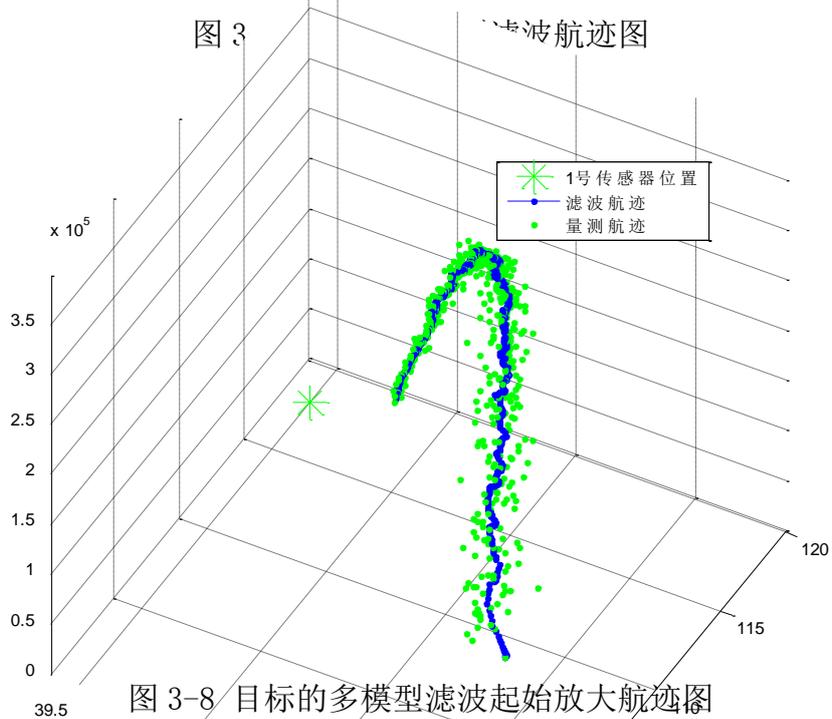


图 3-8 目标的多模型滤波起始放大航迹图

从图 3-7 可以看出，滤波航迹在开始上升阶段，最高点转弯阶段，都没能很好的跟踪到目标。并且，从图 3-8 可以看出，滤波航迹一直在波动。

4 问题四解答

因为，根据题目中的说明、3.1.4 小节的加速度分析以及目标的量测航迹图可以确定目标的类型为导弹目标。而我们所建立的 CV+CA+CT 模型与导弹真实的运动模型不匹配，导致滤波航迹与量测航迹不能很好的进行匹配。因此，需要采用弹道导弹模型

对目标进行跟踪。

4.1 模型建立

4.1.1 弹道导弹动力学模型^[12]

根据弹道导弹的飞行分为主动段和被动段，被动段又分为自由段和再入段。在非惯性系中，弹道导弹的位置矢量用 \mathbf{p} 表示，速度矢量用 \mathbf{v} 表示，弹道导弹主动段运动矢量可以用（4-1）式表示：

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_D + \mathbf{a}_G + \mathbf{a}_C \quad (4-1)$$

式中， \mathbf{a}_T 为推力加速度， \mathbf{a}_D 为气动阻力加速度， \mathbf{a}_G 为重力加速度， \mathbf{a}_C 为表视力加速度。

上述四个加速度变量可以用式（4-2）表示，

$$\mathbf{a}_T = \frac{V_E M}{1-Mt} \quad (4-2)$$

$$\mathbf{a}_D \approx \frac{\rho(h(t))v^2(t)}{2\beta} \quad (4-3)$$

$$\mathbf{a}_C = -\omega \wedge v(t) \quad (4-4)$$

$$\mathbf{a}_G = -\frac{\mu}{\|\mathbf{p}\|^3} \mathbf{p} \quad (4-5)$$

其中，已知量： ω 为地球自转角速度矢量， μ 为地球引力常量。

未知量： V_E 表示排气速度， M 表示归一化的质量变化率， β 为弹道系数。

弹道导弹被动段的运动矢量用下式（4-6）表示

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{a}_D + \mathbf{a}_G + \mathbf{a}_C \quad (4-6)$$

4.1.2 弹道导弹运动状态方程建立^[12]

弹道系数 β 敏感性很弱，因此可以忽略不计。其他参数需要精确估计。在 ECEF 坐标下，弹道导弹在主动段动力学模型可以用下式（4-7）表示，在被动段，将推力去掉即可。

$$\begin{aligned}
\dot{p}_x &= v_x, \dot{p}_y = v_y, \dot{p}_z = v_z \\
\dot{v}_x &= \frac{V_E M}{(1-M_t)} \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} - \frac{\mu p_x}{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{\frac{3}{2}}} + (2\omega v_y + \omega^2 p_x) \\
\dot{v}_y &= \frac{V_E M}{(1-M_t)} \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} - \frac{\mu p_y}{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{\frac{3}{2}}} + (-2\omega v_x + \omega^2 p_y) \\
\dot{v}_z &= \frac{V_E M}{(1-M_t)} \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} - \frac{\mu p_z}{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned} \quad (4-7)$$

因此将弹道导弹空间位置，速度，排气速度和质量变化率作为待估状态量，及状态向量为 $\mathbf{X} = [\mathbf{x} \ \mathbf{y} \ \mathbf{z} \ \dot{\mathbf{x}} \ \dot{\mathbf{y}} \ \dot{\mathbf{z}} \ V_E \ \dot{M}]^T$ ，由式 (4-8) 可以得到弹道运动方程：

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \dot{V}_E \\ \dot{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ ar \frac{\dot{x}}{|\dot{\mathbf{v}}|} - \frac{\mu x}{r^3} + 2\omega \dot{y} + \omega^2 x \\ ar \frac{\dot{y}}{|\dot{\mathbf{v}}|} - \frac{\mu y}{r^3} + 2\omega \dot{x} + \omega^2 y \\ ar \frac{\dot{z}}{|\dot{\mathbf{v}}|} - \frac{\mu z}{r^3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

采用扩展 kalman 滤波算法进行弹道目标跟踪，需要将上式进行离散化和线性线性化，得到状态方程为

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{w}_k \quad (4-9)$$

其中，状态转移矩阵 \mathbf{F}_k 为见参考文献[12]

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta T & 0 & 0 \\ (-\frac{\mu}{r^3} + \frac{3\omega^2}{r^5})\Delta T + \omega^2 & \frac{3\omega v_y}{r^5}\Delta T & \frac{3\omega v_z}{r^5}\Delta T & 1 + (\frac{a_T}{|\dot{v}_k|} - \frac{a_T \dot{v}_k^2}{|\dot{v}_k|^3})\Delta T & -\frac{a_T \dot{v}_k \dot{v}_k}{|\dot{v}_k|^3}\Delta T + 2\omega & -\frac{a_T \dot{v}_k \dot{v}_k}{|\dot{v}_k|^3}\Delta T & \frac{a_T}{V_E} \frac{\dot{v}_k}{|\dot{v}_k|}\Delta T & \frac{\dot{v}_k}{|\dot{v}_k|} (\frac{a_T}{M} + \frac{a_T^2}{V_E M})\Delta T \\ \frac{3\omega v_x}{r^5}\Delta T & (-\frac{\mu}{r^3} + \frac{3\omega^2}{r^5})\Delta T + \omega^2 & \frac{3\omega v_z}{r^5}\Delta T & -\frac{a_T \dot{v}_k \dot{v}_k}{|\dot{v}_k|^3}\Delta T - 2\omega & 1 + (\frac{a_T}{|\dot{v}_k|} - \frac{a_T \dot{v}_k^2}{|\dot{v}_k|^3})\Delta T & -\frac{a_T \dot{v}_k \dot{v}_k}{|\dot{v}_k|^3}\Delta T & \frac{a_T}{V_E} \frac{\dot{v}_k}{|\dot{v}_k|}\Delta T & \frac{\dot{v}_k}{|\dot{v}_k|} (\frac{a_T}{M} + \frac{a_T^2}{V_E M})\Delta T \\ \frac{3\omega v_x}{r^5}\Delta T & \frac{3\omega v_y}{r^5}\Delta T & (-\frac{\mu}{r^3} + \frac{3\omega^2}{r^5})\Delta T & -\frac{a_T \dot{v}_k \dot{v}_k}{|\dot{v}_k|^3}\Delta T & -\frac{a_T \dot{v}_k \dot{v}_k}{|\dot{v}_k|^3}\Delta T & 1 + (\frac{a_T}{|\dot{v}_k|} - \frac{a_T \dot{v}_k^2}{|\dot{v}_k|^3})\Delta T & \frac{a_T}{V_E} \frac{\dot{v}_k}{|\dot{v}_k|}\Delta T & \frac{\dot{v}_k}{|\dot{v}_k|} (\frac{a_T}{M} + \frac{a_T^2}{V_E M})\Delta T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

噪声矩阵 \mathbf{w}_k 为：

$$w_k = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x(k) \\ w_y(k) \\ w_z(k) \\ w_M(k) \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

4.1.3 雷达测量方程建立

雷达是在雷达站球坐标系中对弹道弹道进行量测的, 测量结果是距离、方位角和仰角。

在球坐标系中, 相对于目标的真实斜距 r 、方位角 θ 和俯仰角 η , 雷达量测得到的斜距 r_m , 方位角 θ_m 和俯仰角 η_m 可以被定义为

$$\begin{cases} r_m = r + \tilde{r} \\ \theta_m = \theta + \tilde{\theta} \\ \eta_m = \eta + \tilde{\eta} \end{cases} \quad (4-13)$$

其中, 假定斜距量测误差 \tilde{r} , 方位角误差 $\tilde{\theta}$ 和俯仰角误差 $\tilde{\eta}$ 为相互独立, 均值为零的高斯噪声, 标准差分别为 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\eta$ 。球坐标系中的量测通过公式 (1-1) 可以转换为笛卡尔坐标系中的量测。

具体的雷达三维去偏量测转换公式见参考文献[6], 最后得到在局部笛卡尔坐标下的量测模型是线性的, 为下式:

$$Z_k = HX_k + v_k$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-14)$$

其中, Z_k 是转换到局部笛卡尔坐标系下的量测, v_k 为量测噪声, 其转换到局部坐标系上协方差阵见参考文献[6]。

4.1.4 求解

结合 4.1.2 和 4.1.3 建立的状态方程, 采用扩展 kalman 滤波算法对目标进行实时跟踪预测。其跟踪预测航迹图如下图 4-1

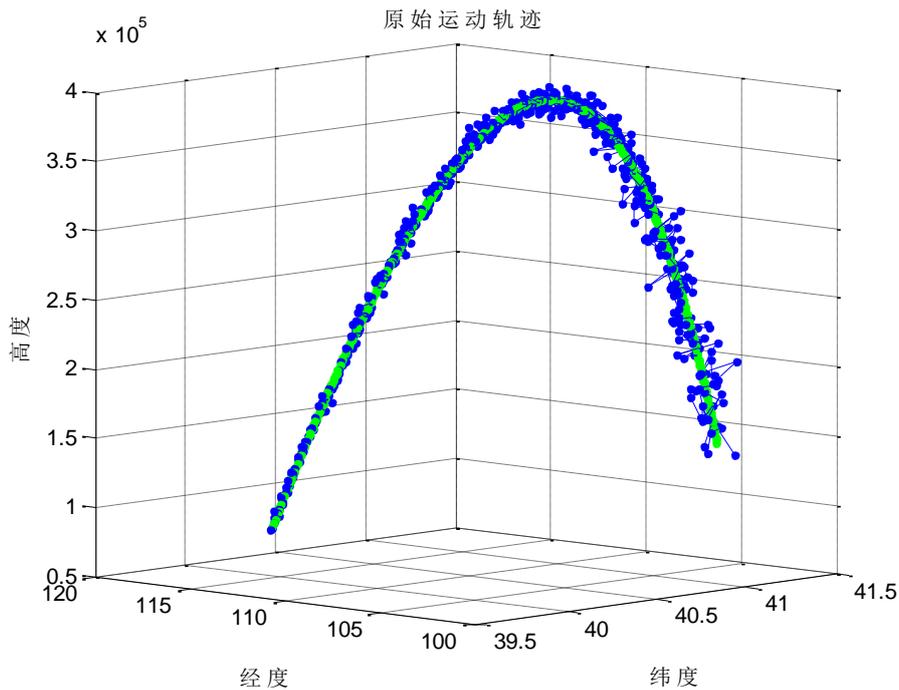


图 4-1 跟踪预测航迹图

采用步长为 0.01s，结合 4.1.2 建立的再入段状态空间模型对导弹的再入段进行预测，得到的预测轨迹图如图 4-2 中红色曲线

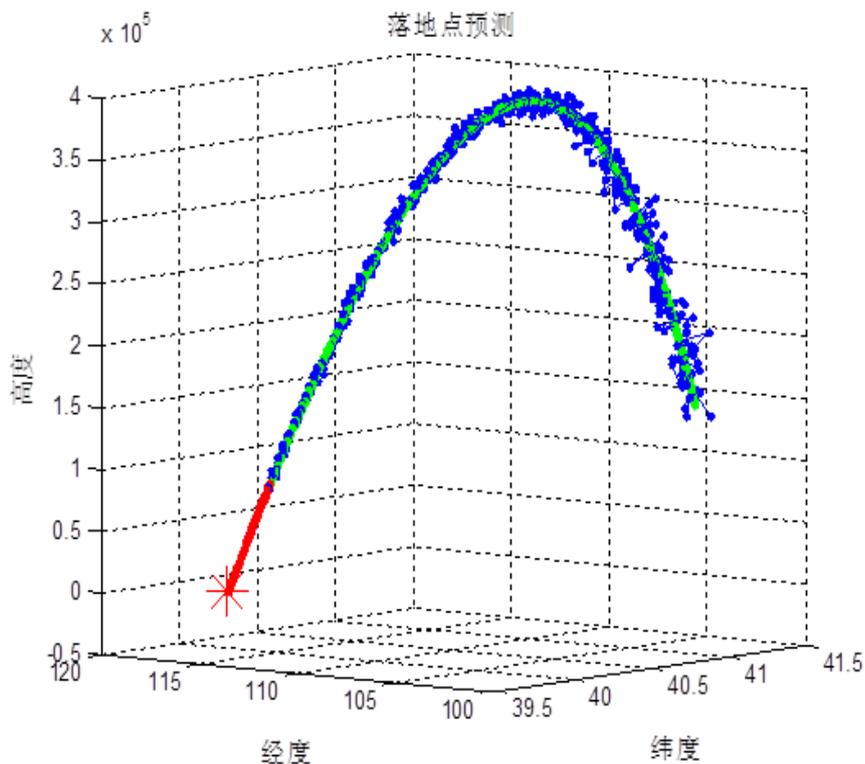


图 4-2 预测航迹图

预测得到导弹的着落点的经纬度为下表：

经度 (°)	纬度 (°)
116.3338	39.8497

4.1.5 算法复杂度分析

在实际应用中，同一问题可用不同算法解决，而一个算法的质量优劣将影响到算法乃至系统的效率。算法分析的目的在于评价算法特性，选择合适算法和改进算法。一个算法的评价主要从时间复杂度和空间复杂度来考虑。

一般情况下，算法中基本操作重复执行的次数是问题规模 n 的某个函数，用 $T(n)$ 表示，若有某个辅助函数 $f(n)$ ，使得当 n 趋近于无穷大时， $T(n)/f(n)$ 的极限值为不等于零的常数，则称 $f(n)$ 是 $T(n)$ 的同数量级函数。记作 $T(n)=O(f(n))$ ，称 $O(f(n))$ 为算法的渐进时间复杂度，简称时间复杂度。空间复杂度是指算法在计算机内执行时所需存储空间的度量。记作： $S(n)=O(f(n))$ 算法执行期间所需要的存储空间包括 3 个部分：算法程序所占的空间、输入的初始数据所占的存储空间、算法执行过程中所需要的额外空间。

分析问题四所使用的跟踪模型可知，模型主要有以下几个特点：

(1) 算法中包括比较多的矩阵运算，比如弹道运动方程、状态转移矩阵、噪声矩阵等，其中状态转移矩阵是一个 8×8 的矩阵。矩阵阶数高以及使用频率高使得算法具有时间复杂度较大。

(2) 算法中设置了比较多的变量，比如推力加速度，为气动阻力加速度，等。在算法执行过程中，不同的变量要占用不同的计算机存储空间，导致算法空间复杂度较大。

综上所述，由于算法中建立的运动模型较为复杂，算法的时间复杂度和空间复杂度均较大，因此算法较为复杂，还需进行一定的改进。

5. 问题五解答

5.1 机动目标反跟踪

跟踪目标在被雷达锁定情况下会做规避的机动动作或者释放干扰力图拜托跟踪，前者主要通过自身运动状态的快速变化导致雷达跟踪器精度变差甚至丢失跟踪目标，后者则通过制造假目标掩护自身^[13]。

5.1.1 建立雷达观测数学模型

首先根据问题五所给出雷达测量数据，建立雷达观测数学模型。已知雷达的量测精度也就是雷达波束宽度为 3° ，即在以雷达为锥顶，雷达与目标连线为轴，半顶角为 1.5° 的圆锥内的目标均能被雷达探测到，且雷达前后两次扫描时间间隔最小为 $0.5s$ 。我们建立三维情况投影到二维空间上以便分析，模型示意如下：

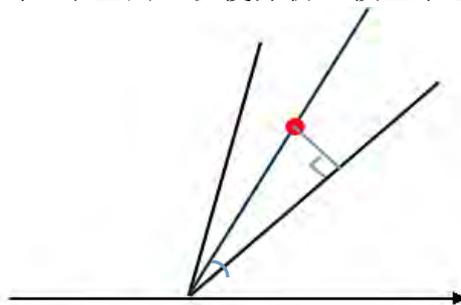


图 5-1 雷达观测数学模型

模型解释：图 5-1 中雷达位于圆锥的锥顶，红色点为空间机动目标，机动目标与雷达所在位置的连线构成圆锥的中心轴，标示角度为雷达量测精度的一半，即观测半顶角，构成锥体的两条斜线为雷达量测精度，即雷达波束宽度。

在理想数学模型中，空间机动目标欲逃离出雷达跟踪范围的问题可以简化为最短

路径问题，即由空间目标到锥体表面的最短路径规划。从数学角度分析可知，点、面之间直线最短，因此，由空间目标向雷达波束面的投影做垂线，垂线段所代表的即是空间目标逃离雷达跟踪范围的最短路线。设半顶角为 α ，空间与雷达距离为 r ，由三角函数分析可知，空间目标逃离雷达跟踪范围所需要飞行的最短距离为：

$$s = r \times \sin \alpha \quad (5-1)$$

在理想条件下，空间目标为了逃离雷达跟踪，可以沿着上述路径飞行，在雷达量测精度不变的情况下，空间目标所需飞行的距离 s 是目标距雷达距离 r 的函数， s 随着 r 的增大而增大。

5.1.2 空间目标分跟踪策略

前面分析了空间目标在理想条件下逃离雷达跟踪的策略和方法，而在现实情况中，问题却复杂的多。在真实情况下，空间目标的逃逸主要受制于以下两个原因：（1）空间目标在机动时的加速度大小和方向都有一定的限制。实际情况决定空间目标不能以任意角度随意机动（2）建立的雷达跟踪模型会预测空间目标在下一时刻的位置，并以预测值为中心展开观测。

由于以上两方面原因的限制，空间目标在逃离雷达跟踪范围时一般不能沿着理想条件下的最短路径飞行，而是应该综合考虑跟踪模型特点以及历史机动特性，制定最合适的逃逸路线。

基于以上分析，本文提出了适用于现实情况中的空间机动目标反跟踪策略：空间目标应向与雷达连线轴的垂直方向机动，并与原速度方向的夹角尽可能大。提出此分跟踪策略的主要原理如下：

（1）空间目标在机动时的加速度大小和方向都会受到历史值的影响，从而不能完全沿着理想的最短路径逃逸，但空间目标可以在允许的机动范围内，向与雷达连线轴的垂直方向机动，实时改变机动方向，使得空间目标的机动方向尽量与雷达波束平面垂直，这样即形成现实情况下的最短逃逸路径。

（2）分析建立的雷达跟踪模型可知，雷达在跟踪目标时，会对空间目标下一时刻的位置做以预测，并以预测值作为下一时刻雷达观测的中心。针对跟踪模型这一特性，空间目标为了实现反跟踪，可以做机动规避动作，即新机动方向应与原机动方向的夹角尽量大，这样可以更加远离跟踪模型的预测点，从而为成功逃逸提供可能。常用的机动规避动作有大角度转弯，急速的上升或下降等等。

5.1.3 其他反跟踪方法

分析雷达的跟踪原理可知，雷达是根据发射以一定角度发射探测波，探测波遇空间目标被反射回来，根据反射波即可判定空间目标的距离和方位。针对雷达这一跟踪原理，现实情况中也可以通过通过释放假目标掩护自身，使雷达对目标的跟踪精度变差或丢失跟踪目标。为了干扰雷达反射波的接收，通常可以释放大量锡箔片。

5.2 变换跟踪模型以保持跟踪

为了保持对目标的跟踪，应该相应的变换跟踪策略。由问题一、二的解答可知，建立合适的目标运动模型和量测模型可以很好的完成对空间机动目标的跟踪。但是在处理跟踪与反跟踪问题时，为了避免发生空间目标做大机动时雷达跟踪精度变差或者丢失目标，本文提出可以增大状态模型的过程噪声或者加大滤波增益，从而使预测值更加依赖于历史量测，而不是依赖于跟踪模型。

分析这一跟踪策略可知：使用本跟踪策略雷达可以更好对强机动空间目标保持跟踪，但是另一方面，这一跟踪模型在目标机动不大时的跟踪效果不如之前建立的跟踪模型。因此，本跟踪策略是以牺牲弱机动情况下的跟踪效果来保持对强机动目标的跟

踪。

5.3 跟踪策略与反跟踪策略的博弈

结合 Data2.txt 所给出的数据可知，使用已有的固定结构多模型算法对量测值进行滤波，得到一段滤波航迹和量测航迹效果图如下，目标从靠近 X 轴的点开始运动：

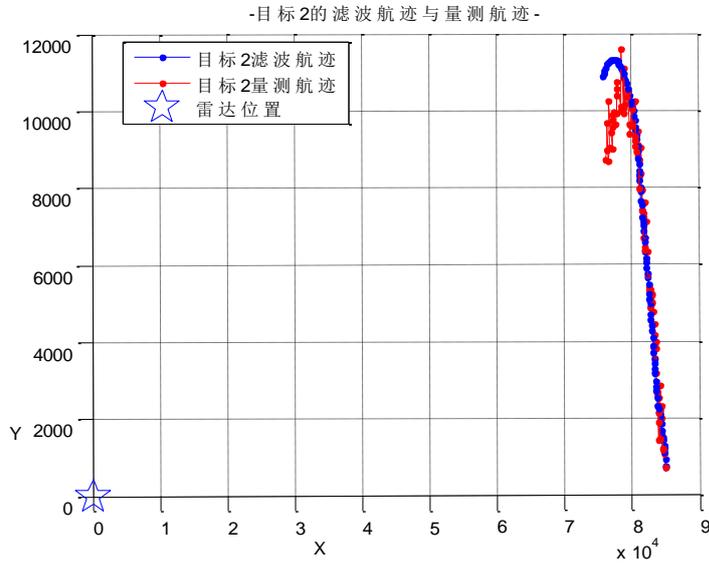


图 5-2 目标反跟踪策略图

由图 5-2 可以分析得出，已有的固定结构多模型算法在弱机动情况下跟踪效果较好，但目标发生强机动时滤波航迹与量测航迹差别较大，空间目标按照上述反跟踪策略产生机动时，可能能够逃离雷达的跟踪范围。

为了保持对空间目标的持续跟踪，对跟踪模型做以相应调整，使得预测值更依赖于量测值，调整后的滤波效果如下：

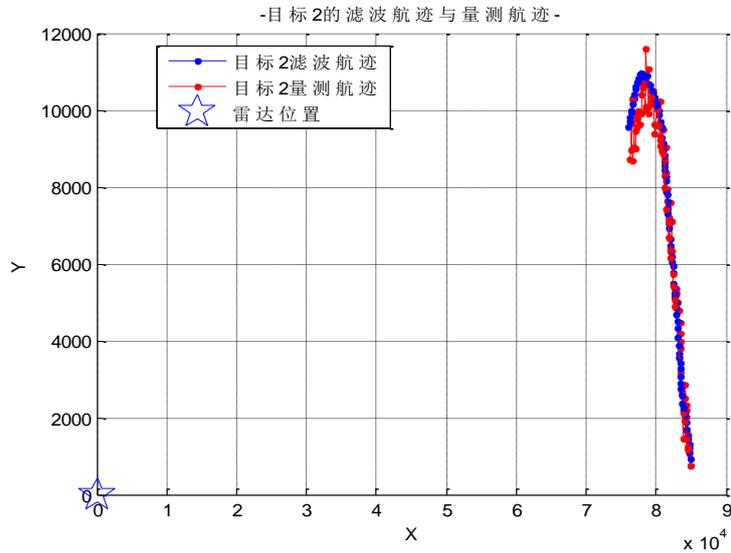


图 5-3 雷达应对反跟踪策略图

分析图 5-3 可以看出，变换后的跟踪模型在弱机动情况下的跟踪效果不如已有的固定结构多模型算法贴合效果好，但当目标做大机动时，变换后的跟踪模型能够快速反应，在短时间内跟上空间目标的机动变化，从而保持对目标的跟踪，不致使目标逃逸。

五 总结与展望

本文在精确分析题目的基础上，完成了以下工作：

1、针对问题 1，本文完成了两种模型集的设计算法，即交互式多模型算法和变结构多模型算法。理论分析和实际验证出变结构多模型算法要优于交互式多模型算法。

2、针对问题 2，本文完成了航迹起始算法、点迹航迹关联算法及航迹管理算法。其中，提出了基于逻辑和一步延迟相结合的航迹起始算法、基于数据拟合的关联算法、基于交互式多模型滤波的关联算法及航迹，以及航迹管理的理论分析和实际验证。

3、针对问题 3，本文完成了对数据 3 的分析统计工作，并验证了问题 1 中建立的运动模型不适用于数据 3 所对应的运动目标。

4、针对问题 4，本文完成了导弹运动模型的建立，及导弹着落点预测的计算。然后对导弹运行模型进行复杂度的分析。

5、针对问题 5，本文提出了空间目标最佳逃逸策略，以及相应的跟踪策略变换。然后对数据 2 进行分析验证了逃逸策略的可行性，得到了应对跟踪策略的跟踪效果。

本文对于运动目标设计了多种模型集算法，其中，变结构多模型算法仅使用了一种结构模型算法，对于变结构多模型算法的性能及适用性还有待深入研究。另外，本文提出的基于数据拟合的关联算法依赖历史数据，后续可对算法进行改进。最后，关于目标的逃逸策略及跟踪策略进行了理论上的分析和特定情况下的数据分析，相关问题需要后续深入研究。

参考文献

- [1]X. R. Li and V. P. Jilkov, "Survey of Maneuvering Target Tracking, Part I: Dynamic Models," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 39(4): 1333–1364, October 2003.
- [2]X. R. Li and V. P. Jilkov, "Survey of Maneuvering Target Tracking. Part II: Motion Models of Ballistic Targets," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 46(1):96–119, January 2010.
- [3]X. R. Li and V. P. Jilkov, "A Survey of Maneuvering Target Tracking—Part III: Measurement Models," In: Proceedings of SPIE - Signal and Data Processing of Small Targets 2001, 31 July–2 August 2001, San Diego, CA, USA, pp. 423–446.
- [4]历方, 基于变结构多模型的滤波估计及模型集设计, 西安交通大学, 2013, 10–12
- [5]赵敏, 机动目标跟踪理论的研究及其应用, 西北工业大学, 2006
- [6]韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜等, 多元信息融合, 北京: 清华大学出版社, 2010
- [7]Bar-shalom Y, Birmiwal K., Variable Dimension Filter for Maneuvering Target Tracking, IEEE On Aerospace and Electronic Systems, 1982, 18(5): 611-619.
- [8]Bar-Shalom Y., The Interaction Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients[J], IEEE Trans., 1988, AC-33(80): 780-783.

- [9] 历方, 基于变结构多模型的滤波估计及模型集设计, 西安交通大学, 2013, 10
- [10] Shiyang Yang, Jingqing Luo. IMM Algorithm for Ground Maneuvering Target Passive Location in Three Satellites System[J]. Fire Control & Command Control. 2009, 37(4): 37-40.
- [11] 历方, 基于变结构多模型的滤波估计及模型集设计, 西安交通大学, 2013, 44-45
- [12] 张峰, 田康生, 息木林. 弹道导弹运动建模与跟踪研究[J]. 弹箭与制导学报, 2012, 03:53-58.
- [13] 2014 年全国研究生数学建模竞赛 B 题, 2014, 1
- [14] 何友, 修建娟, 张晶炜等. 雷达数据处理及应用[M]. 第 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2009
- [15] 胡小平. 导弹飞行力学基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006