





## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题目 无线通信中的快时变信道建模

### 摘 要:

未来的无线通信系统要求能在高速移动的环境下提供高速的数据传输，数据率的提高要求有更宽的带宽，而带宽的增加会使采样间隔小于信道的时延扩展，这样就产生了多径环境下的频率选择性衰落，多普勒效应使得传输信道随时间而快速变化，时间选择性信道的直接估计需要估计大量的信道抽头样值，因为每一个抽样时刻都要估计，这一方面要求发射机要占用大量的带宽传输训练序列或导频序列，另一方面使得接收机的信道估计复杂度增加。因此寻求时变信道的简化表示变得十分重要。

本文研究了两种常用的基扩展模型：指数基、多项式基，比较研究了两种基扩展模型的逼近精度，同时研究了基个数对模型精度的影响。

对于问题一，利用部分实测数据预测整体数据。首先根据信号的相关时间与运动速度的关系，将信号分块，然后在每个传输块内运用复指数基扩展模型，构造基函数，使用少量实测数据分别求解每个传输块的基系数，再估计出该块数据，从而实现对整体数据的预测。但是运动速度较慢即信道变化较慢时，多普勒扩展带宽很窄，复指数基扩展模型会产生“多普勒泄漏效应”，因此又采用了多项式基扩展模型进行预测。然后变换基系数  $M$  的个数，分别求解两种模型在不同基系数下的归一化均方误差 ( $NMSE$ )。可以得出  $M$  在适当的范围内增大时， $NMSE$  会逐渐减小，基扩展模型较符合实际。最后分析两种模型的算法复杂度，两种算法的时间复杂度和空间复杂度都在可接受的范围内。

对于问题二，改变在问题一中建立的信道预测模型中速度的大小，分析两组数据之间的误差和  $NMSE$ ，得到不同速度下预测模型的准确度变化。信道在  $90km/h$  时，由于发生多普勒泄漏效应，误差较  $180km/h$  条件下更大；信道在  $270km/h, 450km/h$  时的测试数据由于信道变化越来越急剧，预测数据误差也随之增大，但在三个速度条件下模型预测准确度有所下降但保持在能接受的范围内。对于多径时变传输信道的描述，我们采用 Jakes 模型对其传输过程进行仿真。

Jakes 模型在多径瑞利衰落信道的建模与仿真中有很好的效果，然后利用部分仿真数据作为第一问所建立的信道预测模型的输入，对剩下的数据进行预测，并且通过对两

组数据进行误差和  $NMSE$  对比分析，最终验证了该预测模型在减少数据方面有较理想的效果。

对于问题三，在一个通信系统中，为适应无线信道的特点，我们根据题目所述信号在信道传输过程中还涉及到数字调制和解调过程，模拟仿真出二进制输入信号，然后对输入信号进行 16QAM 正交编码调制、成形滤波，并使调制到中频的输入信号通过增加 AWGN 噪声的实测信道，接着我们用问题（1）和问题（2）中估计的信道参数对输入信号进行时域均衡，消除信道影响，最后对其信号解码解调，并进行抽样判决。根据题目要求变化高斯白噪声信噪比  $SNR$ ，对解调出来的信号进行误码率  $BER$  分析，我们发现 16QAM 信号的信噪比在  $SNR \in [0, 40] dB$  范围变化内，误码率为  $BER \in [10^{-0.7}, 10^{-5}]$ ，从图像可以观察到不同测试速度时随着信噪比的增大而逐渐减小，特别的，当速度为  $450 km/h$  时，测试数据由于信道变化更剧烈，误码率相比于其他测试速度增大，这与理论分析较一致。

**关键字：**信道估计，时变信道，多普勒效应，多径效应，基扩展模型，多普勒泄漏，Jakes 模型，归一化均方误差

# 1. 问题的重述

## 1.1 背景介绍

### 1.1.1 基本模型

宽带移动通信传输正在改变着人们的生活，更为快速和准确的传递信息是其基本需求。据预测，到 2020 年，数以千亿的“物”，包括汽车、计量表、医疗设备和家电等都将连入移动通信网络，人们的移动数字生活也将更加美好。由于移动通信网络连接环境复杂多变，对实现高速宽带数据传递提出了更高的要求和挑战。例如，高速铁路和高速公路的开通和应用，使未来移动通信系统面临高速移动环境，而在高速移动环境下，无线通信信道会发生快速变化，若不能适应这种变化，通信系统性能将会受到严重影响，极大降低信息传输的速度和质量。分析现有通信模型的不足，建立新的数学模型，对提升信道容量、增加信息传输速率和降低误码率会有很好的促进作用。

在通信系统中，发送端通过信道传输信号到接收端，在传输过程中，不可避免地要引入干扰噪声。接收端对包含噪声的信号进行合理解码，得到正确的信息，完成信息传输过程，原理用图 1-1 表示。

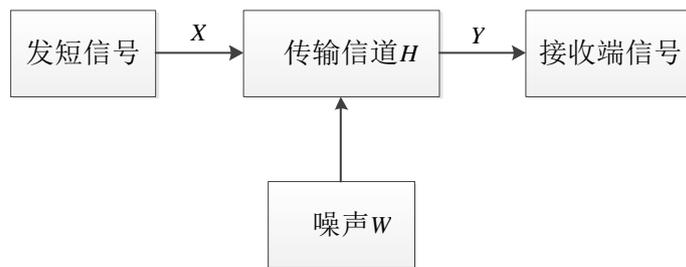


图 1-1 通信基本模型示意图

通信过程的数学模型可以表示为：

$$Y = H \cdot X + W \tag{1-1}$$

从式（1）可以看出，在已知接收端信号  $Y$  的情况下，要得知发送端的信号  $X$ ，还需要知道信道变量  $H$  和噪声  $W$  的统计特征。 $W$  可视为加性高斯白噪声 AWGN (Additive White Gaussian Noise)，因此问题的关键就是对  $H$  规律的探索。

在无线信道中，发送和接收之间通常存在多于一条的信号传播路径。多径的存在是因为发射机和接收机之间建筑物和其他物体的反射、绕射、散射等引起的，其传播特征如图 1-2 所示。

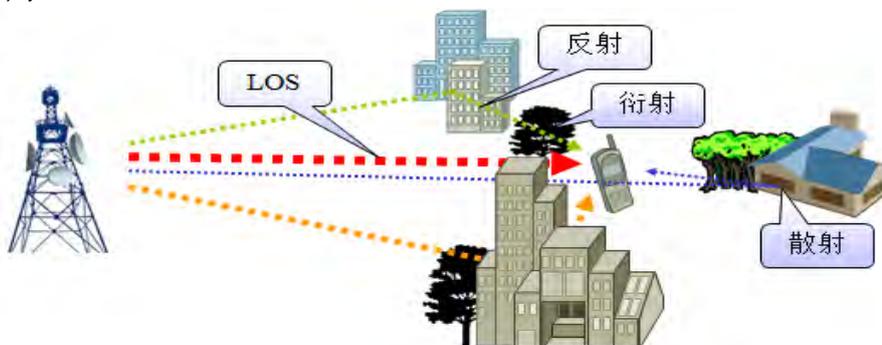


图 1-2 无线信道传播特征

图中 LOS (line of sight) 是信号直接到达的传播路径。可以看出, 由于环境的复杂性, 信号传播途径也复杂多变, 需要对其进行简化和抽象, 建立描述、估计信道传播的数学模型。

当信号在无线信道传播时, 多径反射和衰减的变化将使信号经历随机波动。无线多径传输系统的时间离散形式的数学表达式为:

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} h_l[n]x[n-l] + w[n], n = 0, \dots, K-1 \quad (1-2)$$

式中  $L$  为信道的多径数,  $K$  为传输信号的长度,  $w(n)$  可视为 AWGN,  $h_l[n]$  就是信道参数。

可以看出, 由于多径效应的存在, 接收端接收到的信号相比于实际发送的信号在时域上被展宽, 称为时延扩展。

移动台与基站间的相对运动带来的多普勒效应使信道特性随时间变化。运动速度越快, 信道变化越快。

### 1.1.2 无线信道估计

如果我们要准确的从接收端得到发端的信号, 必须准确地对无线信道  $H$  进行估计, 常用的估计方法包括使用训练序列 (导频), 即在发送端插入训练序列, 在接收端根据已知导频可以估计信道。由于信道是时变的, 需要周期性地插入训练信号和进行信道参数估计。在慢衰落信道情况下, 使用导频是一种比较准确经济的方法, 但在高速运动的快时变信道情况下, 就需要频繁地增加训练信号 (开销), 在接收端增加相同的信道估计次数。由于导频不承载有用信息, 过密的导频插入将会占用过多的传输资源, 降低有用信息的传输速率, 因此在快时变的信道中, 希望发现新的数学模型来估计快变的信道参数, 降低导频的插入频率。

减少信道参数估计的方法有插值等方法, 而基扩展(Basis Expansion Model)方法是最近研究得比较活跃的一种方法, 有可能以后在实际通信系统获得应用并提升性能。其主要是利用有限个基函数的线性组合来描述一定时间内的时变信道, 可以模拟有多普勒效应的快时变信道, 减少信道参数直接估计的次数, 数学模型为:

$$h_l[n] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n], \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (1-3)$$

式中  $b_{lm}$  是第  $l$  个路径第  $m$  个基系数, 在一定时间周期  $T$  内不随时间  $n$  变化,  $B_m$  是第  $m$  个基函数矢量, 变量是时间  $n$ , 通过上式, 把时变量  $h_l[n]$  转化为一定时间周期  $T$  内非时变量  $b_{lm}$  和另一时变量  $B_m[n]$  (是时间  $n$  的函数, 但函数形式不变) 的表达式, 即在  $T$  内估计一次  $b_{lm}$  即可实现对快时变信道参数  $h_l[n]$  的估算。式 (3) 代入式 (2), 可得到整个信息传输的模型表示:

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} \left( \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n] \right) x[n-l] + w[n] \quad n = 0, \dots, K-1 \quad (1-4)$$

在上述表达式中, 基函数的选择对  $M$  的大小有较大影响。

无论何种方法, 对新建立模型的评价除了看相邻测试数据的间隔长短外主要有以下 2 个方面:

#### 1) 模型准确度

对信道模型的准确度评价可以根据实际时变的信道参数与估计信道参数的误差, 计算均方误差 (MSE) 或归一化均方误差 (NMSE), 其中 NMSE 的数学表达式为:

$$NMSE = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n) - \hat{h}_l(n)|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n)|^2} \quad (1-5)$$

式中，比较双方分别为实际信道参数和根据模型计算得到的估计值。

也可以根据最终通信结果进行评价信道，在输入信号已知的情况下，计算通过信道后的输出信号与输入信号间的误比特率 **BER** (Bit Error Rate)。

## 2) 算法复杂度

模型所用算法的优劣对实用影响很大，算法的复杂度要保证工程可实现，可用  $O(f(n))$  量化表示，是评价模型的重要指标。

## 1.2 请研究的几个问题

在上述提供的背景材料以及自行查阅相关文献资料的基础上，请你们的团队探索研究下列问题。要求写出建模的过程及所用算法说明，并附上所用的程序 (C/C++/Java/Matlab 等)。

1. 数据文件 1 给出了某信道的测试参数 (运动速度 180Km/h, 载波频率 3GHz, 信道采样频率 200KHz), 请建立数学模型, 在保持一定的准确度的情况下, 把测试数据中的部分数据通过所建模型计算获得, 从而减少实际数据的测试量 (即利用部分测试数据通过所建模型预测整体数据, 实测数据量越少越好)。用图表方式展示原始数据与计算结果的误差, 并分析模型所用算法的复杂度。

2. 多普勒效应引起信道的变化, 在载波频率一定的情况下, 变化的程度与相对速度有关。数据文件 2、3、4 分别是载波频率为 3GHz 时, 信道在不同速度 90Km/h、360Km/h、450Km/h 时的测试数据 (信道采样频率是 200KHz)。请对这些数据进行分析, 探索运动速度对第一问你们所建模型准确度影响的规律。

在通信研究过程中经常会采用仿真的方法产生信道数据, 如果多径衰落信道相互独立, 幅度服从瑞利(Rayleigh)分布, 相位服从均匀分布, 如何对多径时变传输信道建模? 信道相关的参数(多径数、多径延迟、多径衰减增益等)可参见文献附录 B (见附件)。描述信道建模的过程, 并利用所建信道模型产生的仿真数据, 验证前面你们所建模型在减少测试数据方面的效果。

3. 在一个通信系统中, 为适应无线信道的特点, 信号在信道传输过程中还涉及到数字调制和解调过程, 在信道传输前, 在调制过程中二进制序列信号要调制为复数序列, 以适合无线信道传输。常用的数字调制方式有 QAM 调制, 可以用星座图直观表示。

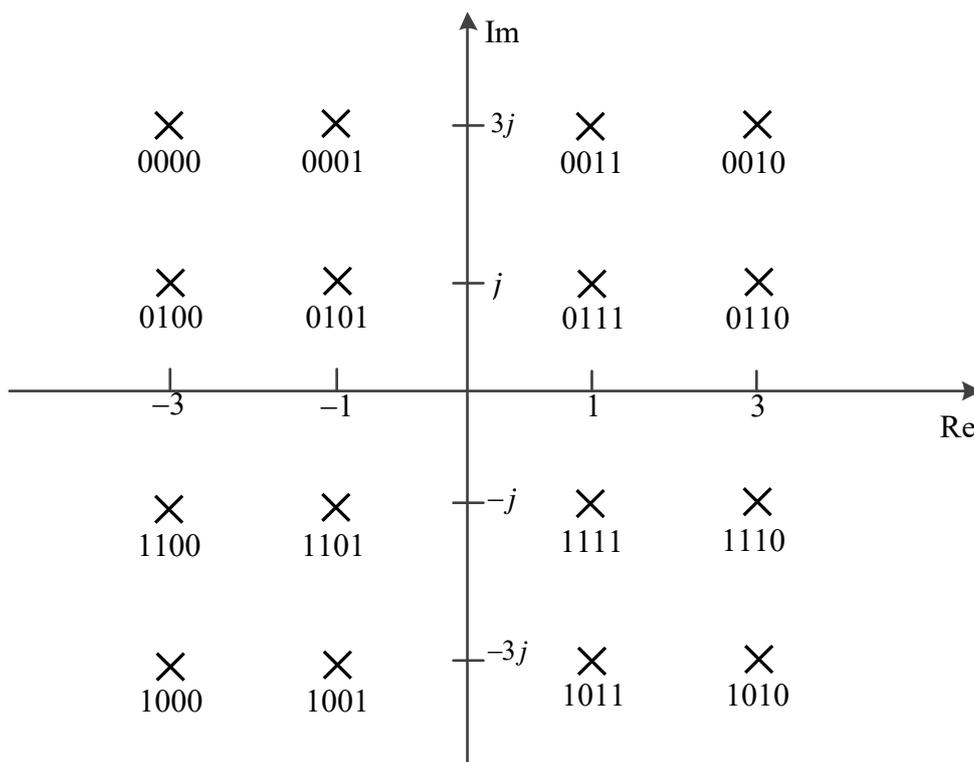


图 1-3 16QAM 星座图

图 3 为 16QAM 星座图，可以把 4 位二进制数按顺序转换为相应的复数（如 0000 转换为  $-3+3j$ ），并与载波信号相乘后送入信道。接收端接收到复数信号后进行载波解调后解码（即按逆变换将  $-3+3j$  转换为 0000），恢复二进制序列。

根据实际信道受噪声影响的情况，对题 1 和题 2 中涉及信道增加 AWGN 噪声， $SNR$  的取值参考范围从 0 到 40dB。自行定义任意输入信号，进行数字调制及解调，信道参数采用前面所建减少信道数据测试频度的模型，分析  $SNR$  与  $BER$  之间的关系。

## 2. 问题的分析

### 2.1 问题（1）的分析

对于问题一，希望利用部分测试数据通过所建模型预测整体数据，而且实测数据量越少越好。由于已知运动速度为  $180km/h$ ，无线通信信道会发生快速变化，使用导频法会降低信息的传输速率，因此我们采用了基扩展方法。考虑到信号的相关时间  $T$ ，我们将测试数据进行分块，先用复指数基扩展模型，构造基函数，利用少量实测数据求解每块的基系数，进而估计整块数据。由于在速度较慢时，复指数基扩展模型存在“多普勒泄漏效应”，又采用多项式基扩展模型，对数据进行预测。然后，改变基系数个数，分别计算实际信道参数与估计信道参数的归一化均方误差（ $NMSE$ ），得到  $NMSE$  随基个数的变化趋势。最后分析算法的时间复杂度和空间复杂度，对算法进行评估。

### 2.2 问题（2）的分析

对于问题二，考虑到多普勒效应导致在信道高速移动的过程中最大多普勒频移随之改变，信道变化也更加剧烈，所以改变在第一问中建立的信道预测模型中的速度，在不

同的速度下改变基个数比较原始信道数据和预测数据之间的误差，并对  $NMSE$  进行分析，最终得到运动速度对第一问你们所建模型准确度影响的规律。对于多径时变传输信道，考虑到其多径衰减时包络和相位分别服从瑞利分布和均匀分布，我们采用 Jakes 模型对其进行信道传输过程进行仿真和描述，该模型在市区瑞利衰落信道的建模与仿真中有很好的效果。建立信道模型后，我们利用其部分仿真数据作为输入，导入到第一问所建立的信道预测模型中，通过对它们进行数据误差和  $NMSE$  分析对比，验证了预测模型在减少数据方面有比较理想的效果。

### 2.3 问题（3）的分析

对于问题三，我们根据题目所述信号在信道传输过程中还涉及到数字调制和解调过程，模拟仿真出二进制比特流信号，通过 16QAM 的编码调制、成形滤波，使信号通过增加 AWGN 噪声的实测信道，接着用问题（1）中估计出的信道参数对输出信号进行均衡处理，消除信道的影响，最后对其进行解码解调和抽样判决，得出输入信息。根据题目要求变化高斯白噪声信噪比  $SNR$ ，对解调出来的信号进行误码率  $BER$  分析。

## 3. 模型的假设与符号说明

### 3.1 模型的假设

（1）假设多径时变传输信道模型的多径数、多径延迟、多径衰减增益等参数是已知的，并且在模型中不随着接收端高速运动而发生变化；

（2）假设在信息传播过程中信道中的冲激响应可以看作一个复高斯随机过程；

（3）假设信道变量  $H$  可以视为一个真实的信道，它的测试数据可以作为准确值，不存在噪声和误差干扰情况；

（4）假设信道模型建立过程中载波信息和定时信息都是准确的，恢复它们时不存在误差情况。

### 3.2 符号说明

$X$ ：表示发送短信号；

$Y$ ：表示接收端信号；

$H$ ：表示信道容量；

$W$ ：表示加性高斯白噪声；

$B_m[n]$ ：表示第  $m$  个基函数的值；

$b_{lm}$ ：表示第  $l$  条路径的第  $m$  个基系数；

$MSE$ ：表示均方误差；

$NMSE$ ：表示归一化均方误差；

$M$ ：表示基个数；

$T_s$ ：表示采样间隔；

$f_0$ ：表示载波频率；

$c$ : 表示光传播速度;  
 $v_i (i=1,2,3)$ : 表示不同信道的测试速度;  
 $f_{\max i} (i=1,2,3)$ : 表示不同速度时的多普勒频率;  
 $N_i (i=1,2,3)$ : 表示不同速度时的样本点块长;  
 $T_{ci} (i=1,2,3)$ : 表示不同速度时的相关时间;  
 $\theta$ : 表示第  $n$  个径多普勒频移的正弦波初始相位;  
 $\theta_2$ : 表示具有最大多普勒频移正弦波的初始相位;  
 $x_c$ : 表示同相分量;  
 $x_s$ : 表示正交分量;  
 $w[n]$ : 表示噪声单边功率谱密度;  
 $E_b$ : 表示码元能量;  
 $SNR$ : 表示高斯白噪声信噪比;  
 $BER$ : 表示误码率。

## 4. 模型的建立与求解

### 4.1 问题 (1) 模型建立与求解:

#### 4.1.1 有限参数信道模型传输系统

假设无线信道最大多径时延扩展为  $L$ , 系统输入输出离散时间等效基带信号可表示为

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(n,l)x(n-l) + w(n), n=0, \dots, K-1 \quad (4-1)$$

其中,  $h_l(n,l)$  为  $n$  时刻第  $l$  条路径的时域信道响应,  $x(n)$  和  $y(n)$  分别为  $n$  时刻的收发信号; 为了克服频率选择性引起的码间干扰, 通常采用块传输系统, 块传输系统如 OFDM, 单载波频域均衡系统, 在每一个传输块前增加保护间隔如循环前缀, 只要保护间隔长度大于信道最大时延扩展  $L$ , 即可消除块间干扰。假设每一快传输的长度为  $N$ , 循环前缀长度  $G \geq L$ , 将块内的  $h_l(n,l)$  个接受样值和发送样值分别表示为矢量形式

$$\begin{cases} \mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)] \\ \mathbf{s} = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)] \end{cases} \quad (4-2)$$

则出去循环前缀后接收信号的等效矢量表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \quad (4-3)$$

其中  $\mathbf{H}$  为时域信道矩阵。如果直接估计时域信道矩阵  $\mathbf{H}$ , 则需要估计  $N \times L$  个信道样值, 显然所需要大量训练序列和较高的计算复杂度。为降低运算复杂度, 通常采用基扩展表示的有限参数模型来近似是时变信道, 下面我们详细介绍基扩展模型及其运算结果。

#### 4.1.2 基本基扩展模型

时变信道的有限参数基扩展<sup>[1][2]</sup>模型如下:

$$h(n,l) = \sum_{m=0}^{M-1} b(m,l) \cdot B_m(n) \quad (4-4)$$

式中 $b_{lm}$ 是第 $l$ 个路径第 $m$ 个基系数,  $B_m$ 是对应基函数在 $B_m$ 时刻的取值, 将上式表示为矢量形式

$$\mathbf{h}_l = \mathbf{B}_l \cdot \mathbf{b}_l \quad (4-5)$$

其中 $\mathbf{h}_l = [h(0,l), h(1,l), \dots, h(N-1,l)]^T$ ,  $\mathbf{b}_l = [b(0,l), b(1,l), \dots, b(N-1,l)]^T$ ,  $\mathbf{B}$ 表示 $\mathbf{B}$ 的基函数组成的矩阵, 选择不同的基函数就得到不同的基扩展模型。

上述公式 4-4 用 $M$ 个基来捕获每一个径上的时变特性, 也就是说每一径的时变信道, 仅用 $M$ 个基的系数就可以表示, 通常 $M$ 的取值很小, 那么用较少数量的 $M \times L$ 个系数 $b$ 就可以描述整个块内时变多径信道, 而一块的长度 $M$ 通常很大, 从几百到几千, 这估计出来的信道参数数量大大降低, 信道估计的复杂性也大大降低。

#### 4.1.3 复指数基扩展模型及其结果

##### 4.1.3.1 复指数基扩展模型

复指数基<sup>[1][3][4]</sup>即傅立叶基

$$h(n,l) = \sum_{m=0}^{M-1} b(m,l) \exp \left[ j2\pi \left( m - \frac{M}{2} \right) \frac{n}{N} \right] \quad (4-6)$$

基个数

$$M = 2 \lceil f_{\max} N T_s \rceil + 1 \quad (4-7)$$

$T_s$ 为采样间隔,  $f_{\max}$ 为最大多普勒频移。用 BEM 基扩展模型来表示时变信道, 相当于在多普勒扩展频谱上进行频域采样, 用这些采样频点的值来近似表示一定长度数据块内信道的变化, 当块长等于 $N$ 时, 多普勒频谱采样间隔(即多普勒频率分辨率) $\nu = 1/N$ , 这里采用等间隔采样, 第 $m$ 个采样频率 $\nu_m = (m - M/2)/N$ , 但是当信道变化较慢时, 多普勒扩展带宽很窄,  $M$ 个实际频域采样点将超出多普勒扩展带宽, 部分基函数将不能真实表示多普勒扩展频谱的频域采样, 造成“多普勒泄漏效应”。

##### 4.1.3.2 复指数基扩展结果

根据附件一所给数据, 目标速度在 180Km/h, 载波频率 $f_0 = 3\text{GHz}$ , 信道采样频率 $f_s = 200\text{KHz}$ , 根据已知条件我们求出 $f_{\max} = \frac{2v}{\lambda} = \frac{2v}{c} f_0 = 1\text{kHz}$ , 我们采用 4.1.3 所讲述到的复指数基扩展模型, 即

$$h(n,l) = \sum_{m=0}^{M-1} b(m,l) \exp \left[ j2\pi \left( m - \frac{M}{2} \right) \frac{n}{N} \right]$$

可以从附件一中的数据看出多径效应, 一条信道, 拥有 9 条路径, 我们先取一条路径进行计算,

Step 1: 根据上式, 先用测试样本  $h(n,1)$  估计出基系数  $b(m,1)$

$$[h(0,1), \dots, h(M-1,1)] = [b(0,1), \dots, b(M-1,1)] \cdot \begin{bmatrix} B_0(1) & B_0(2) & \dots & B_0(M) \\ B_1(1) & B_1(2) & \dots & B_1(M) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ B_{M-1}(1) & B_{M-1}(2) & \dots & B_{M-1}(M) \end{bmatrix}_{M \times M}$$

求出基系数矩阵  $b(m,l) = [b(0,1), \dots, b(M-1,1)]$ .

即

$$[b(0,1), \dots, b(M-1,1)] = [h(0,1), \dots, h(M-1,1)] \cdot \begin{bmatrix} B_0(1) & B_0(2) & \dots & B_0(M) \\ B_1(1) & B_1(2) & \dots & B_1(M) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ B_{M-1}(1) & B_{M-1}(2) & \dots & B_{M-1}(M) \end{bmatrix}_{M \times M}^{-1}$$

Step 2: 通过计算出的基系数矩阵  $b(m,l)$ , 来预测我们后续的数据;

Step 3: 把预测出的数据原数据进行比较, 求出错误概率;

Step 4: 求出归一化均方误差  $NMSE$ , 比较随着  $M$  取值的增加  $NMSE$  的变化趋势。

由于数据量足够大, 所以我们选取步长为 100, 测试样本为 500, 具体测试段规划如下图:

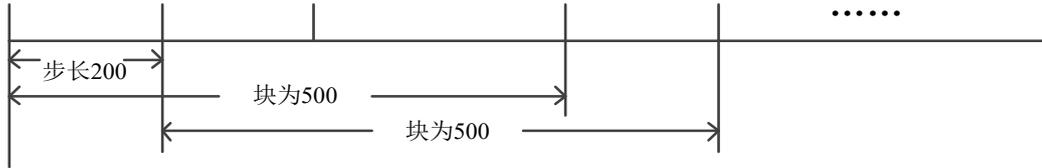


图 4-1 测试段规划图

由图 4-1 可以看出, 我们每次固定  $M$  的值, 预测 500 个值, 但是每次只取前 200 个值作为最终的信道预测值, 因为最大多普勒频移为  $f_{\max} = 1000\text{Hz}$ , 所以数据相关时间为其倒数即

$$T_c = \frac{1}{f_{\max}} = 0.001\text{s}$$

所以采样点数为相关时间和采样频率的乘积即

$$N = T_c \cdot f_s = \frac{1}{f_{\max}} \cdot f_s = 200 \quad (4-8)$$

所以  $N$  为 200 点, 依次这样下去, 直到全部数据预测完毕。

首先我们先做出数据前 200 个点的预测结果 (代码见附录 1)

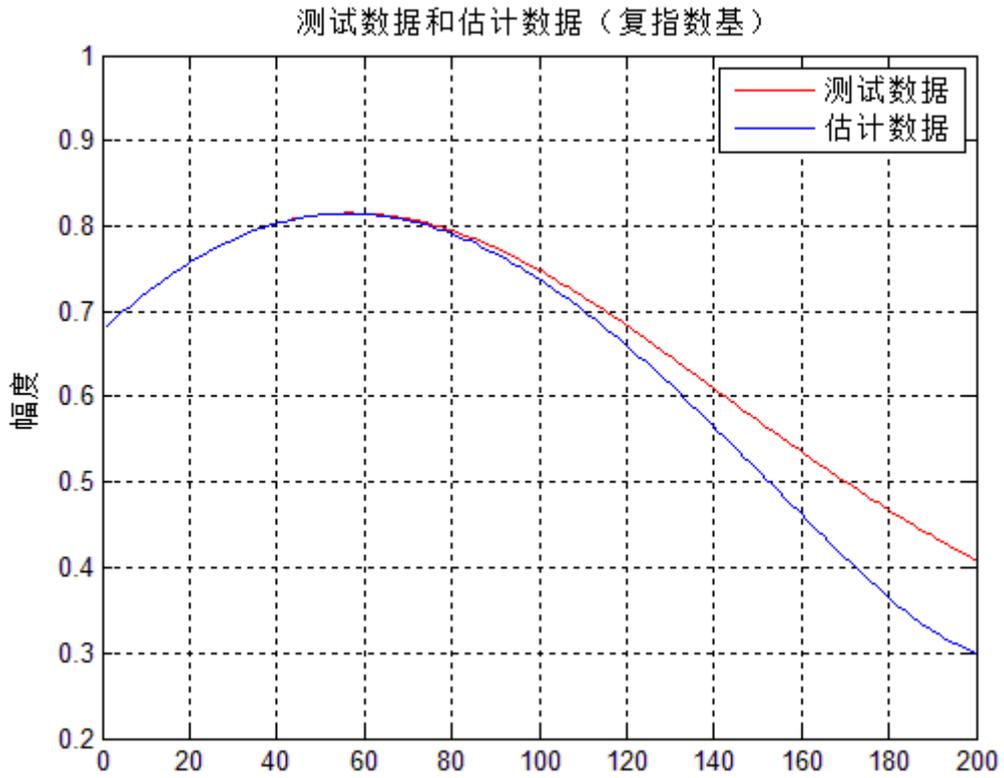


图 4-2 测试数据和估计数据 (复指数基)

由图 4-2 我们可以看出，红线代表测试数据，蓝线代表估计数据，测试数据较连续，在某些点处产生了断值，但是差值都在可接受范围之内，预测效果较为理想。由此我们进行了全部数据的预测，预测结果如下

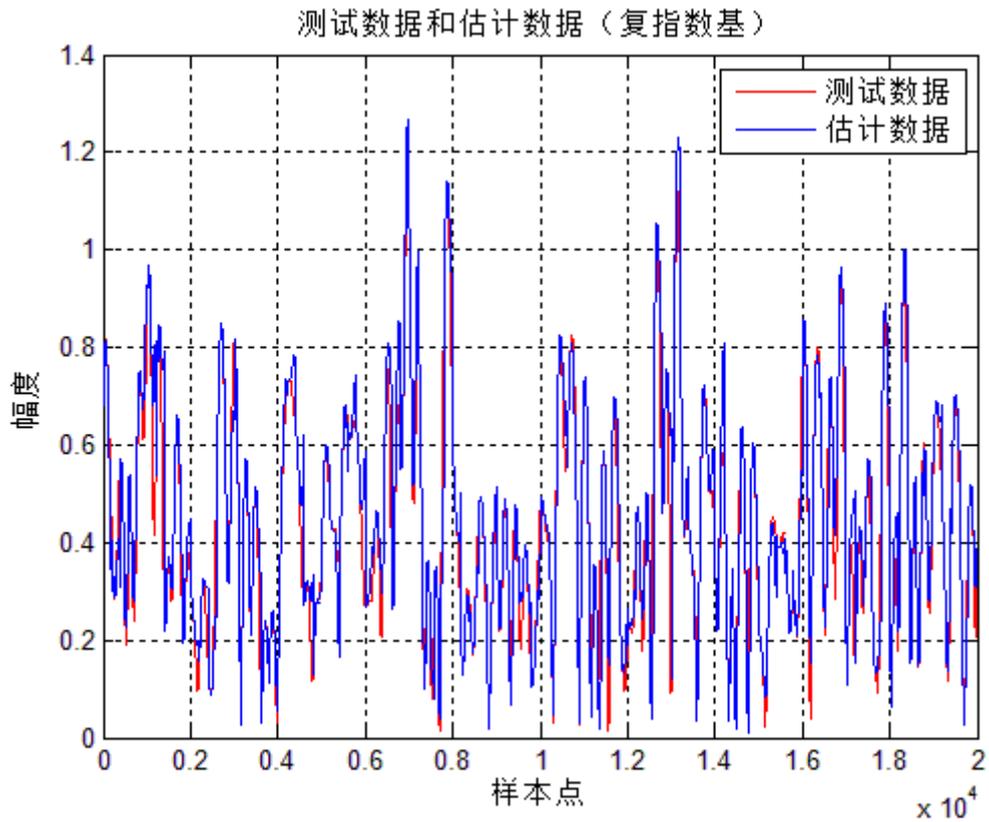


图 4-3 测试数据和估计数据对比 (复指数基)

从图 4-3 可以大致看出，红蓝两线基本重合，但是中间存在间断点，预测值不是很连续，差值在可接受范围之内，总体预测较为理想。

为了能观察出预测值与原数据的区别，我们对两组数据做差，得出一条误差曲线  
估计信道与测试数据误差

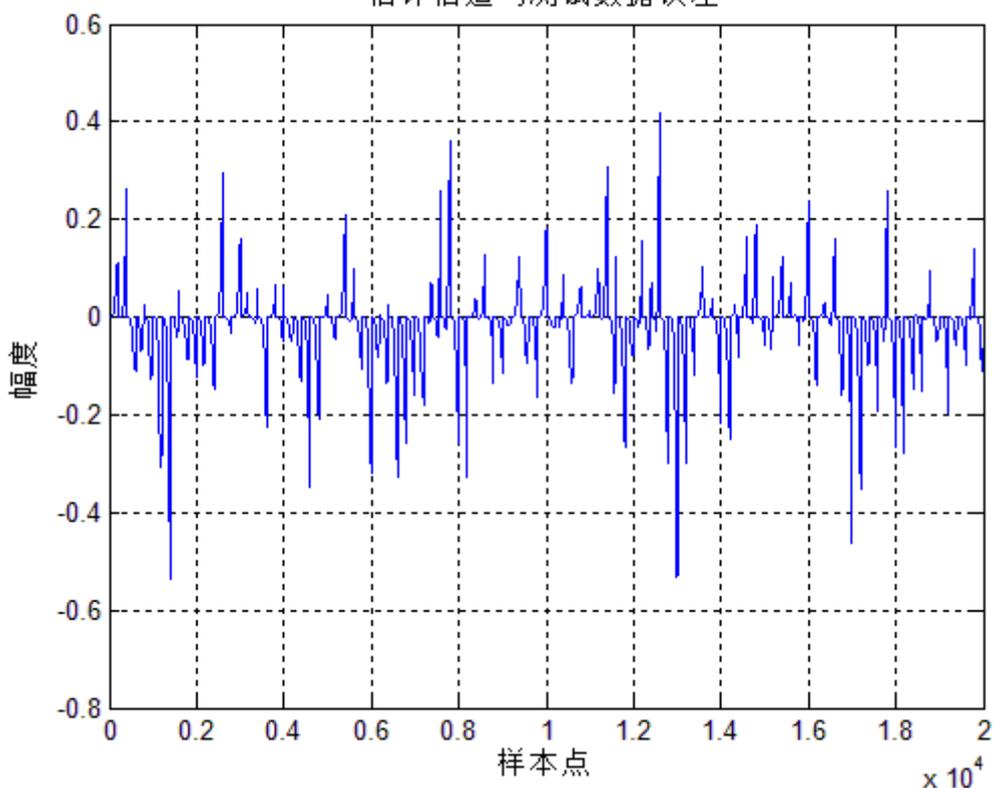


图 4-4 估计信道与测试数据误差

从图 4-4 可以得出，两图差值最大为 0.4，最小为 0.0，数量级为  $10^{-1}$ ，可以得出估计信道与测试数据误差在可接受的范围之内，估计较为理想。

我们接着改变基个数  $M$  的值，对数据在进行预测，通过归一化均方误差公式

$$NMSE = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n) - \hat{h}_l(n)|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n)|^2}$$

计算出预测数据的  $NMSE$  随着基个数  $M$  的增加是怎样变化趋势，结果如下（代码见附录 3）

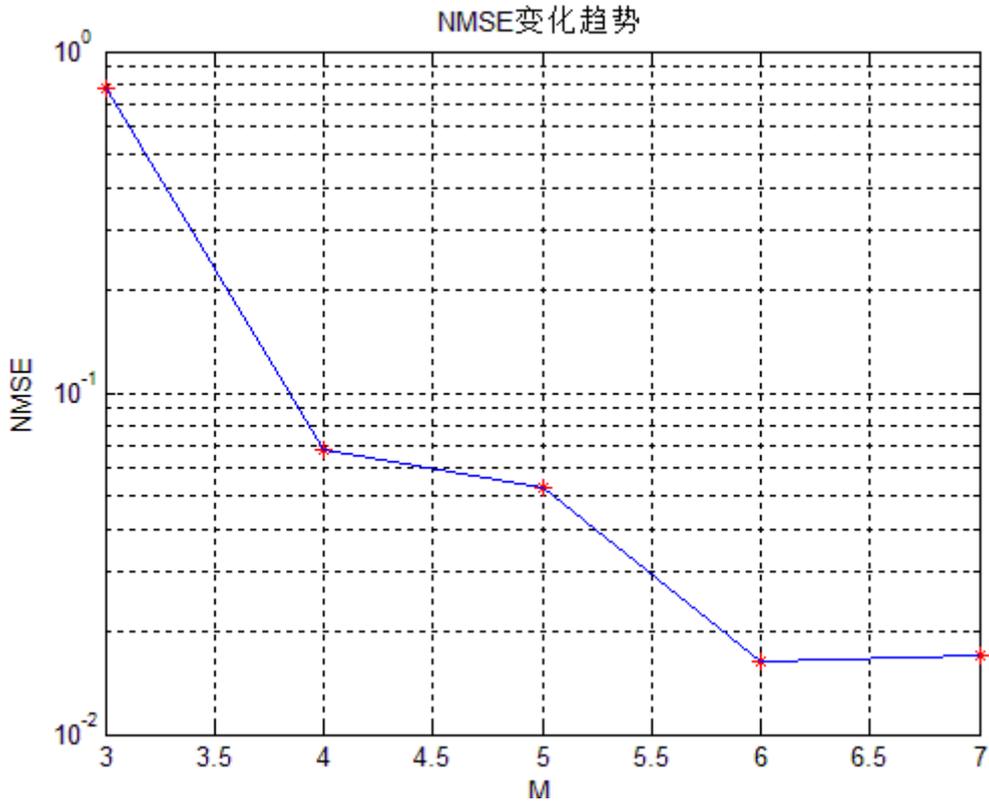


图 4-5 NMSE 变化趋势（复指数基）

通过图 4-5 我们分析可知，归一化均方误差随着基个数  $M$  的增加总体趋于下降趋势，最后平稳在  $M = 7$  附近。同时，随着  $M$  的增加归一化均方误差逐渐减小，结果越来越精确，逼近真实值，证明我们的模型是可靠的。

#### 4.1.4 多项式基扩展模型

对于上述的复指数基扩展模型来说，存在多普勒泄露问题，速度的减小多普勒泄露越严重，考虑到这个问题，我们引入了多项式基扩展模型，很好的弥补了复指数基扩展模型的缺点。

##### 4.1.4.1 多项式基扩展

多项式基<sup>[2][3]</sup>扩展模型由泰勒级数展开得到，任意时刻  $n$  时的信道脉冲响应  $h(n, l)$ ，可近似表示为

$$h(n, l) = \sum_{m=0}^{M-1} c(m, l) \cdot n^m \quad (4-9)$$

##### 4.1.4.2 多项式基扩展结果

根据 4.1.3.2 所讲述的步骤，我们用训练样本计算出基系数  $c(m, l)$ ，然后在进行正向运算，估计出 9 条路径的  $h(n, l)$ ，最终和原数据进行比较。

为了方便计算，我们将整段数据进行分块估计预测，每一块的长度为  $N = 200$ ，接着我们分别取  $M = 4, 5, 6, 7$ ，分别对不同的阶数进行预测，来比较预测结果，分析其原因。首先我们先做出数据前 400 个点的预测结果（代码见附录 2）

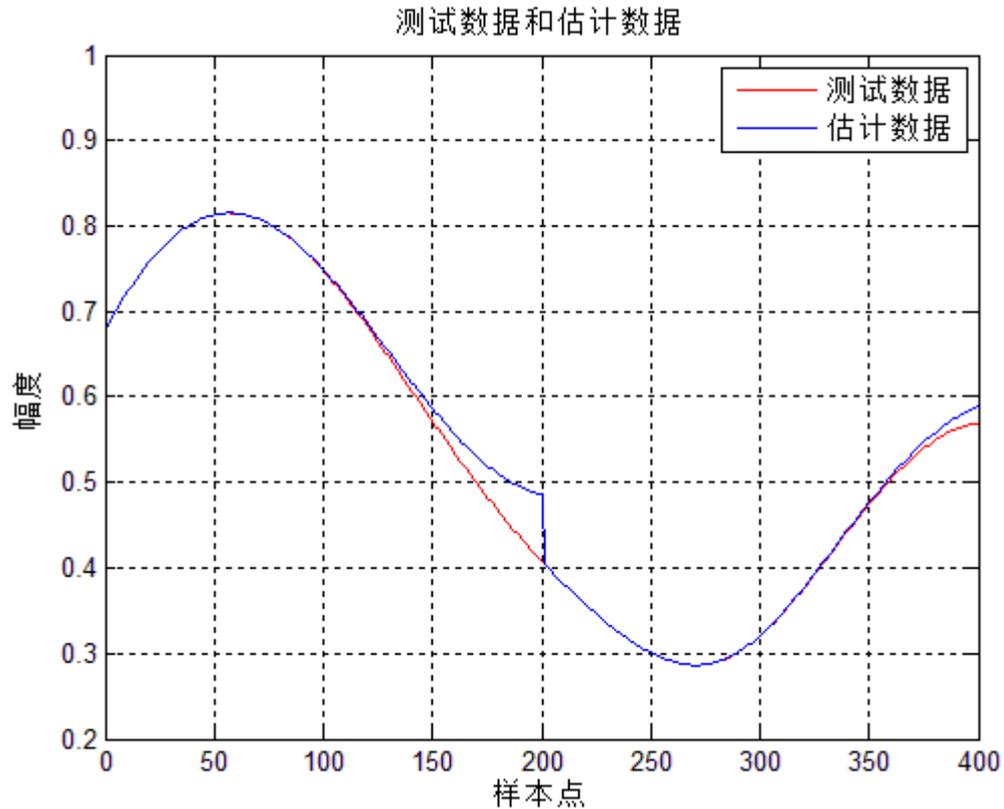


图 4-6 测试数据与估计数据对比（多项式基）

由图 4-6 我们可以看出，红线代表测试数据，蓝线代表估计数据，测试数据比较连续，在某些点处产生了断值，但是差值都在可接受范围之内，预测效果较为理想。

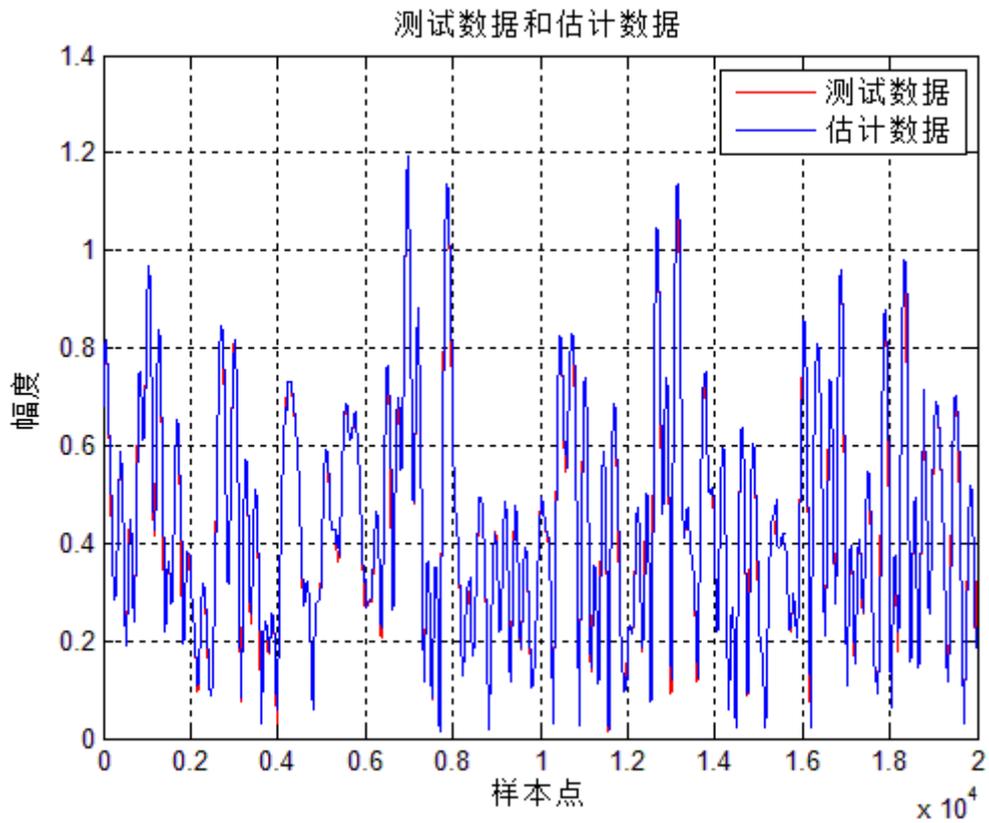


图 4-7 测试与估计总数据对比（多项式基）

从图 4-7 可以大致看出，红蓝两线基本重合，预测值不是很连续，差值都在可接受范围之内，总体预测较为理想。为了能观察出预测值预测效果，得出一条误差曲线

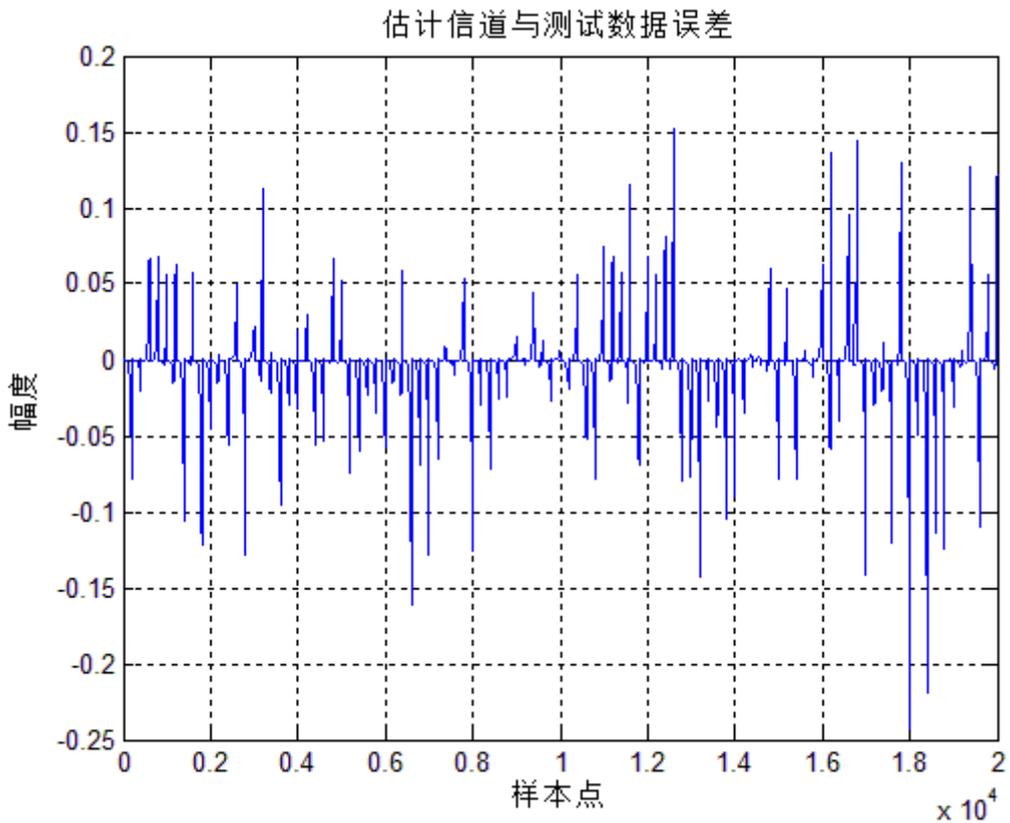


图 4-8 测试数据与估计数据误差（多项式基）

从图 4-8 可以得出，数量级为 $10^{-2}$ ，误差在可接受的范围之内，估计较为理想。

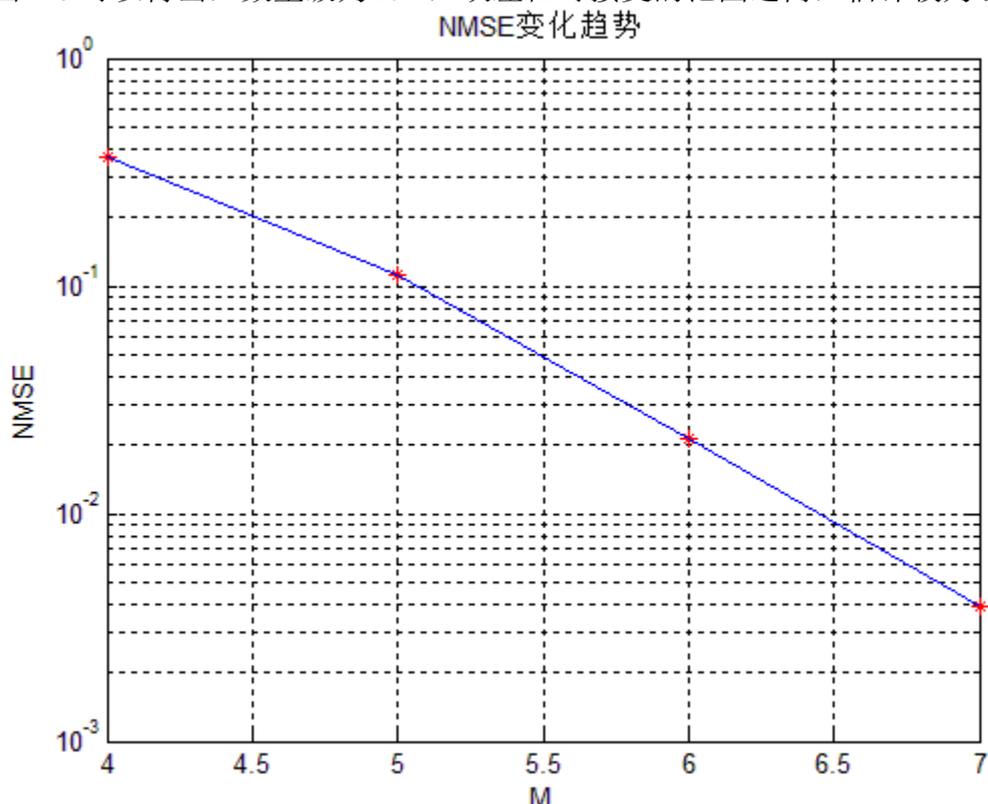


图 4-9 NMSE 变化趋势 (多项式基)

通过图 4-9 我们分析可知，归一化均方误差随着基个数  $M$  的增加总体趋于下降趋势（代码见附录 3）。同时，随着  $M$  的增加归一化均方误差逐渐减小，结果越来越精确，归一化均方误差数量级大致成直线下降，估计出的数据和原数据越来越相符，证明我们的模型是可靠的。

#### 4.1.5 复杂度分析

##### 4.1.5.1 算法效率的度量

算法<sup>[4]</sup>执行时间需通过一句该算法编制的程序在计算机上运行时所消耗的时间来度量。而度量一个程序的执行时间通常有两种方法：事后统计的方法和事前分析估算的方法。一般人们采用后一种方法。

事前分析估算的方法

一个用高级程序语言编写的程序在计算机上运行时所消耗的时间取决于下列因素

1. 依据的算法选用何种策略
2. 问题的规模
3. 书写程序的语言
4. 编译程序所产生机器代码的质量
5. 机器执行指令的速度

显然，同一个算法用不同的语言实现，或者用不同的编译程序进行编译，或者在不同的计算机上运行时，效率均不相同。这表明使用绝对的时间单位衡量算法的效率是不

合适的。撇开这些与计算机硬件、软件有关的因素，可以认为一个特定的算法“运算工作量”的大小，只依赖于问题规模（通常用整数量），或者说，它是问题规模的函数。

一个算法是由控制结构（顺序、分支和循环3种）和原操作（指固有数据类型的操作）构成的，则算法时间取决于两者的综合效果。为了便于比较同一问题的不同算法，通常的做法是，从算法中选取一种对于所研究的问题（或算法类型）来说是基本操作的原操作，以该基本操作重复运算的次数作为算法的时间量度。

一般情况下，算法中基本操作重复执行的次数是问题规模的某个函数，算法的时间量度记作

$$T(n) = O(f(n)) \quad (4-10)$$

它表示随问题规模  $n$  的增大，算法执行时间的增长率和  $f(n)$  的增长率相同，成为算法的渐进时间复杂度，简称时间复杂度。

显然，被称作问题的基本操作的原操作应是其重复执行次数和算法的执行时间成正比的原操作，多数情况下它是最深层循环内的语句中的原操作，它的执行次数和包含它的语句的频度相同。语句的频度指的是该语句重复执行的次数。

不同数量级时间复杂度的形状如图所示。由图中可见，我们应该尽可能选用多项式阶  $O(n^k)$  的算法，而不希望用指数阶的算法。

#### 4.1.5.2 算法的存储空间的要求

类似于算法的时间复杂度，空间复杂度是算法所需存储空间的度量，记作

$$S(n) = O(f(n)) \quad (4-11)$$

其中  $n$  为问题的规模（或大小）。一个上机执行的程序除了需要存储空间来寄存本身所用指令、常数、变量和输入数据外，也需要一些数据进行操作的工作单元和存储一些为实现计算所需信息的辅助空间。若输入数据所占空间只取决于问题本身，和算法无关，则只需要分析除了输入和程序之外的额外空间，否则应同时考虑输入本身所需空间（和输入数据的表示形式有关）。若额外空间相对于输入数据量来说是个常数，则称此算法为原地工作。又如果所占空间量依赖于特定的输入，则除特别说明外，均按最坏情况分析。

#### 4.1.5.3 本算法复杂度

计算求解本算法的复杂度。首先考虑算法的时间复杂度。本算法中，乘法运算是和算法的执行时间成正比的原操作。其中一般稠密矩阵计算的各种算法复杂度都是  $O(n^3)$ ，在本算法中使用的矩阵求逆运算、相乘运算的算法复杂度也认定为  $O(n^3)$ 。考虑到矩阵相乘作为最内层循环，因此本算法的渐进时间复杂度为  $O(n^5)$ 。经过测试，程序的总的运行时间为1.40s。

再算法的空间复杂度，输入数据为信道的测试参数，其数据大小类型为  $9 \times 20000 \text{ double}$  型，而运算过程中运用的额外空间近似为  $2 \times 9 \times 20000 \text{ double}$ ，因此算法空间复杂度可认定为

$$S(n) = O(n) \text{ 为线性阶}$$

## 4.2 问题（2）模型的建立与求解：

### 4.2.1 不同速度时的信道估计

我们通过 4.3.1 建立的模型，针对不同速度下的信道，对其进行进一步的估计，并发现信道估计结果与速度之间的关系，根据已知条件，计算出三条不同速度的信道各参数如下

$$\begin{cases} v_1 = 90\text{km/h} = 25\text{m/s} & \Rightarrow f_{\max 1} = \frac{2v_1 f_0}{c} = 500\text{Hz} \Rightarrow T_{c1} = \frac{1}{f_{\max 1}} = 0.002\text{s} \\ v_2 = 270\text{km/h} = 75\text{m/s} & \Rightarrow f_{\max 2} = \frac{2v_2 f_0}{c} = 1500\text{Hz} \Rightarrow T_{c2} = \frac{1}{f_{\max 2}} = 0.00067\text{s} \\ v_3 = 450\text{km/h} = 125\text{m/s} & \Rightarrow f_{\max 3} = \frac{2v_3 f_0}{c} = 2500\text{Hz} \Rightarrow T_{c3} = \frac{1}{f_{\max 3}} = 0.0004\text{s} \end{cases}$$

所以，我们求出不同速度的信道样本点块长如下

$$\begin{cases} N_1 = T_{c1} \cdot f_s = 400 \\ N_2 = T_{c2} \cdot f_s = 133 \\ N_3 = T_{c3} \cdot f_s = 80 \\ f_s = 200\text{KHz} \end{cases}$$

最终结果如下表

表 4-1 不同信道速度各参数值

运动速度 $v$	多普勒频移 $f_{\max}$	样本块长 $N$
$v_1 = 90\text{km/h}$	$f_{\max 1} = 500\text{Hz}$	$N_1 = 400$
$v_2 = 270\text{km/h}$	$f_{\max 2} = 1500\text{Hz}$	$N_2 = 133$
$v_3 = 450\text{km/h}$	$f_{\max 3} = 2500\text{Hz}$	$N_3 = 80$

下面我们分别对不同速度进行信道估计。

#### 4.2.1.1 $v_1 = 90\text{km/h}$ 时信道估计

##### （1）复指数基扩展结果

根据上述计算，我们可以知道，当  $v_1 = 90\text{km/h}$  时， $N_1 = 400$ ，则我们分块长度为 400，得出信道估计结果图

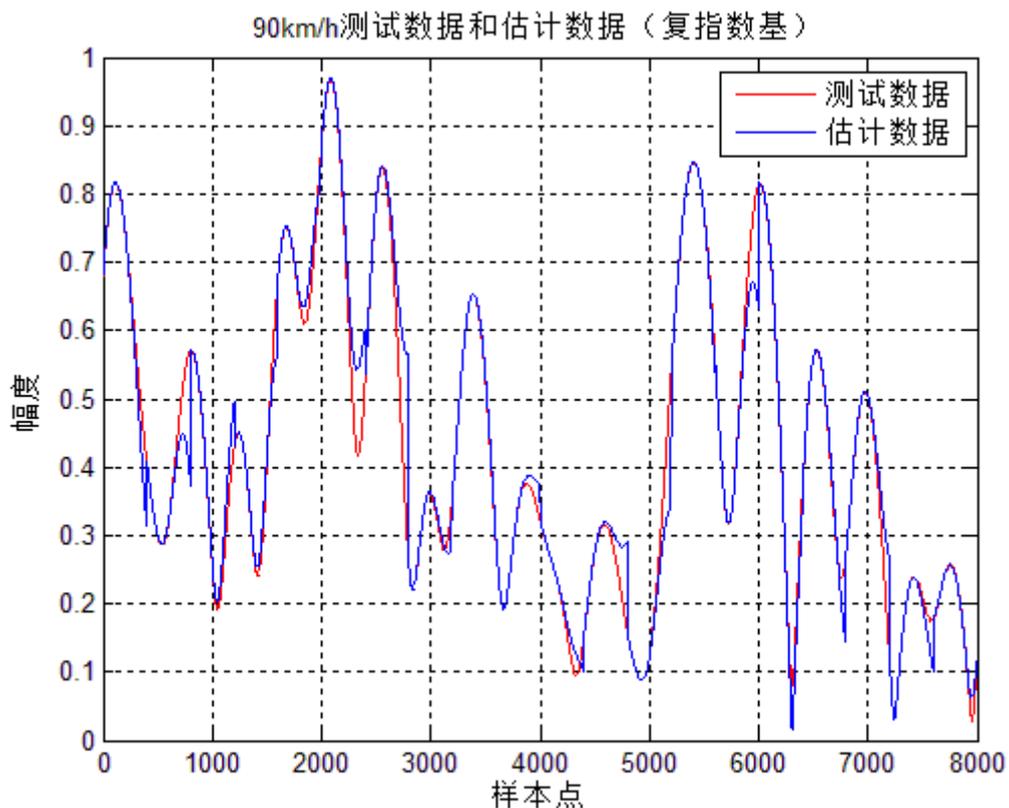


图 4-10 90km/h 测试数据和估计数据 (复指数基)

由图 4-10 我们可以看出，红线代表测试数据，蓝线代表估计数据，测试数据比较连续。但是在某些点处产生了断值，两点差值都在可接受范围之内，预测效果较为理想。

为了能观察出预测值与原数据的区别，我们对两组数据做差，得出一条误差曲线

估计信道与测试数据误差 (90km/h)

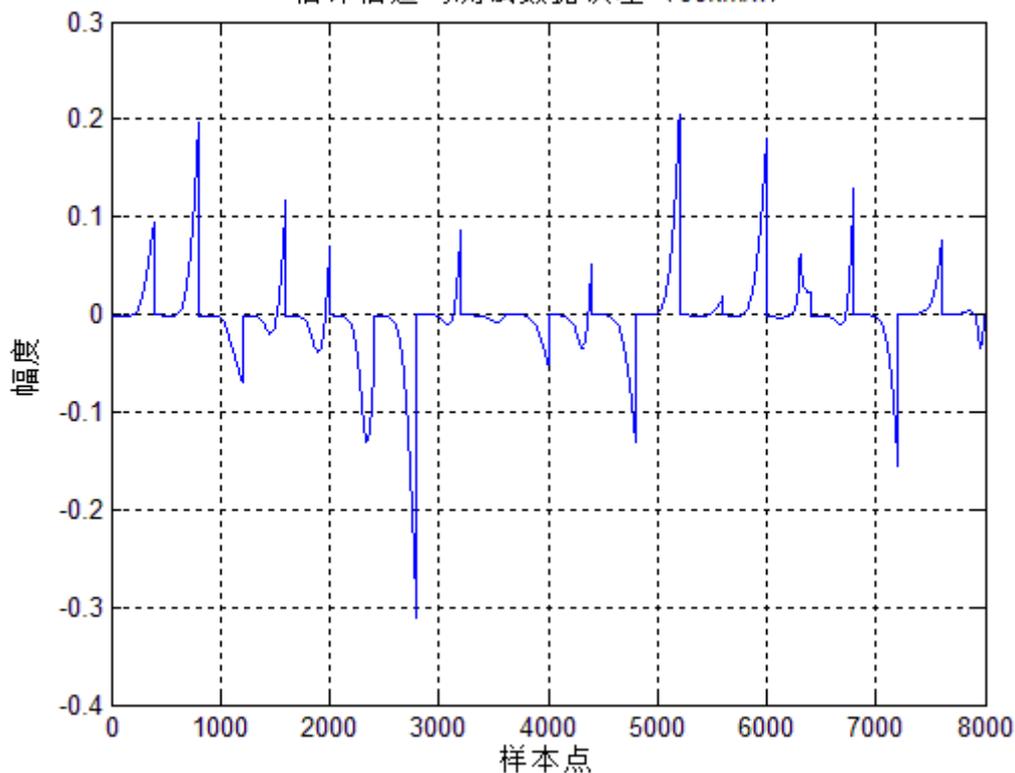


图 4-11 90km/h 测试数据和估计数据误差 (复指数基)

从图 4-11 可以得出，两图差值最大为 0.32，最小为 0.0，数量级为  $10^{-1}$ ，可以得出估计信道与测试数据误差在可接受的范围之内，估计较为理想。

随之我们做出  $NMSE$  变化趋势曲线

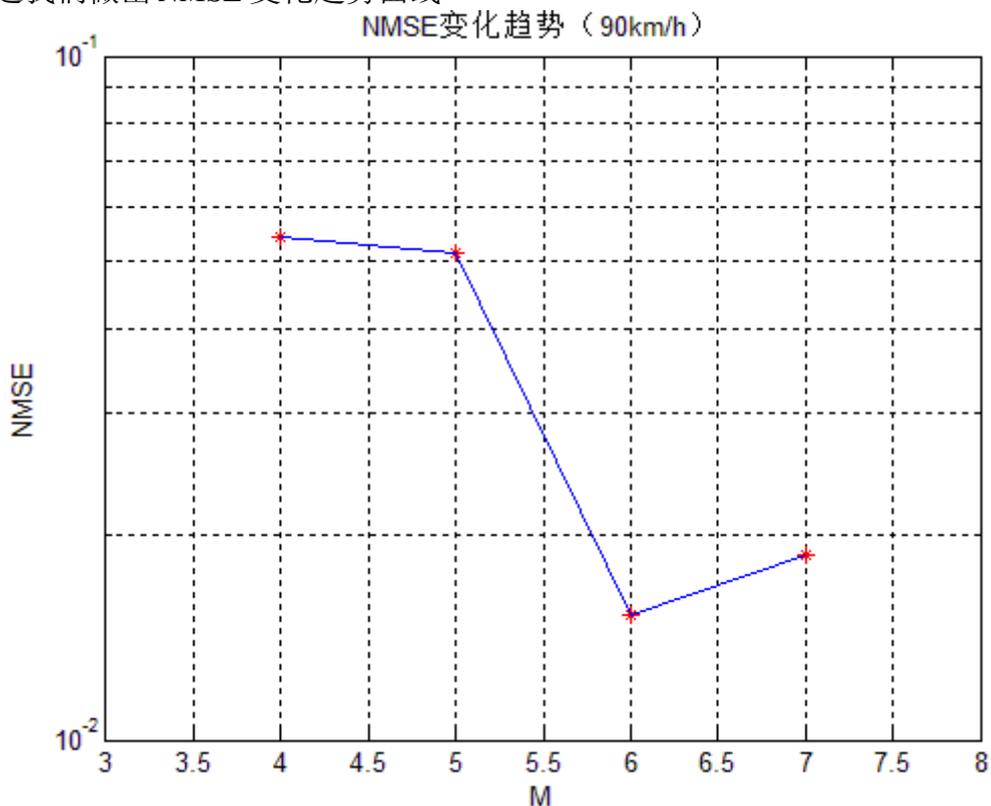


图 4-12 90km/h  $NMSE$  变化趋势 (复指数基)

通过图 4-12 我们分析可知，归一化均方差随着基个数  $M$  的增加总体趋于下降趋势，但是在  $M = 6$  和  $M = 7$  时会呈现上升趋势，但是幅度很小，可以认为基本持平。同时，随着  $M$  的增加归一化均方差逐渐减小，结果越来越精确，归一化均方差数量级大致成直线下降，估计出的数据和原数据越来越相符，证明我们的模型是可靠的。

#### (2) 多项式基扩展结果

同理我们根据基扩展公式更换不同的基，得到不同的结果，如下

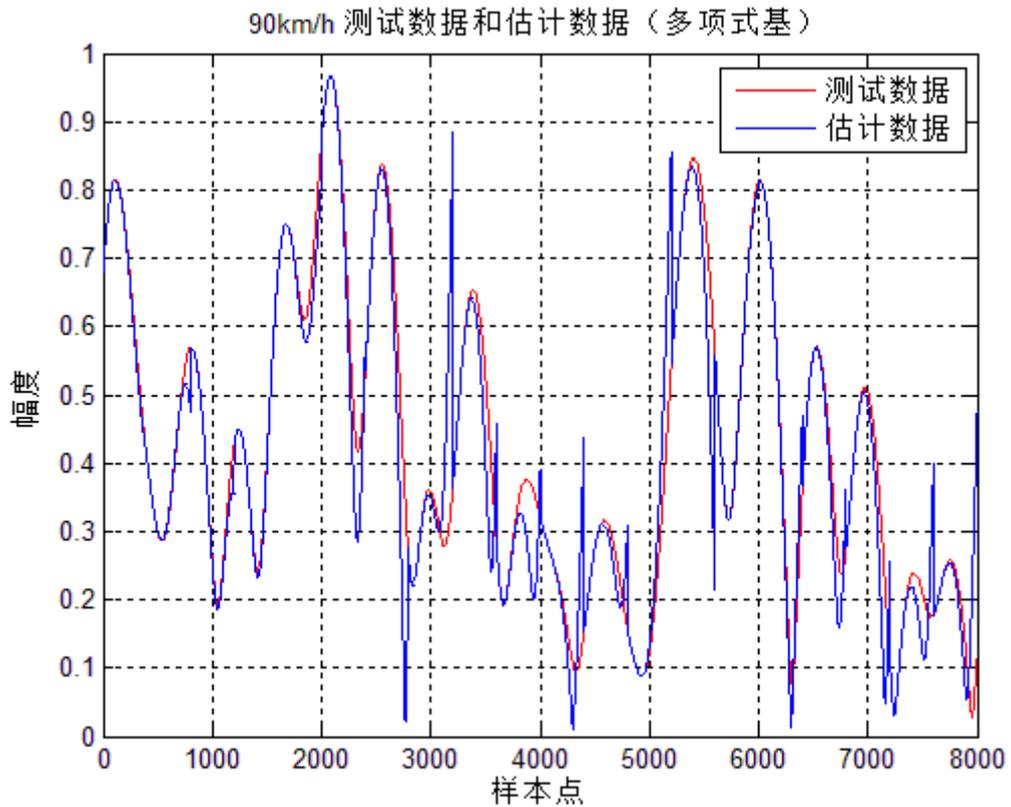


图 4-13 90km/h 测试数据和估计数据 (多项式基)

图 4-13 为  $v_1 = 90\text{km/h}$  时信道估计预测结果, 对于不同的基来说, 会有不同的效果, 为了能观察出预测值与原数据的区别, 我们对两组数据做差, 得出一条误差曲线  
估计信道与测试数据误差 (90km/h)

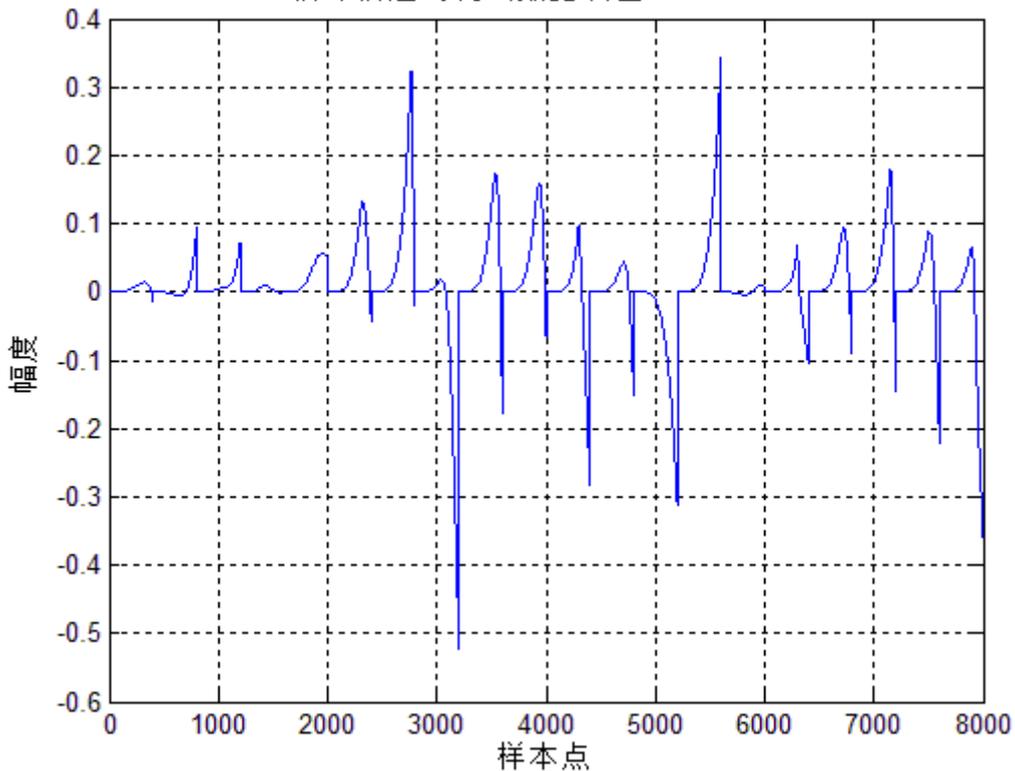


图 4-14 90km/h 测试数据和估计数据误差 (多项式基)

从图 4-14 可以得出，两图差值的绝对值最大为 0.52，最小为 0.0，数量级为  $10^{-1}$ ，可以得出估计信道与测试数据误差在可接受的范围之内，估计较为理想。

随之我们做出  $NMSE$  变化趋势曲线

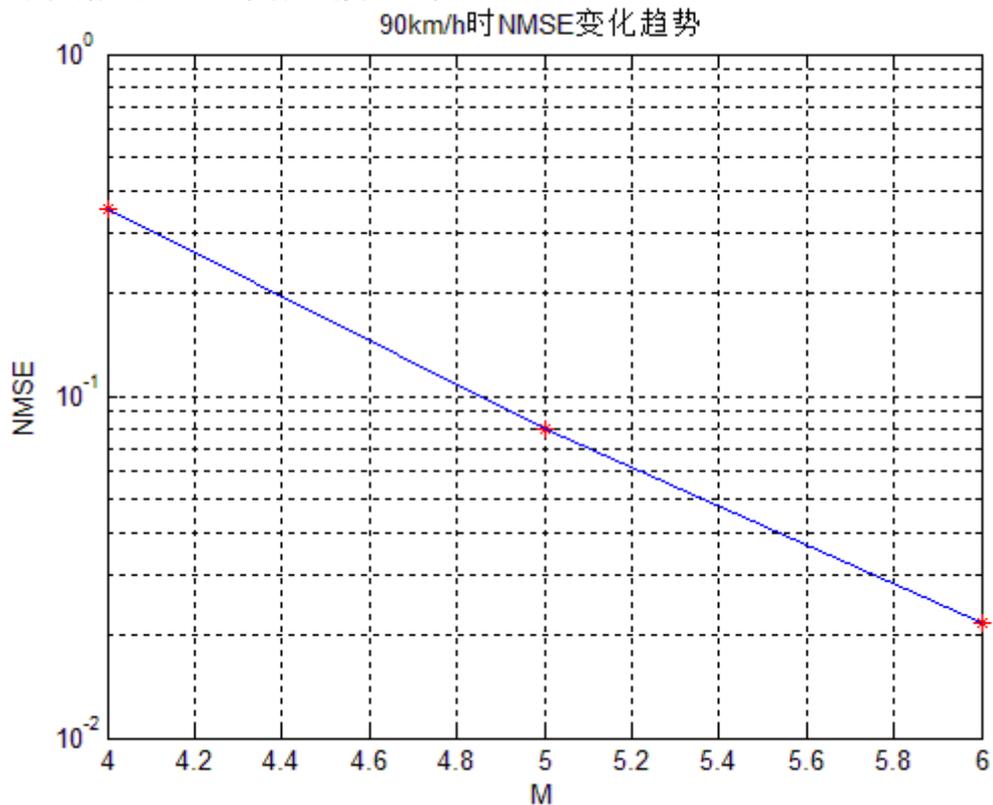


图 4-15 90km/h  $NMSE$  变化趋势 (多项式基) (多项式基)

随着基个数  $M$  的增加， $NMSE$  变化趋势呈现很好得下降趋势。

#### 4.2.1.2 $v_2 = 270km/h$ 时信道估计

##### (1) 复指数基扩展结果

根据上述计算，我们可以知道，当  $v_2 = 270km/h$  时， $N_2 = 133$ ，则我们分块长度为 133，得出信道估计误差结果图

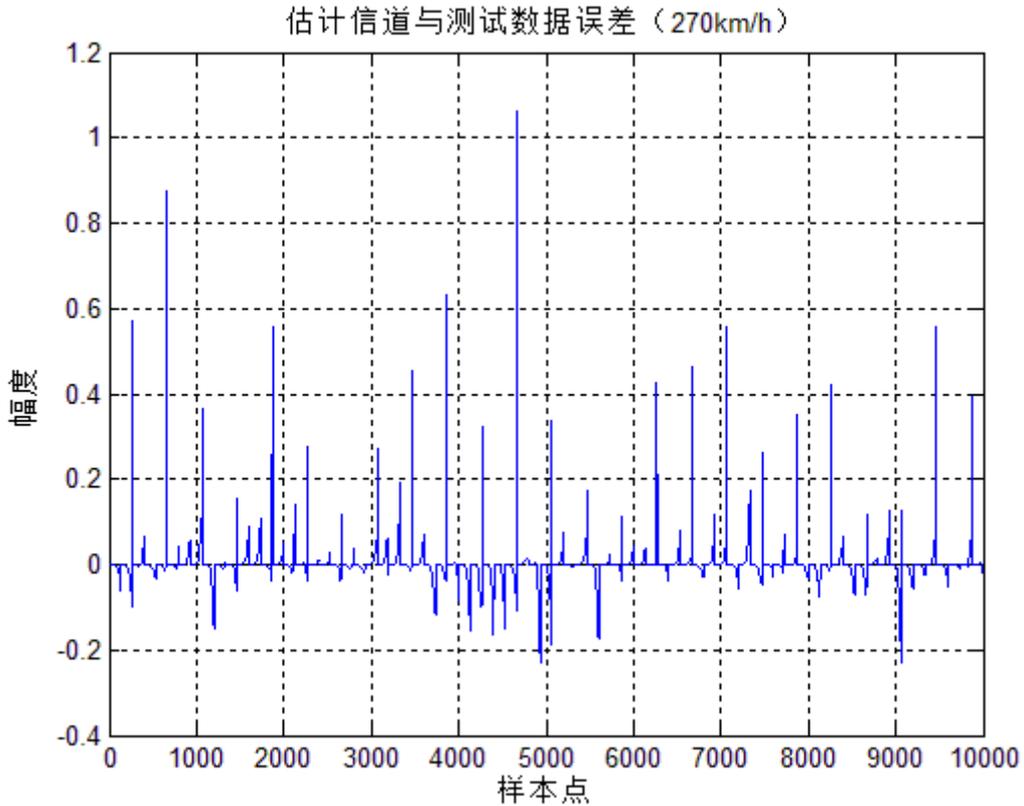


图 4-16 270km/h 测试数据和估计数据误差 (复指数基)

由图 4-16 我们可以看出, 经过问题一中数据分块之后, 每一段的误差呈现周期性的变化, 预测效果较为理想。

随之我们做出  $NMSE$  变化趋势曲线

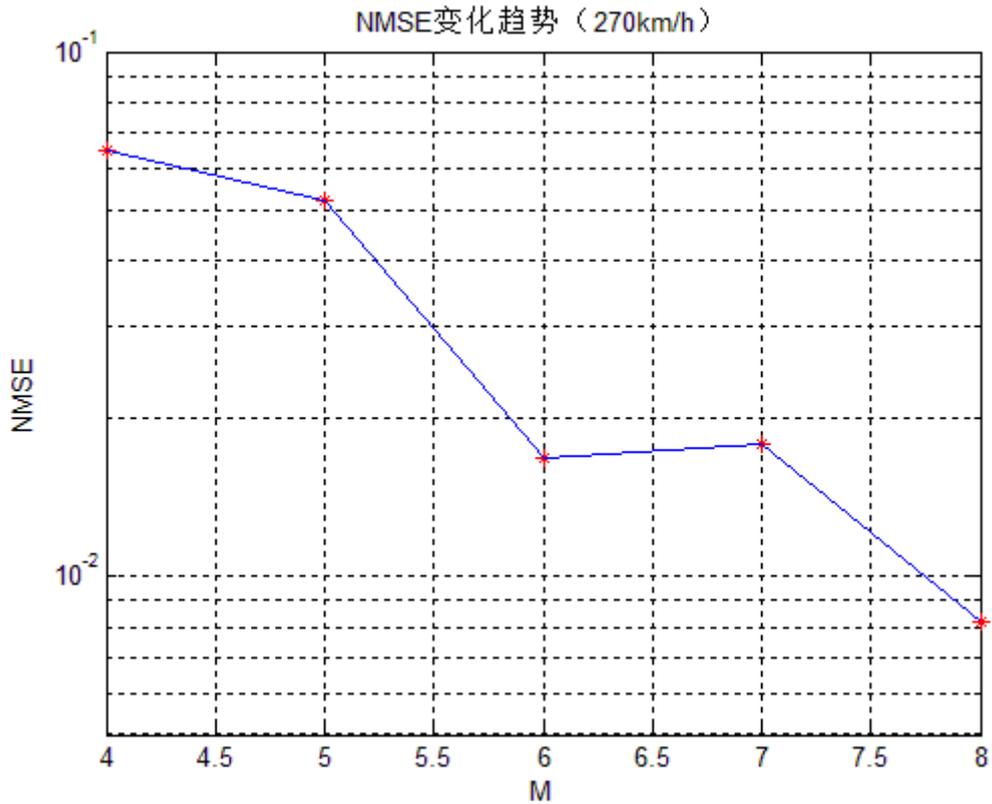


图 4-17 270km/h  $NMSE$  变化趋势 (复指数基)

通过图 4-17 分析可知，归一化均方误差随着基个数  $M$  的增加总体趋于下降趋势。

(2) 多项式基扩展结果

对于不同的基来说，会有不同的效果，我们做出  $NMSE$  变化趋势曲线

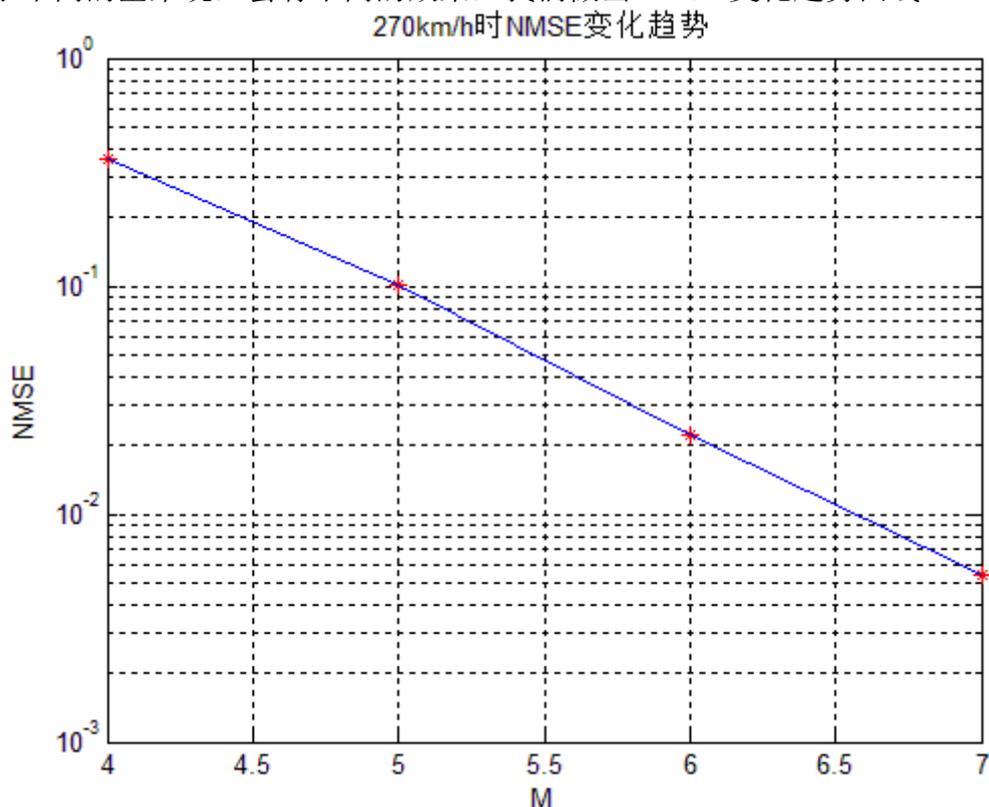


图 4-18 270km/h NMES 变化趋势（多项式基）

通过图 4-18 我们分析可知，归一化均方误差随着基个数  $M$  的增加总体趋于下降趋势，结果越来越精确，归一化均方误差数量级大致成直线下降，估计出的数据和原数据越来越相符，证明我们的模型是可靠的。

4.2.1.3  $v_3 = 450km/h$ 时信道估计

(1) 复指数基扩展结果

根据上述计算，我们可以知道，当  $v_3 = 450km/h$ 时， $N_3 = 80$ ，则我们分块长度为 80，为了体现我们预测值的准确程度，我们根据  $NMSE$  计算公式，做出  $M = 4,5,6,7,8$ 时  $NMSE$  变化趋势曲线

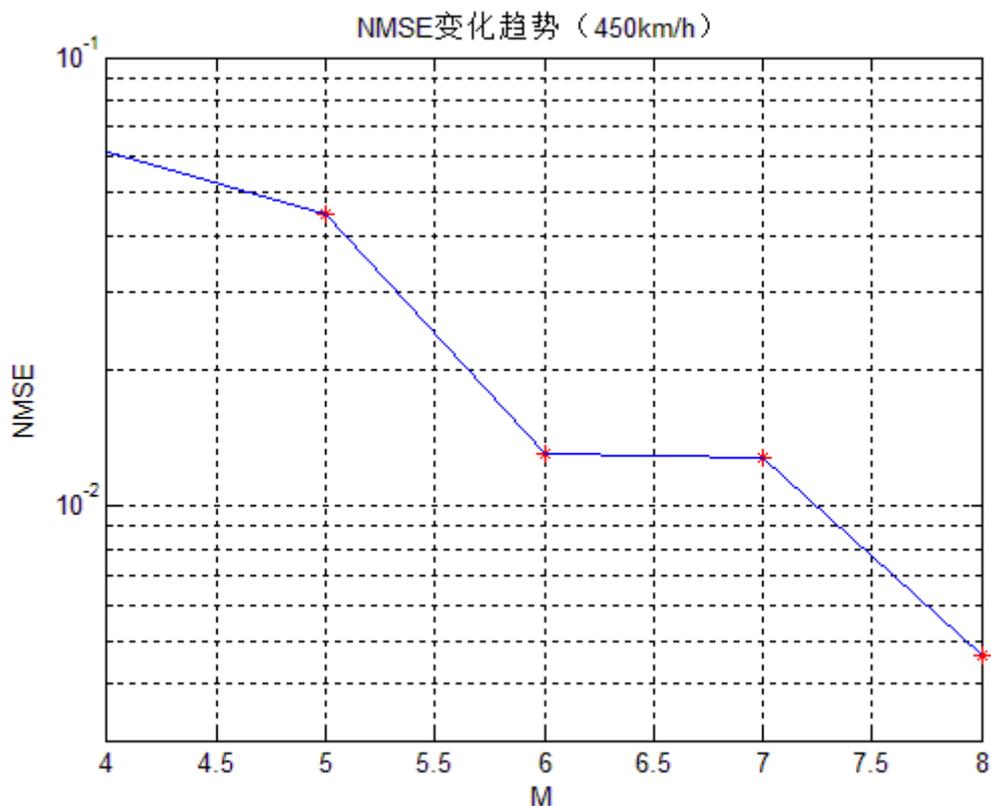


图 4-19 450km/h  $NMSE$  变化趋势 (复指数基)

通过图 4-19 我们分析可知，归一化均方误差随着基个数  $M$  的增加总体趋于下降趋势，与我们预期的结果较为符合。

(2) 多项式基扩展结果

同理，我们变换基做出多项式基的  $NMSE$  变化曲线

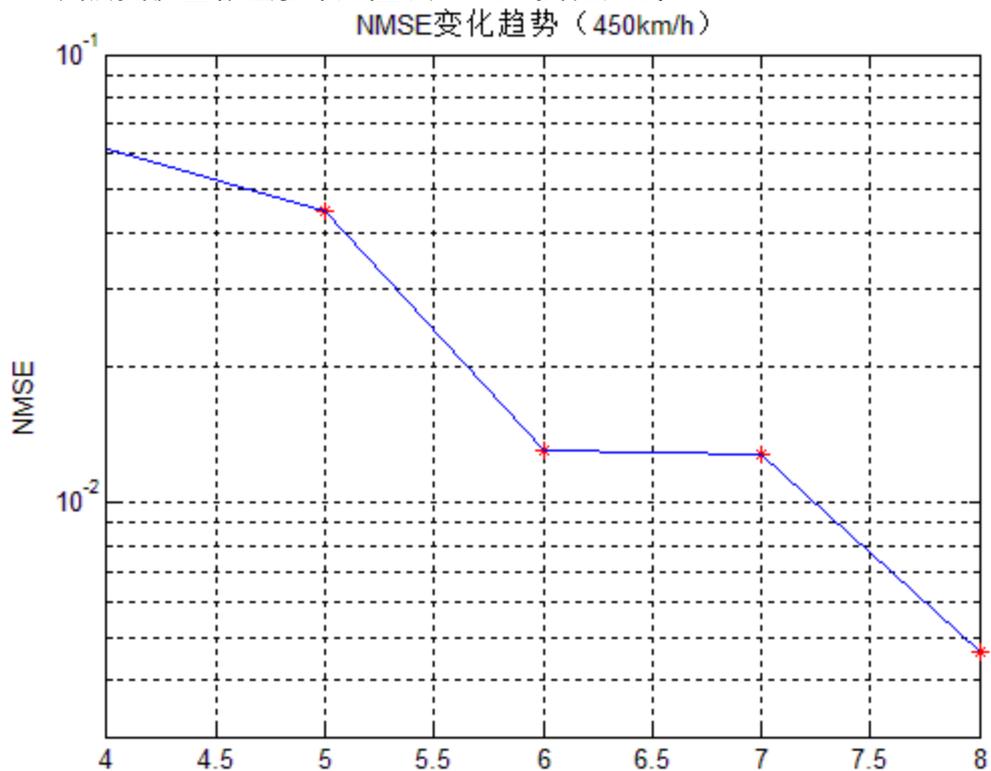


图 4-20 270km/h  $NMSE$  变化趋势 (多项式基)

$NMSE$ 随着基个数 $M$ 的增加总体趋于下降趋势，结果较精确，模型较可靠。

#### 4.2.1.4 信道在不同速度下的估计结果对比

##### (1) 复指数基 $NMSE$ 变化趋势

下面我们做出在不同测试信道速度时， $NMSE$ 的变化趋势（代码见附录 3）。

不同速度下  $NMSE$  对比（复指数基）

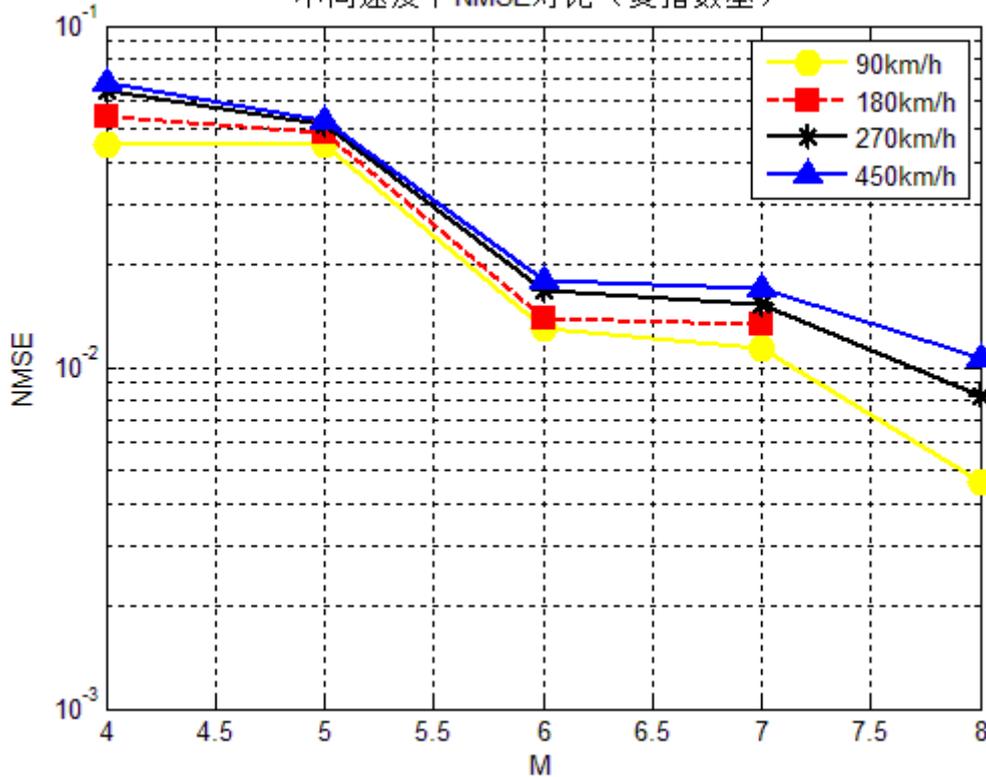


图 4-21 不同速度下的  $NMSE$  变化趋势对比（复指数基）

从图 4-21 可以看出，无论测试信道速度如何变化，总体的  $NMSE$  都是呈现下降的趋势，但是速度越大，误码率越大，这以结果较符合实际。

##### (2) 多项式基 $NMSE$ 变化趋势

同理，变换基后，做出  $NMSE$  变化趋势

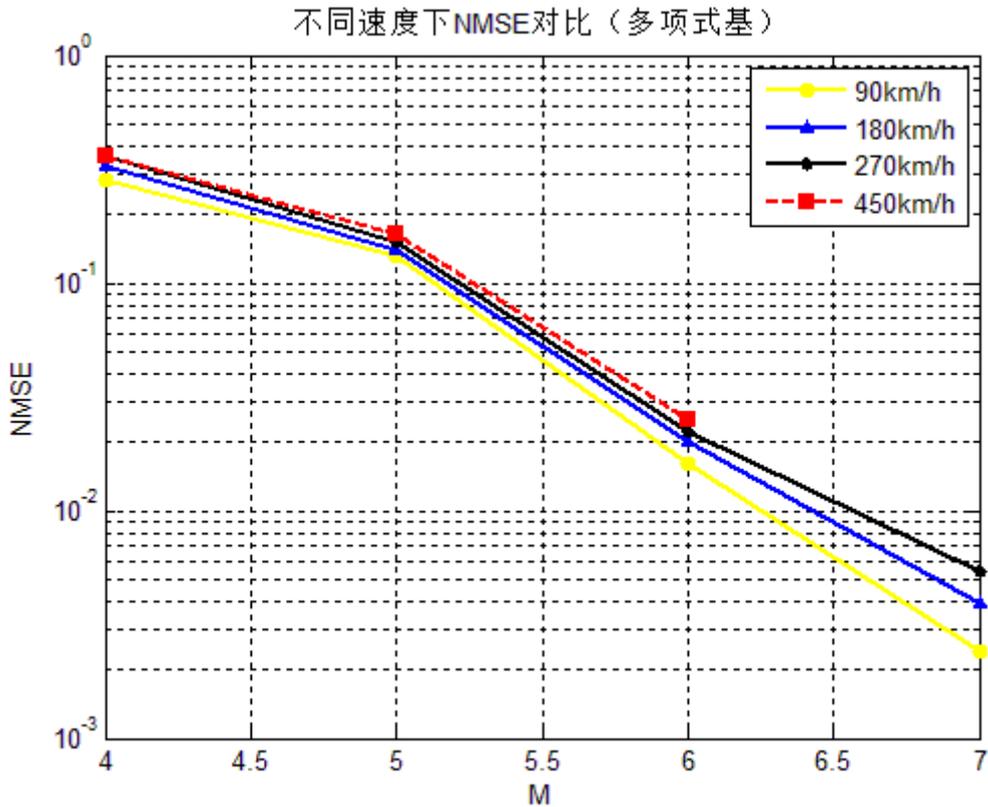


图 4-22 不同速度下的 NMSE 变化趋势对比 (多项式基)

#### 4.2.3 多径时变传输信道数据的仿真

为了模拟一个移动信道，根据它的时变多径产生的衰落特性<sup>[5][6]</sup>，我们需要产生具有特定包络分布密度和特定多谱勒频谱的随机过程。可以用一系列复正弦信号的和来近似瑞利衰落过程，正弦信号的数目要足够大以使得最后包络的概率密度函数和瑞利信道<sup>[7][8]</sup>的概率密度函数近似，有一定的精确度。在这种模拟方法中，正弦信号被加权以能够足够准确地近似所要求的信道多谱勒频谱。

这一类型的技术之一是由贝尔实验室的 William Jakes 提出的，用以模拟无线衰落信道，被称为 Jakes 模型<sup>[9][10][11]</sup>，已被许多标准化组织接受。

设 Jakes 模型的冲激响应为

$$\begin{cases} h(t) = x_c(t) + jx_s(t) \\ E(x_c^2) = E(x_s^2) = \sigma^2 \\ E(x_c x_s) = 0 \\ E[x_c(t)x_c(t-\tau)] = J_0(2\pi f_m \tau) \end{cases} \quad (4-12)$$

考虑  $N$  个入射角在  $0$  到  $2\pi$  之间均匀分布的信号。Jakes 模型限制  $N/2$  为奇数，并定义了另一个整数  $N_0 = 1/2(N/2 - 1)$ 。  $J_0(2\pi f_m \tau)$  可以由下式来很好地近似：

$$\begin{cases} J_0(2\pi f_m \tau) \approx \frac{4}{N} \sum_{n=1}^{N_0} \cos(2\pi f_m \tau \cos \frac{2\pi n}{N}) + \cos(2\pi f_m \tau) \\ x_c(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} \cos \theta_1 \cos \omega_n t + \sqrt{2} \cos \theta_2 \cos \omega_n t \\ x_s(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} \sin \theta \cos \omega_n t + \sqrt{2} \sin \theta \cos \omega_n t \end{cases} \quad (4-13)$$

其中,  $\omega_n = \omega_m \cos(2\pi n/N), n=1, 2, \dots, N_0$ ;

$\theta$  是第  $n$  个径多普勒频移的正弦波初始相位;

$\theta_2$  表示具有最大多普勒频移正弦波的初始相位, 初始相位的选择应能使衰落过程的相位分布尽可能接近均匀分布;

$x_c$  和  $x_s$  分别为同相分量和正交分量, 作为模型的输出。正弦信号的数目要足够大, 以保证有足够的近似精度。

Jakes 模型假定<sup>[12][13]</sup>,  $N$  条等长度的射线以均匀分布的角度到达一移动接收机, 这样射线经受了多普勒频移  $\omega_n = \omega_m \cos(a_n)$ , 其中  $\omega_m = 2\pi f v / c$  是最大的,  $v$  是车辆行驶速度载波频率,  $c$  是光速。

从 Jakes 模型的实现过程来看, 快衰落信号的包络和相位通常由传统的 Jakes 模型由于多路衰落信号之间的互相关函数并不能恒等于零, 这就不能保证产生的多个瑞利衰落有严格意义上的独立。由于 Jakes 模型描述的无线传播环境存在大量散射无线电信号的障碍物<sup>[14][15]</sup>, 接收端为大量统计独立的随机变量的叠加, 冲激响应均值为 0, 相位服从  $[-\pi, +\pi]$  均匀分布。能量或包络服从瑞利分布。

#### 4.3.2.1 运用 Jakes 模型对信道数据仿真

我们采用 Jakes 模型对多径时变传输信道模型进行描述分析, 下面模型初始参数设置, 模拟题目给出的数据, 我们仿真出, 多径数为 9, 采样点数为 20000。

$$\begin{cases} f_s = 200\text{KHz} \\ f_c = 3\text{GHz} \\ f_{\max} = 500\text{Hz} \end{cases}$$

则我们采用仿真的方法产生信道数据的结果如下 (代码见附录 4):

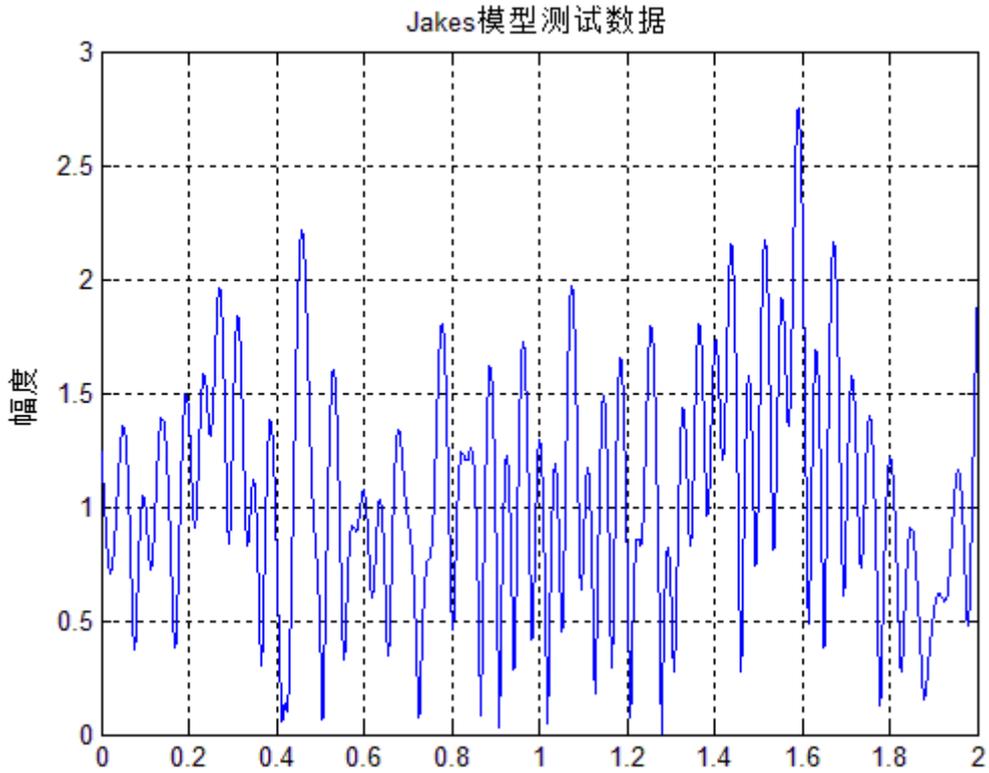


图 4-23 Jakes 模型测试数据

Jakes 模型对多径时变信道仿真了 9 条信道，其包络图 4-23 所示。

#### 4.3.2.2 复指数基扩展结果

根据问题一的模型，我们对仿真出的数据进行了两种方法的扩展（代码见附录 1）

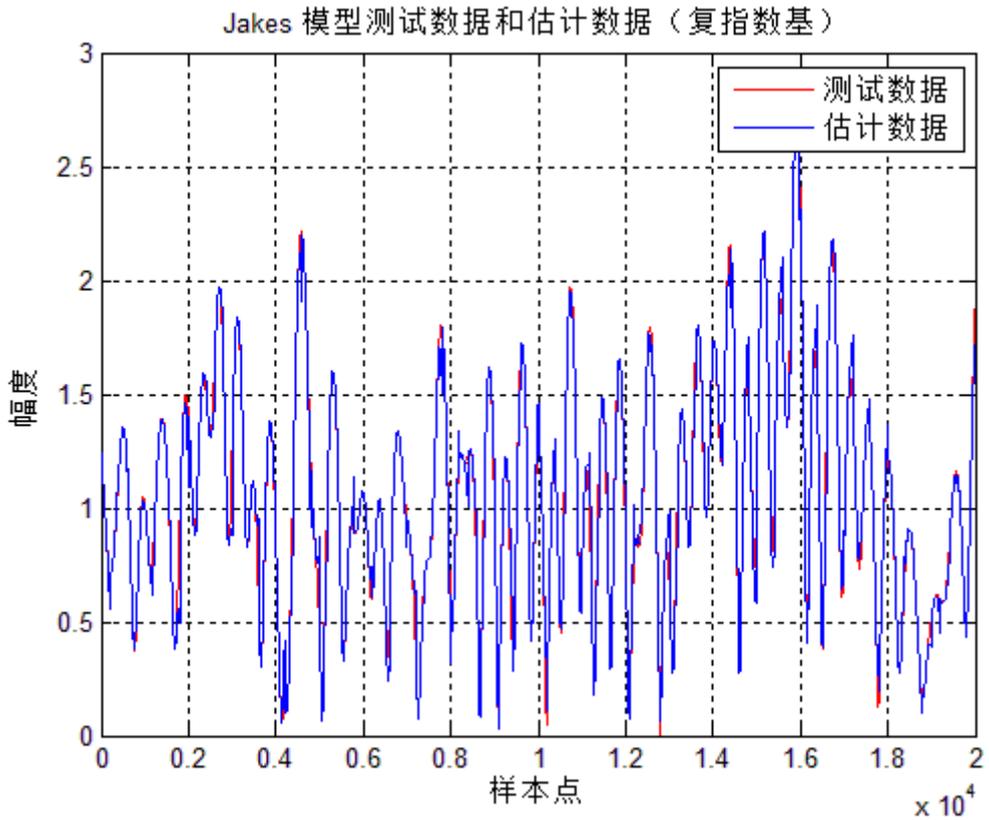


图 4-24 Jakes 模型测试数据和估计数据（复指数基）

利用 Jakes 模型产生的一部分信道数据作为输入，重新得到完整的信道数据，做出包络。与 Jakes 模型仿真出来的数据包络图进行对比发现，两组数据比较吻合，为了能更清晰的看出预测效果的好坏，我们对其误差和  $NMSE$  的趋势进行分析(代码见附录 3)

估计信道与测试数据误差(Jakes模型)

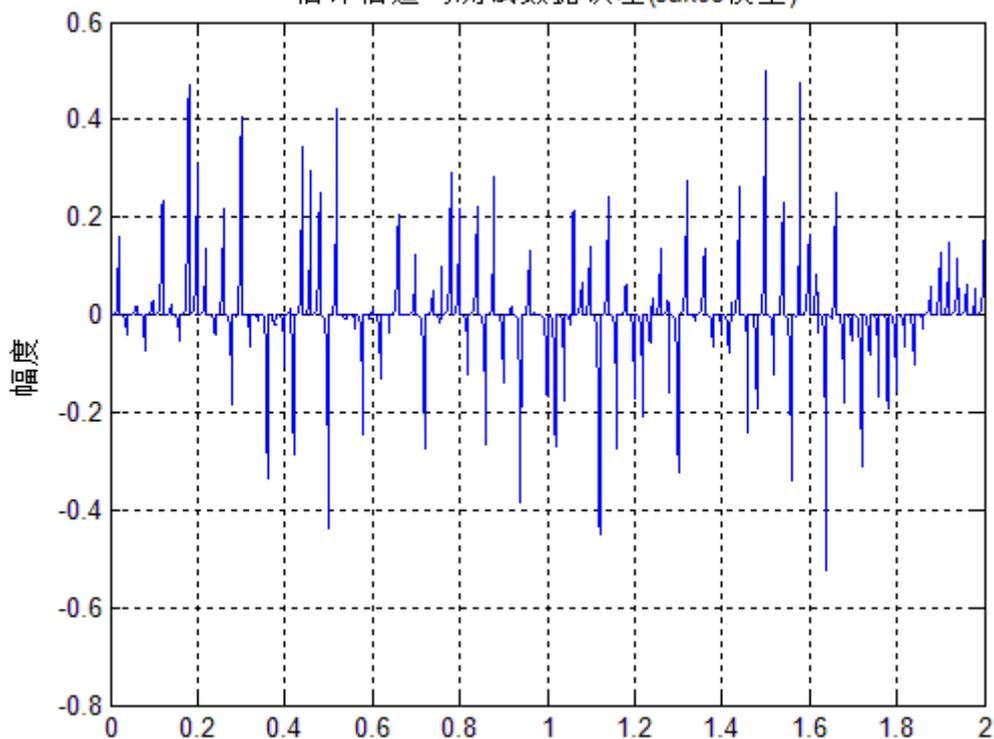


图 4-25 Jakes 估计信道与测试数据误差 (复指数基)

对 Jakes 模型和第一问预测模型产生出来的两组信道数据进行误差分析，由图中曲线变化趋势可以看到，两组数据的误差一直保持在比较小的值，结果比较理想。

$NMSE$ 变化趋势 (Jakes模型)

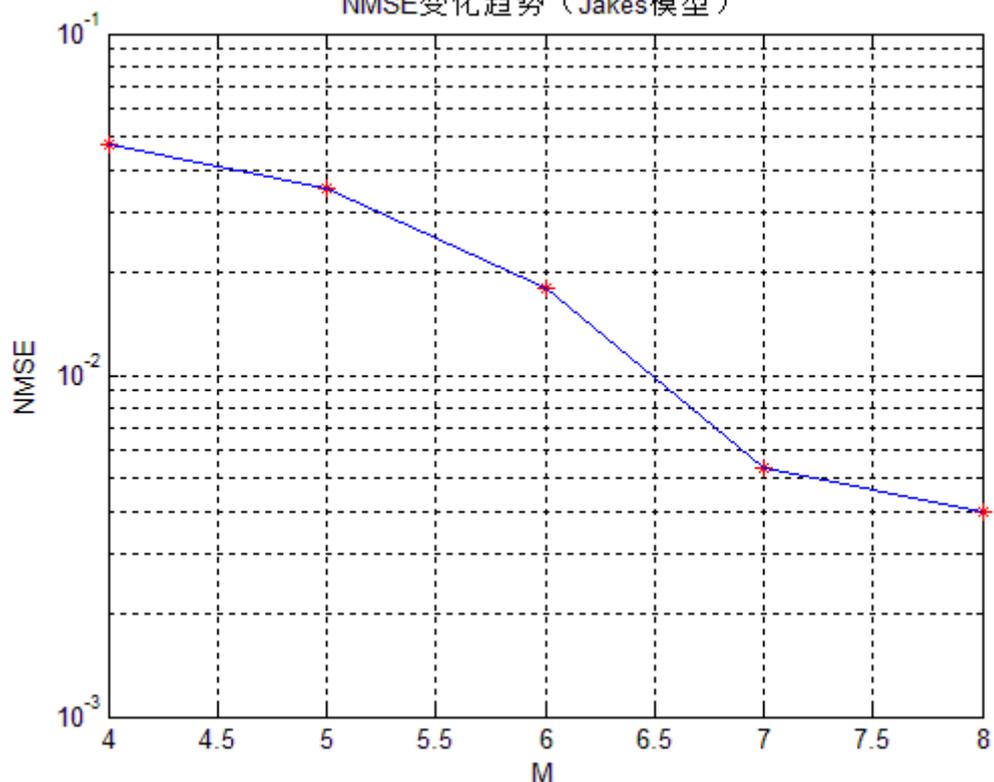
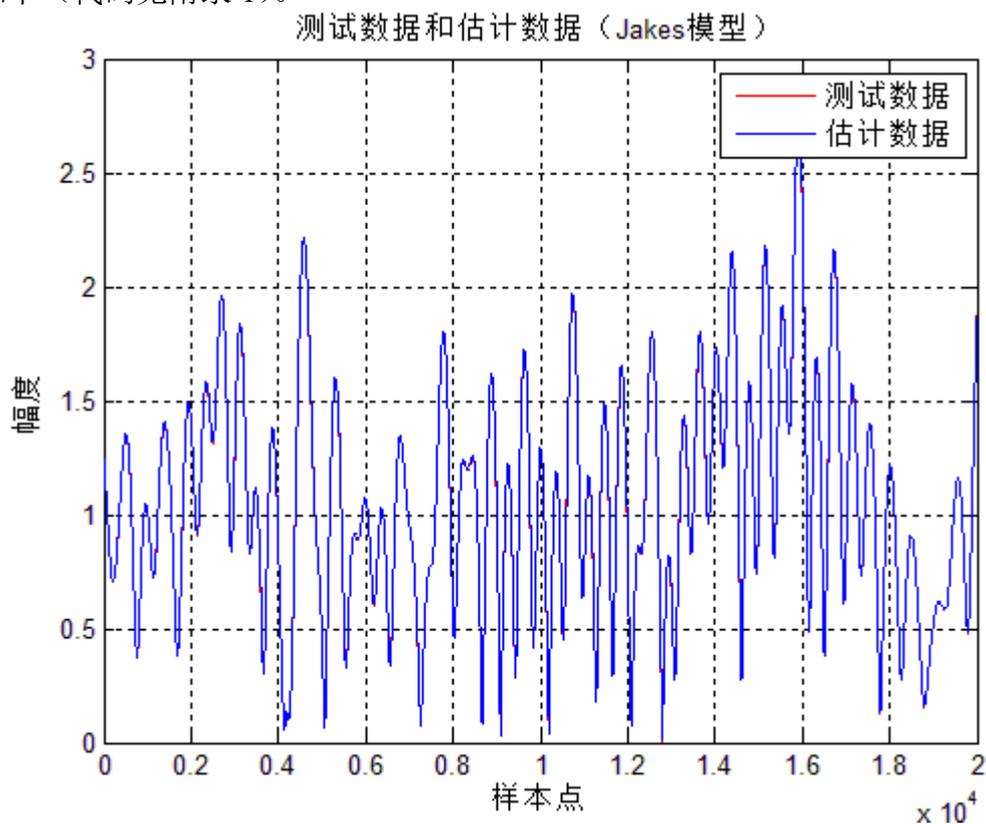


图 4-26 Jakes 模型  $NMSE$  变化趋势 (复指数基)

对两组数据进行  $NMSE$  分析，结果如上图所示。由图中变化趋势可以得出  $NMSE$  的值随着预测模型的基个数增大而逐渐变小，预测效果也更加理想。

#### 4.3.2.3 多项式基扩展结果

同理我们变换基，对其在进行一系列的估计，误差分析和  $NMSE$  变化趋势分析，结果如下（代码见附录 1）。



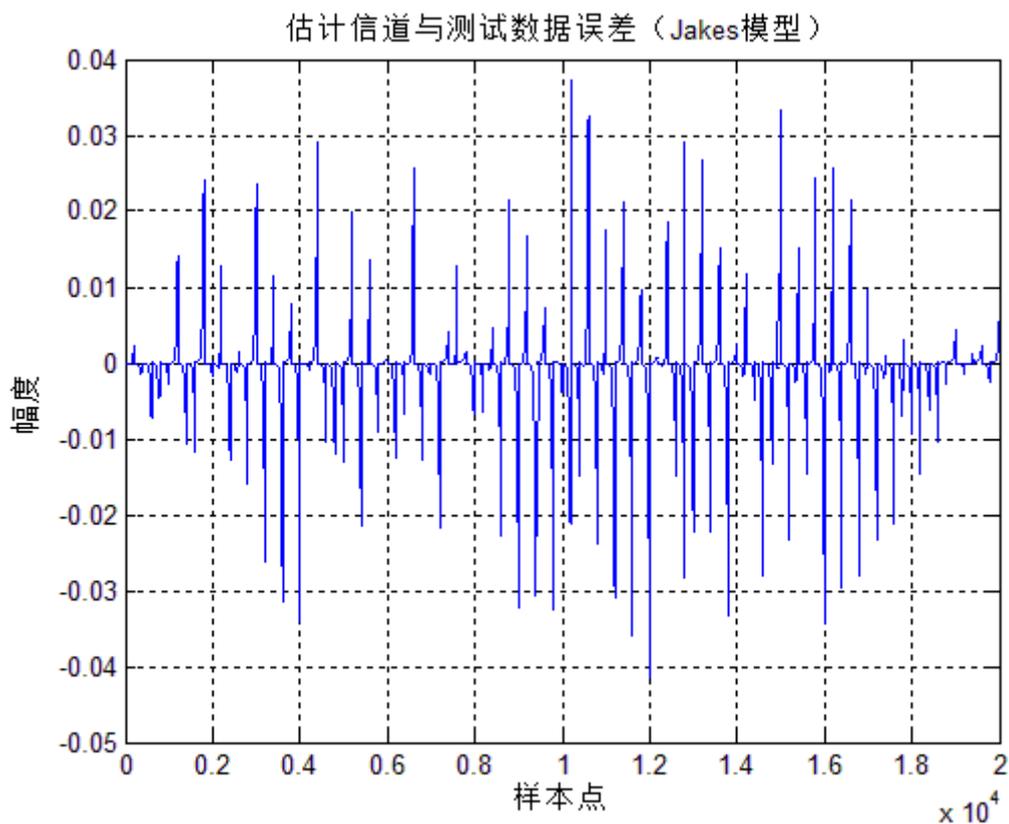


图 4-28 Jakes 模型测试数据和估计数据误差 (复指数基)

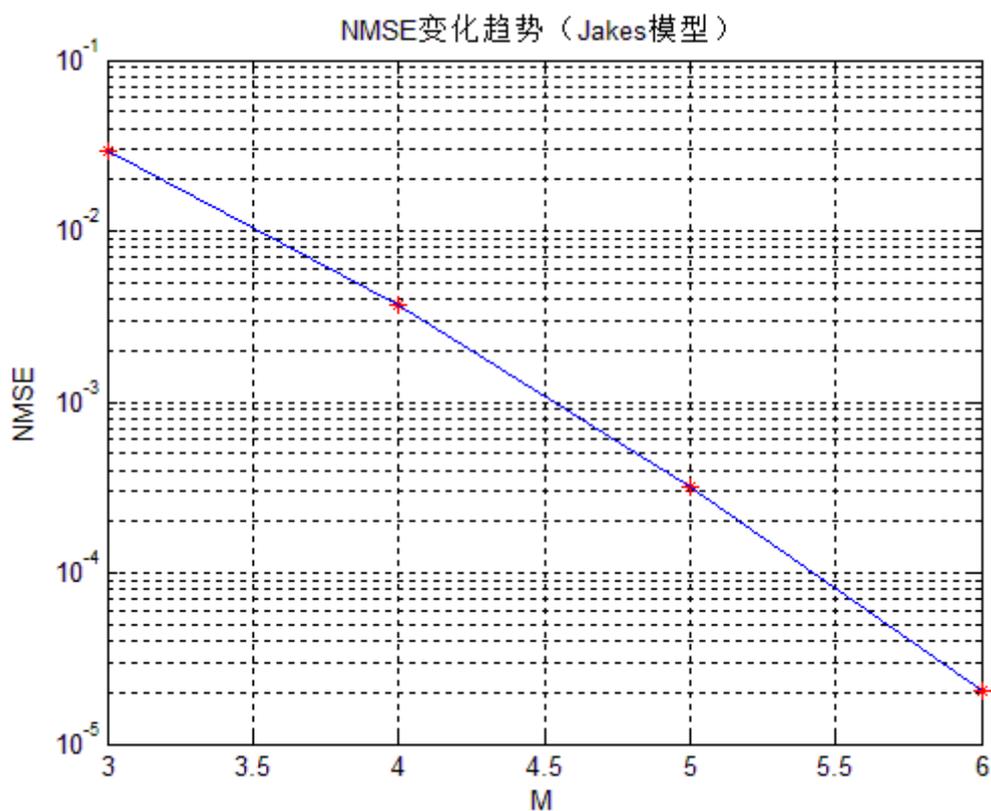


图 4-29 Jakes 模型 NMSE 变化趋势 (多项式基)

利用 Jakes 模型对多径时变信道进行描述是目前比较成熟和应用比较广泛的方法，模型仿真效果也比较符合实际。利用第一问的模型对 Jakes 模型产生的部分数据进行预

测，并且通过两组信道数据的误差和  $NMSE$  的分析后可以得到我们在第一问所建立的模型其预测效果比较理想，极大地减少了测试数据量。

#### 4.3 问题（3）模型建立与求解：

##### 4.3.1 16QAM 调制解调原理

下面我们分别介绍 16QAM 的调制解调原理。

##### 4.3.1.1 16QAM 调制原理

正交振幅调制<sup>[6]</sup> (QAM) 是一种矢量调制，它是将输入比特先映射到一个复平面（星座）上，形成复数调制符号。正交调幅信号有两个相同频率的载波，但是相位相差  $90^\circ$ 。一路信号叫  $I$  信号，另一路信号叫  $Q$  信号。从数学角度将一个信号可以表示成正弦，另一个表示成余弦。两种被调制的载波在发射时已被混和。到达目的地后，载波被分离，数据被分别提取然后和原始调制信息相混和。这样与之作幅度调制 (AM) 相比，其频谱利用率高出一倍。

QAM 是用两路独立的基带信号对两个相互正交的同频载波进行抑制载波双边带调幅，利用这种已调信号的频谱在同一带宽内的正交性，实现两路并行的数字信息的传输。

本题我们采用正交调制的方法，就是由两路独立的正交 4ASK 信号叠加而成

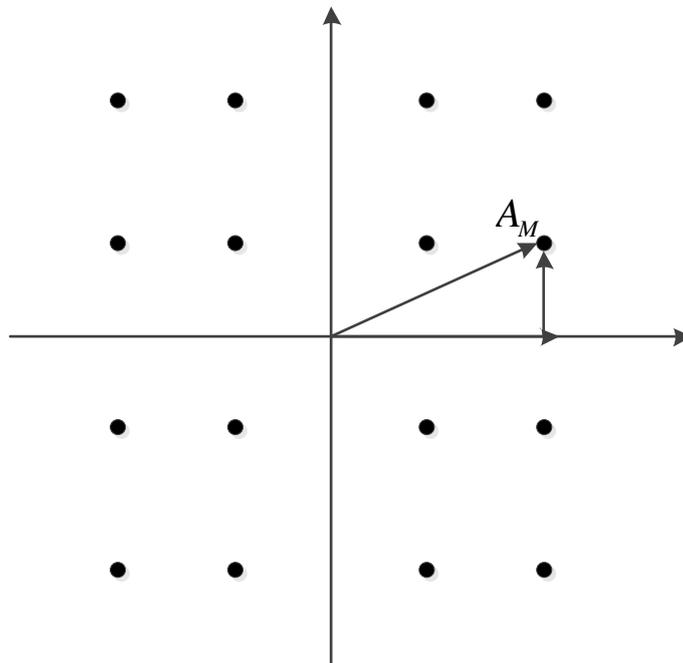


图 4-30 正交调幅图

我们利用题目所给出的星座图，进行正交调制（代码见附录 5）

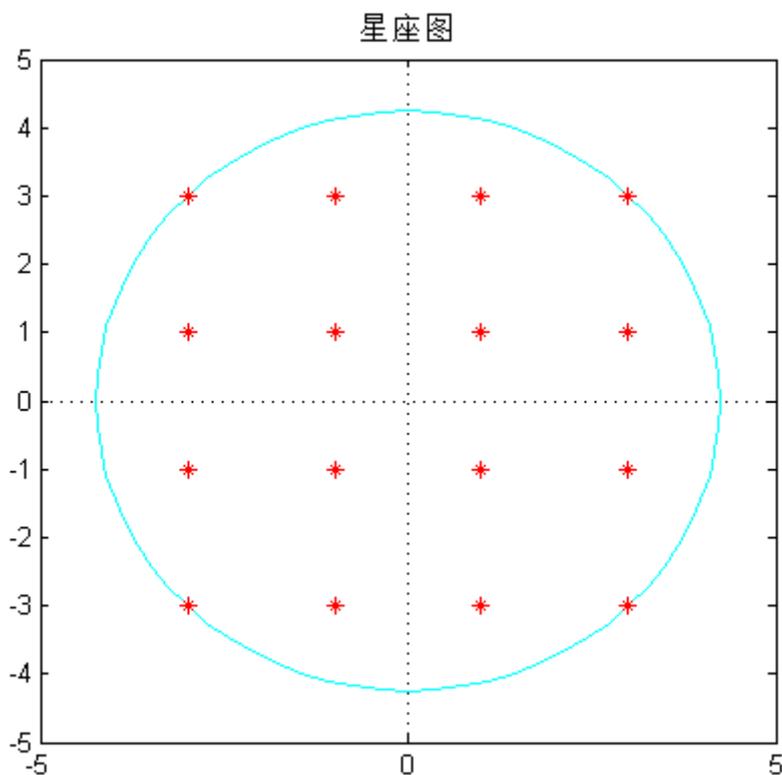


图 4-31 16QAM 星座图

根据星座图 4-31，我们整体的做出正交调制原理框图

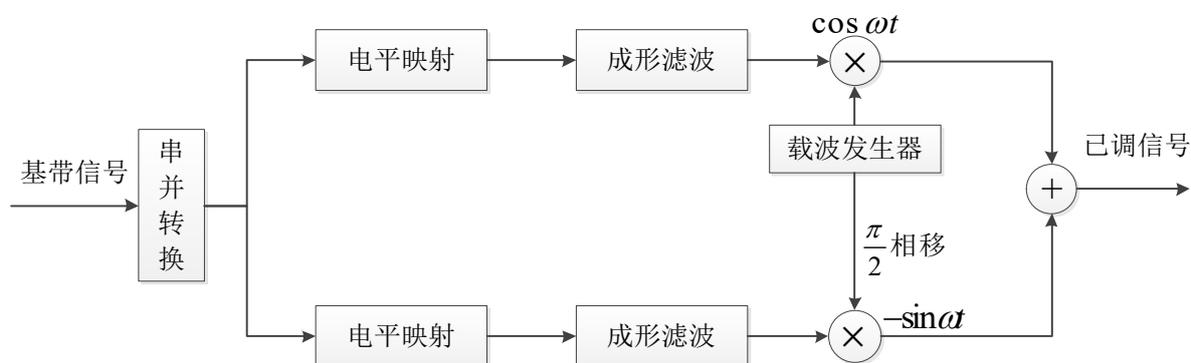


图 4-32 正交调制原理框图

### 4.3.1.2 16QAM 解调原理

解调是调制的逆过程，在接收端解调器中可以采用正交的相干解调方法。接受到的信号分两路进入两个正交的载波的相干解调器，再分别进入判决器形成 L 进制信号并输出二进制信号，最后经并/串变换后得到基带信号。下图为 16QAM 解调框图：

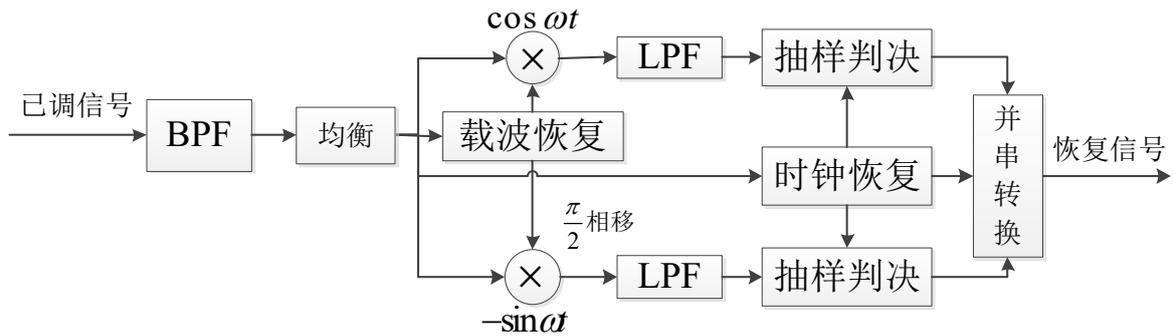


图 4-33 相干解调原理框图

### 4.3.1.3 时域均衡原理

在实际中，当数字基带传输系统的总特性不满足奈奎斯特第一准则时，就会产生有码间串扰的响应波形。所以我们可以接收滤波器和抽样判决器之间插一个横向滤波器

$$h_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \delta(t - nT_s) \quad (4-14)$$

所以形成新的总传输函数  $H'(\omega)$ ，表示为

$$H'(\omega) = T(\omega)H(\omega) \quad (4-15)$$

根据时域均衡器的传输响应，我们用框图表示其传输特性

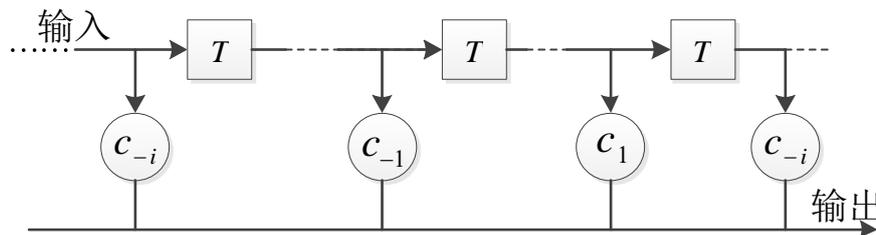


图 4-34 横向滤波器

### 4.3.2 16QAM 抗噪声性能分析

对于 QAM<sup>[6]</sup>，可以看成是由两个相互正交且独立的多电平 ASK 信号叠加而成。因此，利用多电平误码率的分析方法，可得到 M 进制 QAM 的误码率为：

$$P_e = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{3 \log_2 L}{L^2 - 1} \left(\frac{E_b}{n_0}\right)} \right] \quad (4-16)$$

其中  $L = \sqrt{M}$ ， $E_b$  为码元能量， $n_0$  为噪声单边功率谱密度。

根据题目中所要求的， $SNR \in [0, 40] dB$  的范围之内，调整高斯白噪声信道的信噪比  $SNR$ ，可以得到误码率随  $SNR$  变化趋势图

### 4.3.3 不同速度时的 $SNR$ 与 $BER$ 之间的关系

我们分别对不同测试速度进行了 16QAM 的调制解调，并最终进行了误码率的分析，我们做出了在不同速度下的 16QAM 抗噪声性能的比较（代码见附录 5）

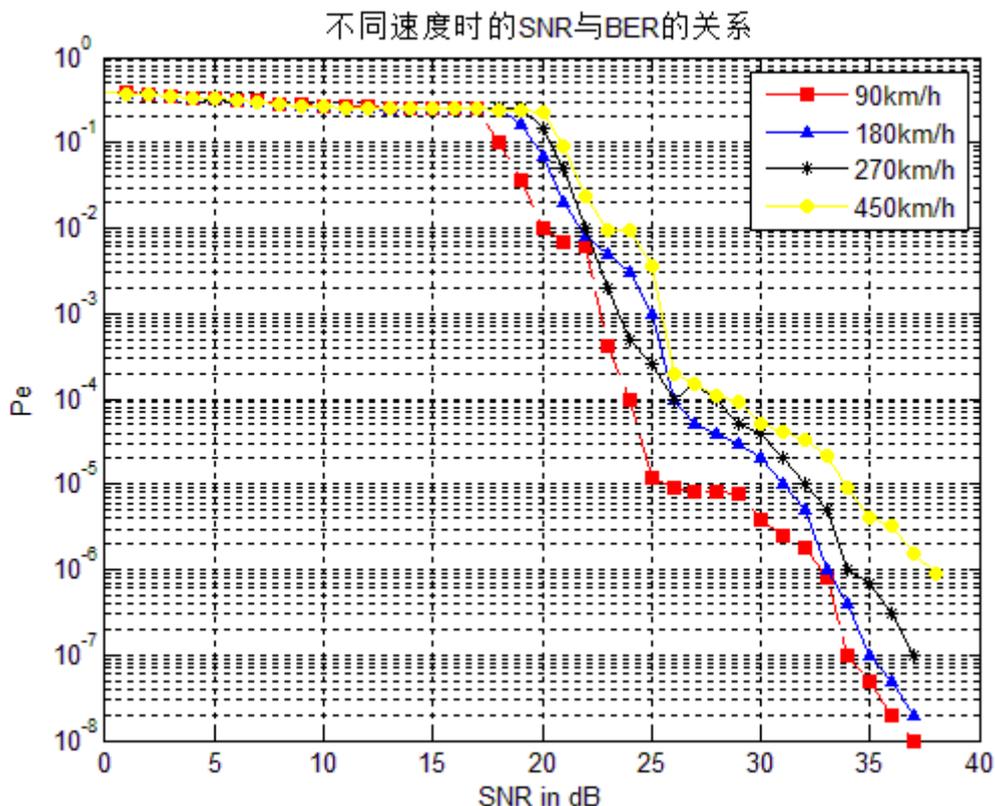


图 4-35 不同速度时 SNR 与 BER 之间的关系

由图 4-26 可见，16QAM 信号的信噪比在  $SNR \in [0, 40] dB$  范围变化内，误码率为  $BER \in [10^{-0.7}, 10^{-5}]$ ，从图像可以观察到不同测试速度时随着信噪比的增大而逐渐减小，特别的，当速度为  $450 km/h$  时，测试数据由于信道变化越来越急剧，误码率相比于其他测试速度增大，这与理论分析较一致。

## 5. 模型的评价与改进方向

### 5.1 模型的优点

- 1、采用的多项式基扩展模型采样点的位置在多普勒扩展带宽的持续范围内，有效避免了可能出现的多普勒泄露效应；
- 2、采用 Jakes 模型对多径时变传输信道进行仿真具有比较好的效果，可以广泛应用于市区瑞利衰落信道的模型中，贴近实际；
- 3、模型方法简单实用，利用较少的数据较好地实现了信道仿真和数据预测。

### 5.2 模型的缺点

- 1、在 Jakes 仿真模型中，Jakes 对各低频振荡器的幅度衰减，多普勒频移和到达波的相角都分别采用各种形式给以确定化，从而导致了该模型产生的衰落波形是一个非平稳过程从而在对实际的信道进行仿真方面存在一定的缺陷；
- 2、Jakes 仿真模型是一个确定性的模型，所以它无法产生多路非相关衰落波形，这对采用这种模型构造频率选择性衰落信道和 MIMO 信道是很不利的；

3、对信道模型的实际应用考虑不够全面，模型建立是基于比较简单理想的条件下进行的。

### 5.3 模型的改进

- 1、在问题一复杂度计算中，我们可以考虑单独信道的估计，这样可以降低复杂度；
- 2、考虑信号传播时加入实际环境条件因素，使模型更加贴近实际；
- 3、可以考虑对 Jakes 模型进行改进，保证各个传播路径间的相关性很小。使其能够较好地仿真出多径衰落信道，降低运算的复杂度；
- 4、问题四中我们发现通过信道以后抗噪声性能明显下降，我们可以改进模型，使估计出的信道更为理想，更贴近实际。

## 参考文献

- [1] Tomasz Hrycak, etc. Low Complexity Equalization for Doubly Selective Channels Modeled by a Basis Expansion. IEEE Trans. Signal Processing, 2010,58(11):5706-5719.
- [2] Ma Xiaoli, Giannakis G B, Ohno S. Optimal training for block transmission over doubly selective wireless fading channels[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(5):1351-1366
- [3] Deva K. Borah, and Brian D. Hart. Frequency-Selective Fading channel Estimation with a Polynomial Time-Varying Channel Model[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1999, 47(6):862-873
- [4] M. Visintin, Karhunen-Loeve expansion of a fast Rayleigh fading process[J]. Electron. Lett., 1996 32(8):1712-1713
- [5] Saptarshi Das. Mathematical Methods for Wireless Channel Estimation and Equalization. Dissertation, University of Vienna, 2009.
- [6] 吴伟凌等, 移动通信原理 (第 2 版), 电子工业出版社, 2009.1.
- [7] 樊昌信等, 通信原理 (第 6 版), 国防工业出版社, 2013.8.
- [8] Yahong R. etc. Improved Models for the Generation of Multiple Uncorrelated Rayleigh Fading Waveforms. IEEE Communications Letters, 2002, 6(6):256-258.
- [9] 3rd Generation Partnership Project, Technical Specification, 36.101(3GPP TS 36.101), v8.0.0, 2007.12
- [10] 陈东华, 时间选择性衰落信道的基扩展模型比较, 9(6):1-5
- [11] 南方, LTE 下行链路高速铁路应用场景中的抗多普勒技术, 23(1): 130-134, 2006
- [12] 贾政, 高速移动环境下的 LTE 下行信道估计 15(1): 93-96, 2002.
- [13] 任大孟, 基于椭圆基扩展模型的 OFDM 快变信道估计仿真, 45(1): 12-14, 2008。
- [14] 黄舒, 无线信道 Jakes 模型的研究与改进, 1671—7506 (2009)12.
- [15] 李丹, 一种基于基扩展模型的 OFDM 频域快时变信道估计方法, 3(2):57-59, 2003