

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校 南京财经大学

---

参赛队号 10327003

---

1.李黎

---

队员姓名 2.沈华

---

3.刘琦

---



## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题目 人体营养健康角度的中国果蔬发展战略研究

### 摘 要：

本文针对我国果蔬发展战略问题，从人体营养健康角度，建立我国居民果蔬人均消费量的预测模型，对居民果蔬按年度人均消费量的定量研究，并预测 2014-2020 年我国居民果蔬的人均消费趋势，并通过《中国居民膳食营养素参考摄入量（2004）》及“中国居民平衡膳食宝塔（2007）”测算出营养素成分和含量的参考范围，来评价我国居民未来的人体营养健康状况。

针对问题一，本文基于系统聚类方法，针对果蔬营养素成分及含量，筛选出常见果蔬品种共计 20 种。利用了果蔬消费的损耗率来推测其按年度的居民人均消费量，对于数据缺失值，根据其特点选择三次样条插值法来进行估计。然后，建立了主成分回归模型以及线性回归模型，预测 2014-2020 年果蔬的总人均消费量以及常见种类果蔬的人均消费量，其中主成分回归模型平均误差为 2.84%，线性回归模型平均误差仅为 1.52%，两个模型误差均在合理范围之内。最后，将这两种方法的预测结果进行比较，用两种预测的平均值作为最终的果蔬人均消费量的预测值（结果见表 4，表 5）。

针对问题二，本文采用的方法是因子分析法，基于《中国居民膳食营养参考摄入量（2004）》和“中国居民平衡膳食宝塔（2007）”，推算出一般成人营养素的成分和含量参考范围，通过构建我国居民人体营养健康评价指标体系，结合问题一中预测的 2014-2020 年果蔬的人均消费量，可以得到 2014-2020 年我国居民果蔬营养素年摄入总量综合因子得分，说明这段期间我国居民人体营养状况总体来说略有好转（结果见表 18，图 12）。

针对问题三，本文建立线性规划模型，基于 2013 年月度数据中某些水果随季节变动存在较大波动的情况，利用 Lingo11.0 软件分别建立了关于蔬菜、水果夏季和水果其他季节消费量的线性规划模型。以居民购买成本最低为目标函数，以维生素 A、B1、

B2、C、E, 矿物质钙、钠、铁、锌、硒以及膳食纤维的果蔬人均日摄入范围为约束条件,得到 2013 年水果夏季人均日消费量 0.693 千克,其他季节人均日消费量 1.154 千克,蔬菜人均日消费量 0.891 千克,并用灵敏度分析得出费用系数在一定范围变化时,最优基保持不变(结果见表 20,表 21)。

针对问题四,本文建立多目标线性规划模型,以居民购买成本最低和种植者收入最高为双目标,并将其转化为单目标问题。本题相对于问题三的模型还增加了土地面积和进出口两个约束,更好的解决了人均果蔬日消费量的问题。基于 2011 年的数据得出人均日摄入蔬菜: 0.086 千克的胡萝卜、0.029 千克的大白菜和 0.585 千克的菠菜,人均日摄入水果: 0.031 千克的橘子、0.039 千克的梨和 0.623 千克的西瓜。(结果见表 22,表 23)并用该模型预测其他的年份,得出 2020 年我国应该增加蔬菜的人均日摄入量和小幅度减少水果的人均日摄入量,并且还应该丰富果蔬的摄入种类,使得营养更加均衡化的结论。

针对问题五,结合前面的研究结论,提出建议如下:(1) 加强宣传力度,调整现存膳食习惯;(2) 改善果蔬种植条件,调整果蔬种植规模;(3) 改善果蔬储藏、加工、运输条件,改进果蔬交易市场;(4) 调整居民收入水平,完善社会保障体系,增强消费信心;(5) 积极采取措施,促进果蔬出口。

关键词: 营养健康; 果蔬人均消费量; 主成分回归模型; 因子分析法; 多目标规划模型

# 目 录

1 问题重述.....	- 5 -
1.1 背景分析.....	- 5 -
1.2 问题提出.....	- 5 -
2 问题分析.....	- 6 -
3 模型假设.....	- 7 -
4 模型符号与说明.....	- 7 -
5 模型的建立与求解.....	- 7 -
5.1 问题一的解答.....	- 8 -
5.1.1 问题一的分析.....	- 8 -
5.1.2 建模与求解.....	- 12 -
5.2 问题二的解答.....	- 22 -
5.2.1 问题二的分析.....	- 22 -
5.2.2 模型的建立与求解.....	- 28 -
5.3 问题三的解答.....	- 31 -
5.3.1 问题三的分析.....	- 31 -
5.3.2 模型的建立与求解.....	- 32 -
5.4 问题四的解答.....	- 34 -
5.4.1 问题四的分析.....	- 34 -
5.4.2 模型的建立与求解.....	- 36 -
5.5 问题五的解答.....	- 38 -
参考文献.....	- 40 -
附录.....	- 41 -

# 1 问题重述

## 1.1 背景分析

人体需要的营养素主要有蛋白质、脂肪、维生素、矿物质、糖和水。其中维生素对于维持人体新陈代谢的生理功能是不可或缺的，多达30余种，分为脂溶性维生素（如维生素A、D、E、K等）和水溶性维生素（如维生素B1、B2、B6、B12、C等）。矿物质无机盐等亦是构成人体的重要成分，约占人体体重的5%，主要有钙、钾、硫等以及微量元素铁、锌等。另外适量地补充膳食纤维对促进良好的消化和排泄固体废物有着举足轻重的作用。

为了帮助人们合理的摄入各种营养素，从20世纪早期营养学家就开始建议营养素的参考摄入量，从40年代到80年代，许多国家都制定了各自的推荐的营养素供给量。我国自1955年开始制定“每日膳食中营养素供给量（RDA）”作为设计和评价膳食的质量标准，并作为制订食物发展计划和指导食品加工的参考依据。随着科学研究和社会实践的发展，特别是强化食品及营养补充剂的发展，国际上自20世纪90年代初期就逐渐开展了关于“RDA”的性质和适用范围的讨论。欧美各国先后提出了一些新的概念或术语，逐步形成了比较系统的新概念——“膳食营养素参考摄入量”。

国内方面，中国营养学会及时研究了这一领域的进展，决定革新传统的“RDA”概念，经过两年多的努力，于2000年10月出版了《中国居民膳食营养素参考摄入量》。膳食营养素参考摄入量是在“RDA”基础上发展起来的一组每日平均膳食营养素摄入量的参考值，包括4项内容：平均需要量（EAR）、推荐摄入量（RNI）、适宜摄入量（AI）和可耐受最高摄入量（UL）。《中国居民膳食营养素参考摄入量》是一部营养学科的专著，分别对各种营养素的理化性质、生理功能、营养评价及主要食物来源等方面，都进行了系统的论述，尤其对于各营养素的参考值都提供了丰富的科学研究依据，是营养学研究、教学和专业提高的重要参考书。十几年间，《中国居民膳食营养素参考摄入量》在我国的膳食指导、食物生产、食品加工等领域已经得到了越来越广泛的应用。

## 1.2 问题提出

水果和蔬菜作为重要的农产品，可以提供矿物质、维生素、膳食纤维等人体所需的营养元素。近年来，中国果蔬种植面积和产量迅速增长，果蔬品种也日益丰富，食物供需基本平衡。另一方面，中国居民生活水平不断提高，人们对人体营养均衡的意识也有所增强。然而，多数中国居民喜食、饱食、偏食、忽视人体健康所需的营养均衡的传统饮食习惯尚未根本扭转，正如近日公布的《中国食物与营养发展纲要（2014-2020年）》提出的那样，“食物生产还不能适应营养需求，居民营养不足与过剩并存，营养与健康知识缺乏”。这就使得我国的果蔬消费（品种和数量）在满足居民身体健康所需均衡营养的意义下，近乎盲目无序，进而影响到果蔬生产。

因此，预测我国果蔬的消费与生产趋势，科学地规划与调整我国果蔬的中长期的种植模式，具有重要的战略意义。为此，需解决以下问题。

1.科学决策的基础是比较准确地掌握情况。我国蔬菜和水果品种繁多，且各方权威公布的数据均不完整，缺失比较普遍，而且统计口径不尽相同。因此，对于这样的宏观问题，需要运用数学手段筛选出主要的水果和蔬菜品种进行研究，同时该部分品种所蕴含营养素无论在成分上还是在含量上都满足研究的需要。接着，需要尝试用多种方法建立数学模型对其消费量进行估计，研究其发展趋势，从而能较为准确地掌握果蔬消费状况。

2.从人体营养健康角度出发，为了了解我国居民矿物质、维生素、膳食纤维等营养素摄入现状，我们需要将前面预测出的果蔬人均消费结果，结合中国营养学会 2000 年编制的《中国居民膳食营养素参考摄入量》，评价我国居民目前各营养素的年摄入水平是否合理。同时，按照果蔬近期的消费趋势，预测 2020 年中国居民的人体营养健康状况变化。

3.不同果蔬尽管各种营养素含量各不相同，但营养素的种类大致相近，所以存在着食用功能的相似性，从营养学角度在一定程度上存在着相互替代、相互补充。此外，每种水果和蔬菜价格也存在差异，因此在保证营养均衡满足健康需要条件下，如何选择消费产品是个普遍的问题。若以较低的购买价格，考虑不同区域和季节，为当今我国居民提供主要果蔬的按年度合理人均消费量，从而满足其自身的营养健康需要。

4.为满足居民人体营养均衡的健康需要，作为国家，需要对果蔬各品种的生产规模做出战略性调整。一方面国家要考虑到居民人体的营养均衡，并使营养摄入量尽量在合理范围内；另一方面也要顾及居民的购买成本，使其购买成本尽量低；同时，还要使种植者能够尽量获得较大收益；最后，还要考虑进出口贸易、土地面积等其他因素。基于上述考虑，建立数学模型重新计算中国居民主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，并给出到 2020 年我国水果和蔬菜产品生产的调整战略。

5.结合前面的研究结论，给相关部门提供政策建议。

## 2 问题分析

根据问题重述，本文从人体营养健康角度，探究中国果蔬发展战略。该问题关键在于

为此从四个方面出发，分别建立模型。

对于问题一，首先需要比较准确地掌握我国果蔬各品种的产量情况，需要基于果蔬的营养素成分和含量，利用恰当的方法是筛选主要的果蔬品种进行研究。接着，采用主成分分析和线性回归两种方法建立预测模型，预测果蔬消费总量以及各主要品种果蔬的消费量。

对于问题二，根据《中国居民膳食营养参考摄入量（2004）》和“中国居民平衡膳食宝塔（2007）”，确定一般成人营养素的成分和含量参考范围，进而评价近年来我国居民目前营养素的日摄入水平是否合理。接着，通过构建我国居民人体营养健康评价指标体系来进行因子分析，来评价到2020年我国居民果蔬营养素年摄入总量的状况。

对于问题三，考虑果蔬之间营养素成分和含量的替代补充性以及价格的差异性，在保证营养均衡满足健康需要条件下，使得我国居民对果蔬的消费达到最优化，即居民果蔬购买成本最低。同时考虑果蔬产品不同季节价格的差异，建立优化模型，计算我国居民购买果蔬产品合理的人均消费量。

对于问题四，基于居民人体营养摄入量的合理范围，满足居民的购买成本最小化以及种植者收益最大化，同时考虑进出口、土地面积等影响因素，建立多目标规划模型，

重新计算我国居民主要品种的果蔬的合理人均消费量。

对于问题五，结合前面问题的研究结果，提出相应的政策建议。

### 3 模型假设

本文从人体营养健康角度出发，以《中国居民膳食营养素参考摄入量》为基础，结合我国果蔬主要品种产量、城乡居民果蔬人均消费量以及果蔬购买成本等客观情况，构建数学模型，模拟并预测主要品种果蔬各自的人均消费量，提出假设前提如下。

假设1：附件中提供的所有数据和通过网络查询到的相关数据真实有效，并能反映指标所代表的真实含义；

假设2：由于数据收集困难，对于果蔬产量部品种存在缺失，假设其产量按照原有的趋势合理变动；

假设3：在预测果蔬人均消费量未来趋势时，假设在预测的时间区间内，无政策影响或其他突发事件发生，并忽略人为浪费等不确定性因素；

假设4：在目标期间内，假定各品种果蔬的价格按照原有趋势合理变动，且都为市场均衡时的价格。

### 4 模型符号与说明

符号	说明	符号	说明
Y	总产量	PE	全国总人口
YY	总消费量	d	城乡人口比例
$x_i$	第 i 种水果的产量	$\bar{X}$	水果人均产量
$xx_i$	第 i 种水果的消费量	$\bar{XX}$	水果人均消费量
$z_i$	第 i 种蔬菜的产量	$\bar{Z}$	蔬菜人均产量
$zz_i$	第 i 种蔬菜的消费量	$\bar{ZZ}$	蔬菜人均消费量
$V_i$	第 i 种营养素含量	XP	每公顷土地水果的产量
$\rho$	损耗率	ZP	每公顷土地蔬菜的产量
$\rho_1$	田间地头到大市场损耗率		
$\rho_2$	大市场到零售市场损耗率		
$\rho_3$	零售市场到餐桌损耗率		
$P_i$	第 i 种价格		
RC	居民购买成本		
PC	种植者收入		

### 5 模型的建立与求解

## 5.1 问题一的解答

### 5.1.1 问题一的分析

2014年初,国务院办公厅正式颁布了《中国食物与营养发展纲要(2014-2020年)》,这是在系统总结《九十年代中国食物结构改革与发展纲要》、《中国食物与营养发展纲要(2001-2010年)》实施情况基础上的深入与发展。新《纲要》是遵照中央更加关注民生与建设和谐社会的新要求、我国国民经济发展进入新一轮增长期的新需要,以及在信息化、工业化、城镇化深入发展中同步推进农业现代化的新形势为依据制定的,对于如期完成小康社会建设任务具有十分重要的指导意义。

在问题一中,首先,我们需要比较准确地掌握我国果蔬各品种的产量情况。我国果蔬品种繁多,无论是中国官方公布的数据还是世界粮农组织(FAO)、美国农业部(USDA)等发布的数据均不完整,缺失较为普遍,而且品种、口径不一。然而,对这样的宏观问题,恰当的方法是筛选主要的果蔬品种进行研究。根据附件1中常见水果和蔬菜营养成分表中的水果和蔬菜项目来进行筛选,从相应的产量上考虑,剔除掉一些具有地区性和季节性较为明显并且产量较小的水果和蔬菜。其中,对于缺失的果蔬总产量以及主要品种的产量值,基于已有的数据通过三次样条插值法来进行估计。同时,选出的果蔬品种还要考虑所蕴含营养素无论在成分上还是在含量上都应满足研究的需要,基于初步筛选出来的果蔬的营养素成分和含量,通过聚类分析方法,将营养素成分和含量相似的果蔬品种进行进一步的筛选。

其次,问题一要求尝试用多种方法建立数学模型对其消费量进行估计,研究发展趋势。所以不仅要从果蔬总体的消费量来研究其各自的发展趋势,还需要考虑到主要果蔬品种的消费情况,研究到2020年时果蔬的消费量以及各主要果蔬的品种变化趋势。本文第一种方法采用主成分分析法来进行果蔬的人均消费量的预测,选取我国居民人均水果和蔬菜消费的影响因素,提取出主分量,再利用OLS回归分析,从而建立起主成分回归预测模型,得到果蔬的总人均消费量预测值以及各品种的果蔬人均消费量预测值。第二种方法是采用线性回归法,利用2003-2011年我国居民各品种的果蔬消费量资料建立线性回归模型,从而进行预测。最后,通过两种预测方法预测出来的我国居民果蔬消费总量进行比较,用两种预测结果的平均值作为最终的果蔬消费总量以及各主要品种果蔬的消费量预测值。

#### 1.我国果蔬生产总量及城乡居民人均消费的描述统计分析

本文所有数据主要来源于《中国统计年鉴》和《中国农业统计年鉴》,其中包括水果和蔬菜生产总量及主要品种生产总量、城乡居民水果和蔬菜人均消费量等,时间范围为1996年至2013年。

首先,我们应该对我国果蔬生产总量整体情况有一定的了解。十几年间,我国水果和蔬菜生产规模扩张迅速,产量增长势头迅猛,从1996年到2013年水果年产量从8120.81万吨上升到25093.04万吨,增长为3.09倍;同期蔬菜年产量从30123.09万吨上升到73511.99万吨,增长为2.44倍。相比而言,水果年产量增长比蔬菜年产量增加更快。

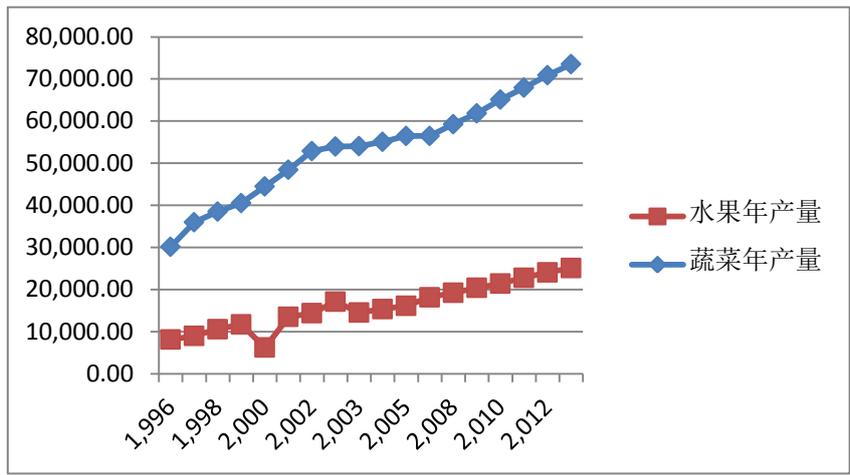


图1 我国水果和蔬菜生产总量趋势图 (单位: 万吨)

其次,我国城镇居民和农村居民对于水果和蔬菜的人均消费状况,从1996年到2013年我国城镇居民水果人均消费量从46.2万吨上升到56.1万吨,增长为1.21倍;相对的,从1999年到2013年我国农村居民水果人均消费量从18.3万吨上升到22.8万吨,增长为1.25倍。另一方面,从1996年到2013年我国城镇居民蔬菜人均消费量从118.5万吨下降到112.3万吨,减小为0.95;我国农村居民蔬菜人均消费量从84.7万吨下降到106.3万吨,减小为0.80。相比而已,我国城镇居民和农村居民对于水果和蔬菜的人均消费状况变化基本一致。

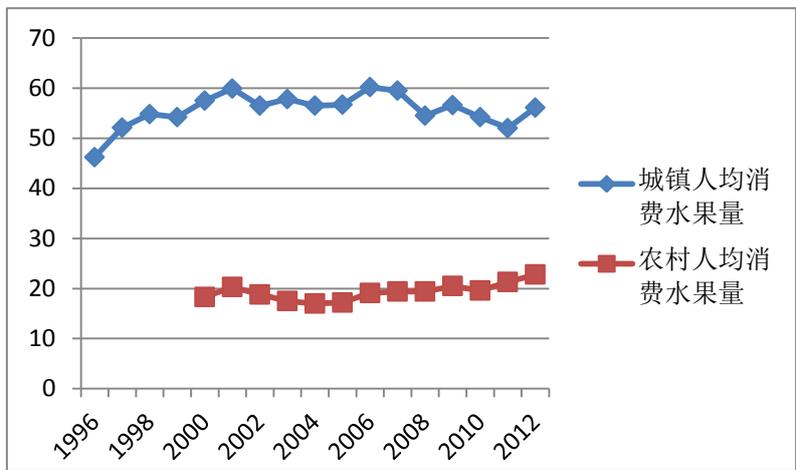


图2 我国城乡蔬菜人均消费量趋势图 (单位: 万吨)

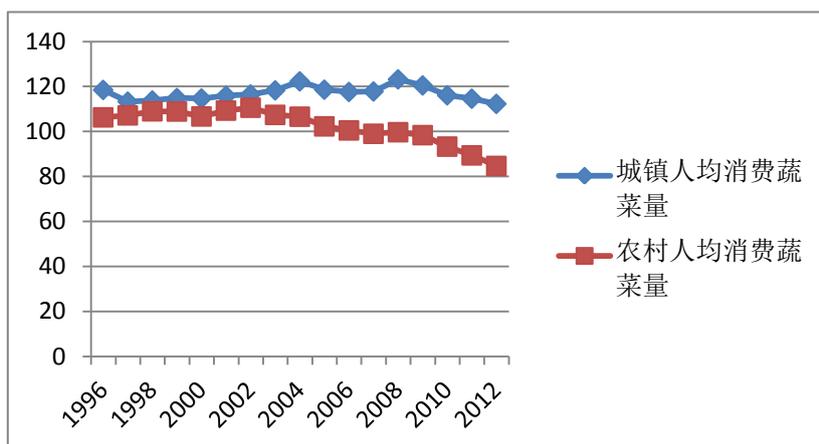


图3 我国城乡蔬菜人均消费量趋势图 (单位: 万吨)

## 2. 基于聚类分析法进行水果种类的筛选

由于水果品种繁多, 为了进行代表性研究, 可以从附件1中常见水果营养成分表中的水果项目来进行筛选。首先, 我们剔除掉一些具有地区性和季节性较为明显并且产量较小的水果, 例如猕猴桃、柠檬、桑葚、荔枝和芒果等。

其次, 因为有些水果之间所含有的营养素成分及含量比较相近, 选取脂溶性维生素(维生素A、D、E等)、水溶性维生素(维生素B1、B2、B6、B12、C等)、矿物质(钠、铁、锌、硒等)、膳食纤维等21种营养素, 运用SPSS 20软件对余下的21种水果在进行聚类分析, 分析结果如下图所示:

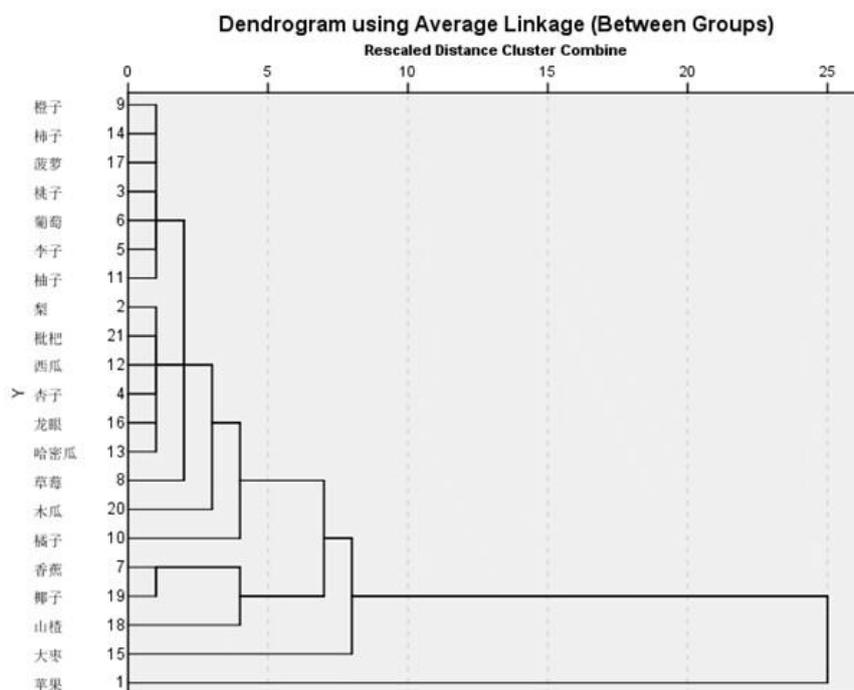


图4 基于营养素的主要种类水果聚类分析结果

从上图4可以看出, 橙子、柿子、菠萝、桃子、葡萄、李子和柚子分为第一类, 梨、枇杷、西瓜、杏子、龙眼、哈密瓜分为第二类, 香蕉和椰子和山楂为第三类, 草莓、木

瓜、橘子、大枣和苹果各自为一类。对于分到一类的水果，由于考虑其所含营养素成分及其含量具有一定的相似性，具有一定的可替代性。

结合各类水果年产量占水果总产量的程度，选取具有代表性且高产量的水果。从第一类中，我们选取柿子、菠萝和葡萄；从第二类中，我们选取梨和西瓜；从第三类中，我们选取香蕉；对于草莓、木瓜、橘子、大枣和苹果各成一类的，由于木瓜产量少，我们只选取了草莓、橘子、大枣和苹果。最后，根据我们的筛选结果，我们筛选出10种无论是在营养素成分上还是含量上都满足研究需求的水果：苹果、香蕉、橘子、梨、葡萄、菠萝、大枣、柿子、西瓜和草莓。

### 3.基于聚类分析法进行蔬菜种类的筛选

#### (1) 基于三次样条插值法解决蔬菜年产量数据的缺失问题

由于从统计年鉴中得到的各类蔬菜的产量存在缺失，只包含蔬菜生产总量和部分蔬菜从2003年到2011年的数据，并且缺失2007年的数据。鉴于这种情况，我们利用三次样条插值方法先补充缺失值，再进行聚类分析。

三次样条函数，即给定一批数据点，需要确定满足特定要求的曲面或曲线，如果要求所求曲面或曲线通过所有的点，这就是插值问题。

在数学上已知某未知函数 $n = f(m)$ 的一组观测（或试验）数据 $(m_i, n_i)(i = 1, 2, \dots, n)$ ，要寻找一个函数 $\phi(m)$ ，使 $\phi(m_i) = n_i = f(m_i)$ ，则称此类问题为插值问题。并称 $\phi(m)$ 为 $f(m)$ 的插值函数，并称 $m_1, m_2, \dots, m_n$ 为样本点；称 $\phi(m_i) = n_i$ 为插值条件，可得： $\phi(m) \approx f(m)$ 。

一般来说，插值一般所用的方法有拉格朗日插值、分段线性插值和三次样条插值。而本文中所用的补全数据的方法是三次样条插值。三次样条线性插值是存在较低次的分段多项式达到较高阶光滑性的一种方法。

利用 MATLAB 程序，结合所给出的 2003 年 2011 年的数据，补全 2007 年的数据。

根据2003年到2011年的数据补全了2007年的蔬菜产量数据。从2003年至2011年整个期间中，绝大多数蔬菜产量都是递增的，从截取的2006年至2008年的数据中也可以看出，蔬菜产量仍然是逐年增长的，因此说明三次样条插值法补充的数据效果较好。

#### (2) 基于聚类分析法进行蔬菜种类的筛选

为了进行代表性研究，同样可以从附件1中常见蔬菜营养成分表中的蔬菜项目来进行筛选。剔除掉一些具有地区性和季节性较为明显并且产量较小的蔬菜，同时考虑蔬菜之间所含有的营养素成分及含量的相似性，选取脂溶性维生素（维生素A、D、E等）、水溶性维生素（维生素B1、B2、B6、B12、C等）、矿物质（钠、铁、锌、硒等）、膳食纤维等21种营养素，运用SPSS 20软件对14种蔬菜在进行聚类分析，分析结果如下图所示：

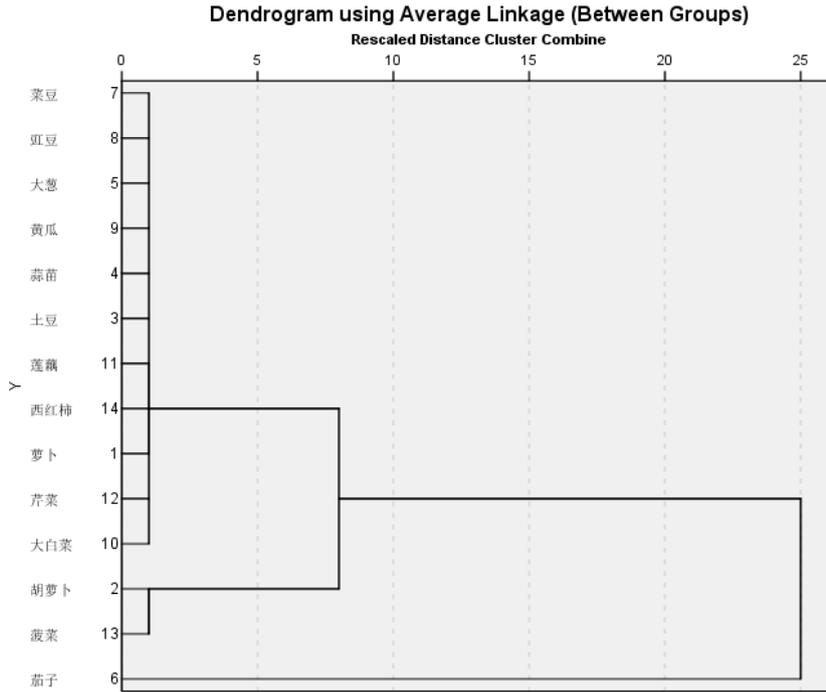


图5 基于营养素的主要种类蔬菜聚类分析结果

从上图 5 可以看出，主要种类蔬菜一共可以聚为三类。其中，菜豆、豇豆、大葱、黄瓜、蒜苗、土豆、莲藕、西红柿、萝卜、芹菜和大白菜分为第一类，胡萝卜和菠菜分为第二类，茄子为第三类。对于分到一类的蔬菜，由于考虑其所含营养成分及其含量具有一定的相似性，具有一定的可替代性。

结合各类蔬菜年产量占蔬菜总产量的程度，选取具有代表性且高产量的蔬菜。从第一类中，我们选取黄瓜、蒜苗、土豆、西红柿、萝卜、芹菜和大白菜；从第二类中，我们选取胡萝卜和菠菜；从第三类中，我们选取茄子。最后，根据我们的筛选结果，我们筛选出10种无论是在营养成分上还是含量上都满足研究需求的水果：萝卜、胡萝卜、土豆、大蒜、茄子、黄瓜、大白菜、芹菜、菠菜和西红柿。

### 5.1.2 建模与求解

#### 1.水果人均消费量预测模型的建立

##### (1) 基于主成分分析法的水果人均消费量预测

对于我国居民人均水果消费总量 $\bar{XX}$ 的数据，可以通过年度水果消费总量 $XX$ 与全国总人口 $PE$ ，进一步的可以通过我国城镇人均消费水果量 $\bar{XX}_{\text{城镇}}$ 、农村人均消费水果量 $\bar{XX}_{\text{农村}}$ 以及城乡人口比例 $d$ 来得到，具体关系如下所示：

$$\bar{XX} = \frac{XX}{PE} = \frac{\bar{XX}_{\text{城镇}} * d + \bar{XX}_{\text{农村}}}{1+d} \quad (5.1.1)$$

根据我国居民人均水果消费的影响因素，选取 7 个指标的数据进行人均水果消费的预测，主要包括年末总人口、果类居民消费价格指数、人均国内生产总值、居民消费水平、水果面积、水果产量、国民总收入。

设 $M = (M_1, \dots, M_k)'$  为一个  $k$  维随机向量，并假定存在二阶矩，其均值向量与协方

差阵分别记为

$$\mu = E(X), \quad \Sigma = D(X) \quad (5.1.2)$$

考虑如下的线性变换

$$\begin{cases} G_1 = t_{11}M_1 + t_{12}M_2 + \cdots + t_{1k}M_k = T_1' M \\ G_2 = t_{21}M_1 + t_{22}M_2 + \cdots + t_{2k}M_k = T_2' M \\ \vdots \\ G_k = t_{k1}M_1 + t_{k2}M_2 + \cdots + t_{kk}M_k = T_k' M \end{cases} \quad (5.1.3)$$

用矩阵表示为

$$G = T' M \quad (5.1.4)$$

其中,  $G = (G_1, G_2, \dots, G_k)'$ ;  $T = (T_1, T_2, \dots, T_k)$

我们希望寻找一组新的变量 $G_1, \dots, G_n (n \leq p)$ , 这组新的变量要求充分地反应原变量的信息, 而且相互独立。

这里对于 $G_1, \dots, G_n$ 有

$$D(G_i) = T_i' \Sigma T_i,$$

$$\text{cov}(G_i, G_j) = T_i' \Sigma T_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (5.1.5)$$

我们希望用 $G_1$ 代替原来的 $k$ 个变量 $M_1, \dots, M_k$ , 这就要求 $G_1$ 尽可能地反应原 $k$ 个变量的信息, 这里的“信息”用什么表达? 一般我们用 $G_1$ 的方差来表达。 $\text{Var}(G_1)$ 越大, 表示 $G_1$ 所包含的信息越多。由(2.5)可以看出, 需对 $T_1$ 做某些限制, 否则可使 $\text{Var}(G_1) \rightarrow \infty$ , 常用的限制是

$$T_1' T_1 = 1 \text{ 或者 } |T| = 1 \quad (5.1.6)$$

因此, 我们希望在约束(2.6)下找 $T_1$ , 使得 $\text{Var}(G_1)$ 达到极大,  $G_1$ 就称为主第一主成分。

要建立弹性不变的消费函数模型, 需要对所有原始数据进行对数化后再进行标准化处理。运用SPSS 20软件进行主成分分析, 得到变量相关系数矩阵的特征值及其贡献率。根据主成分个数提取原则, 主成分因子过程提取了1个主成分 $F_1$ , 它对信息的反应量是89.279%。

对提取的主成分变量建立初始因子载荷, 根据初始因子载荷矩阵, 看出主成分 $F_1$ 基本上反映所有因素的信息。主成分表达式为:

$$F_1 = 0.157 \ln W_1 + 0.115 \ln W_2 + 0.158 \ln W_3 + 0.158 \ln W_4 + 0.158 \ln W_5 + 0.149 \ln W_6 + 0.159 \ln W_7 \quad (5.1.7)$$

根据公式求出 $F_1$ 的主成分得分, 具体数据见下表:

随后, 采用Eviews 7软件对上表中数据进行OLS回归分析, 从而建立主成分回归模型, 方程具体形式如下:

$$\ln \widehat{Y}_{\text{水果}} = 3.560 + 0.061 F_1 \quad (5.1.8)$$

(203.319)      (2.896)

将 $F_1$ 的主成分得分代入代入主成分回归方程中, 得到1996-2011年的预测值, 且预测值与实际值的平均误差仅为2.84%, 回归模型的预测精度相当高。

采用三年移动平均法预测2012-2020年的主成分 $F_1$ 得分, 将其代入主成分回归预测模型, 得到2012-2020年的人均水果年消费量, 如下表所示:

表1 2012-2020年居民人均水果年消费量主成分预测值

年份	主成分F <sub>1</sub> 预测值	居民人均水果年消费预测值（千克）
2012	1.25095	37.95145906
2013	1.346663	38.17368727
2014	1.368191	38.22384967
2015	1.321935	38.11614797
2016	1.345596	38.17120294
2017	1.345241	38.17037487
2018	1.337591	38.15256656
2019	1.342809	38.16471382
2020	1.34188	38.16255103

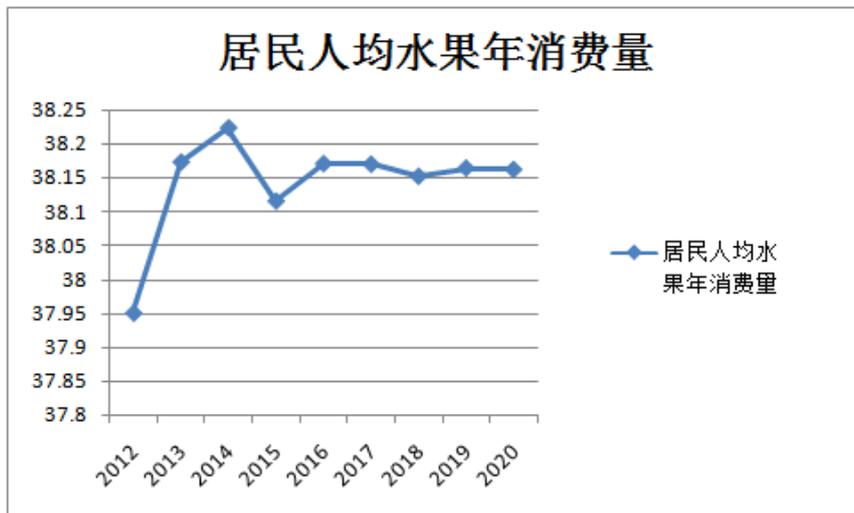


图6 2012-2020年居民人均水果年消费量预测图

由于假设在预测的时间区间内，无政策影响或其他突发事件发生，并忽略人为浪费等不确定性因素，但是仍然需要考虑水果消费的损耗。因此，我国居民各种类水果的人均消费量主要通过单类水果国内供应量、水果消费损耗率来估算，具体关系如下所示：

$$\bar{x} \approx \text{单类水果国内人均供应量} * (1 - \text{水果消费损耗率}) \quad (5.1.9)$$

其中，水果国内供应量可以通过单类水果的人均产量、产量供应比例来得到；单类水果损耗率通过田间地头到大市场损耗率、大市场到零售市场损耗率、零售市场到餐桌损耗率来得到。具体关系如下所示：

$$\begin{aligned} \text{单类水果国内供应量} &= \text{单类水果人均产量} * \text{产量供应比例} \\ &\approx \text{单类水果人均产量} * \frac{\text{总水果人均占有量}}{\text{总水果人均产量}} \end{aligned} \quad (5.1.10)$$

$$\text{水果消费损耗率} \approx 1 - (1 - \rho_1)(1 - \rho_2)(1 - \rho_3) \quad (5.1.11)$$

得到我国居民各类水果的人均消费量的数据。

(2) 基于主成分分析对我国居民各种类水果的人均消费量的预测

同样基于主成分分析方法，将各种类水果的人均消费量带入，与主成分 $F_1$ 建立相应的各类水果主成分回归模型，从而得到2012-2020年的各种类水果的人均消费量，如下表所示：

表2 2012-2020年各种类水果居民人均消费量主成分预测值 (单位：千克)

年份	香蕉	苹果	橘子	梨	葡萄
2012	1.043545	5.636942	4.042844	2.303071	0.926302
2013	1.056611	5.689303	4.14535	2.318975	0.937549
2014	1.059572	5.701146	4.168761	2.322567	0.940098
2015	1.053219	5.675728	4.11862	2.314855	0.93463
2016	1.056464	5.688716	4.144193	2.318797	0.937423
2017	1.056415	5.688521	4.143807	2.318737	0.937381
2018	1.055365	5.684319	4.135523	2.317462	0.936477
2019	1.056081	5.687185	4.141172	2.318332	0.937094
2020	1.055954	5.686675	4.140166	2.318177	0.936984
年份	菠萝	大枣	柿子	西瓜	草莓
2012	0.172035	0.758995	0.412067	9.308364	0.249323
2013	0.172327	0.791346	0.41648	9.227464	0.24919
2014	0.172392	0.79881	0.417479	9.209366	0.24916
2015	0.172251	0.782858	0.415335	9.248298	0.249224
2016	0.172323	0.790978	0.416431	9.228362	0.249191
2017	0.172322	0.790855	0.416414	9.228662	0.249192
2018	0.172299	0.788221	0.41606	9.235103	0.249202
2019	0.172315	0.790017	0.416302	9.230708	0.249195
2020	0.172312	0.789697	0.416259	9.231491	0.249196

根据上述2.3.1中得到我国居民各类水果的人均消费量，由下面消费情况趋势图可以看出，西瓜的人均消费量是10种水果人均消费量中最多的，香蕉是10种主要水果人均消费量中最少的，并且每种水果在2003-2011年的变化趋势比较符合一元线性函数，是一个大致增长的趋势。于是考虑运用线性回归模型对各种水果的人均消费量进行预测。

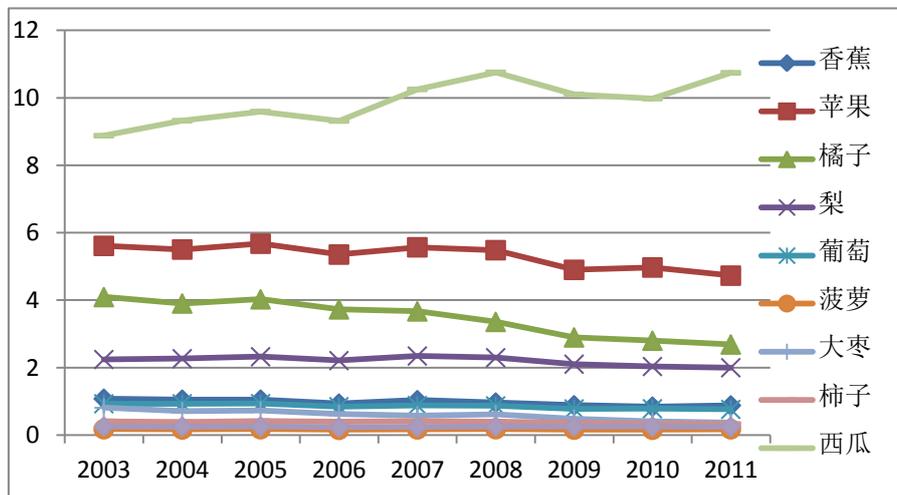


图7 我国居民各类水果的人均消费情况趋势图

利用 2003-2011 年我国居民各类水果的人均消费量以及水果总的人均消费量数据，建立线性回归模型，形式如下：

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8274 \\ 4.7660 \\ 2.5003 \\ 2.0343 \\ 0.7408 \\ 0.1672 \\ 0.3283 \\ 0.3395 \\ 10.8743 \\ 0.2518 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0287 \\ 0.1091 \\ 0.1927 \\ 0.0339 \\ 0.0233 \\ 0.0006 \\ 0.0530 \\ 0.0091 \\ -0.1982 \\ -0.0003 \end{pmatrix} * T \quad (5.1.12)$$

其中，香蕉为  $x_1$ 、苹果为  $x_2$ 、橘子为  $x_3$ 、梨为  $x_4$ 、葡萄为  $x_5$ 、菠萝为  $x_6$ 、大枣为  $x_7$ 、柿子为  $x_8$ 、西瓜为  $x_9$ 、草莓为  $x_{10}$ ，水果总量为  $Y_{\text{水果}}$ ，年份数据为  $T=\text{年份}-2002$ 。

同样，得到我国居民水果总的人均消费量的线性回归模型，形式如下：

$$Y_{\text{水果}} = 113.77416175 - 0.996016196667 * T \quad (5.1.13)$$

通过居民水果总的人均消费量线性回归模型，可以得到1996-2011年的预测值，将预测值与实际值的平均误差仅为2.19%，回归模型的预测精度相当高。

通过线性回归模型，得到2012-2020年的我国居民各类水果的人均消费量以及总的人均消费量的预测值，如下表所示：

表3 2012-2020年各种类水果居民人均消费量线性回归预测值 (单位：千克)

年份	水果总消费	香蕉	苹果	橘子	梨	葡萄
2003	38.9247	1.1144	5.857	4.427	2.3733	0.9738
2004	39.4006	1.1431	5.9661	4.6197	2.4072	0.9971
2005	39.8765	1.1718	6.0752	4.8124	2.4411	1.0204
2006	40.3524	1.2005	6.1843	5.0051	2.475	1.0437
2007	40.8283	1.2292	6.2934	5.1978	2.5089	1.067
2008	41.3042	1.2579	6.4025	5.3905	2.5428	1.0903
2009	41.7801	1.2866	6.5116	5.5832	2.5767	1.1136
2010	42.256	1.3153	6.6207	5.7759	2.6106	1.1369
2011	42.7319	1.344	6.7298	5.9686	2.6445	1.1602
年份	菠萝	大枣	柿子	西瓜	草莓	
2003	0.1732	0.8583	0.4305	8.8923	0.2488	
2004	0.1738	0.9113	0.4396	8.6941	0.2485	
2005	0.1744	0.9643	0.4487	8.4959	0.2482	
2006	0.175	1.0173	0.4578	8.2977	0.2479	
2007	0.1756	1.0703	0.4669	8.0995	0.2476	
2008	0.1762	1.1233	0.476	7.9013	0.2473	

2009	0.1768	1.1763	0.4851	7.7031	0.247	
2010	0.1774	1.2293	0.4942	7.5049	0.2467	
2011	0.178	1.2823	0.5033	7.3067	0.2464	

### (3) 两种预测值的比较

表4 我国居民总的人均消费量两种预测值及平均值 (单位: 千克)

年份	主成分回归预测值	线性回归预测值	两种预测平均值
2012	37.95145906	38.9247	38.43808
2013	38.17368727	39.4006	38.78714
2014	38.22384967	39.8765	39.05017
2015	38.11614797	40.3524	39.23427
2016	38.17120294	40.8283	39.49975
2017	38.17037487	41.3042	39.73729
2018	38.15256656	41.7801	39.96633
2019	38.16471382	42.256	40.21036
2020	38.16255103	42.7319	40.44723

通过比较分析, 得知两种预测方法预测出来的居民总的人均消费量以及各类水果的人均消费量比较接近。一般来讲, 一般线性回归预测值较大一些, 实际值落在一般线性回归预测值与主成分预测值之间的可能性较大。为了增加预测的精度, 可以取每年两种预测平均值作为当年的最终预测值。

表5 居民各类水果的人均消费量两种预测值平均值 (单位: 千克)

年份	香蕉	苹果	橘子	梨	葡萄
2012	1.078973	5.746971	4.234922	2.338186	0.950051
2013	1.099856	5.827702	4.382525	2.363088	0.967325
2014	1.115686	5.888173	4.490581	2.381834	0.980249
2015	1.12686	5.930014	4.56186	2.394928	0.989165
2016	1.142832	5.991058	4.670997	2.413849	1.002212
2017	1.157158	6.045511	4.767154	2.430769	1.013841
2018	1.170983	6.09796	4.859362	2.447081	1.025039
2019	1.185691	6.153943	4.958536	2.464466	1.036997
2020	1.199977	6.208238	5.054383	2.481339	1.048592
年份	菠萝	大枣	柿子	西瓜	草莓
2012	0.172618	0.808648	0.421284	9.100332	0.249062
2013	0.173064	0.851323	0.42804	8.960782	0.248845
2014	0.173396	0.881555	0.43309	8.852633	0.24868
2015	0.173626	0.900079	0.436568	8.772999	0.248562
2016	0.173962	0.930639	0.441666	8.663931	0.248396
2017	0.174261	0.957078	0.446207	8.564981	0.248246
2018	0.17455	0.982261	0.45058	8.469102	0.248101
2019	0.174858	1.009659	0.455251	8.367804	0.247948

2020	0.175156	1.035999	0.45978	8.269096	0.247798
------	----------	----------	---------	----------	----------

## 2.蔬菜人均消费量预测模型的建立

### (1) 基于主成分分析法的蔬菜人均消费量预测

对于我国居民人均蔬菜消费总量 $\bar{ZZ}$ 的数据,可以通过年度蔬菜消费总量 $ZZ$ 与全国总人口 $PE$ ,进一步的可以通过我国城镇人均消费蔬菜量 $\bar{ZZ}_{\text{城镇}}$ 、农村人均消费蔬菜量 $\bar{ZZ}_{\text{农村}}$ 以及城乡人口比例 $d$ 来得到,具体关系如下所示:

$$\bar{ZZ} = \frac{ZZ}{PE} = \frac{\bar{ZZ}_{\text{城镇}} * d + \bar{ZZ}_{\text{农村}}}{1+d} \quad (5.1.14)$$

根据我国居民人均蔬菜消费的影响因素,选取7个指标的数据进行人均蔬菜消费的预测,主要包括年末总人口、蔬菜居民消费价格指数、人均国内生产总值、居民消费水平、蔬菜面积、蔬菜产量、国民总收入。

要建立弹性不变的消费函数模型,需要对所有原始数据进行对数化后再进行标准化处理。运用SPSS 20软件进行主成分分析,得到变量相关系数矩阵的特征值及其贡献率。根据主成分个数提取原则,主成分因子过程提取了1个主成分 $F_2$ ,它对信息的反应量是80.823%,具体数据见下表。

对提取的主成分变量建立初始因子载荷,根据初始因子载荷矩阵,看出主成分 $F_2$ 基本上反映所有因素的信息。主成分表达式为:

$$F_2 = 0.172 \ln V_1 + 0.065 \ln V_8 + 0.171 \ln V_3 + 0.171 \ln V_4 + 0.159 \ln V_9 + 0.171 \ln V_{10} + 0.171 \ln V_7 \quad (5.1.15)$$

根据公式求出 $F_2$ 的主成分得分,具体数据见下表:

随后,采用Eviews 7软件对上表中数据进行OLS回归分析,从而建立主成分回归模型,方程具体形式如下:

$$\ln \widehat{Y}_{\text{蔬菜}} = 4.711 - 0.043 F_2 \quad (5.1.16)$$

(187.319)      (2.754)

将 $F_1$ 的主成分得分代入代入主成分回归方程中,得到1996-2011年的预测值,且预测值与实际值的平均误差仅为1.44%,回归模型的预测精度相当高。

采用三年移动平均法预测2012-2020年的主成分 $F_2$ 得分,将其代入主成分回归预测模型,得到2012-2020年的人均水果年消费量,如下表所示:

表6 2012-2020年居民人均水果年消费量主成分预测值

年份	主成分 $F_2$ 预测值	居民人均水果年消费预测值(千克)
2012	1.220851	105.4781
2013	1.324112	105.0108
2014	1.344058	104.9208
2015	1.29634	105.1363
2016	1.321503	105.0226
2017	1.320634	105.0265
2018	1.312826	105.0618
2019	1.318321	105.037
2020	1.31726	105.0417

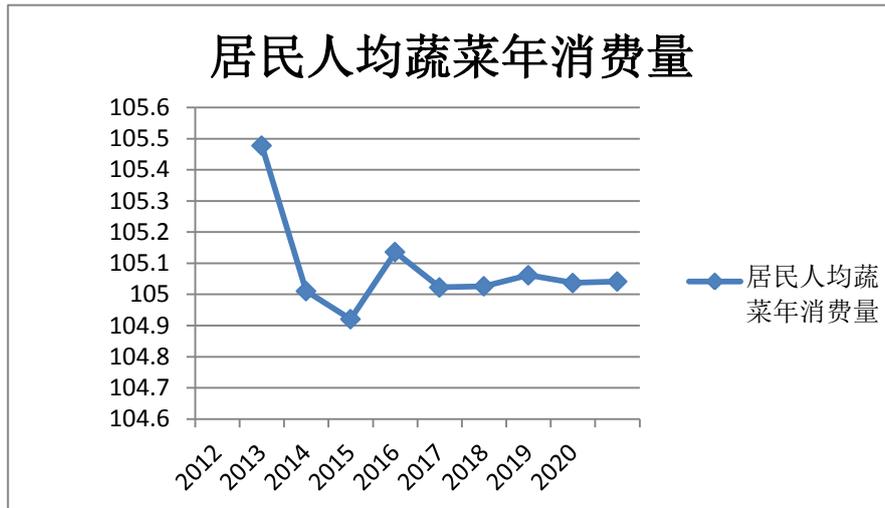


图8 2012-2020年居民人均蔬菜年消费量预测图

由于假设在预测的时间区间内，无政策影响或其他突发事件发生，并忽略人为浪费等不确定性因素，但是仍然需要考虑蔬菜消费的损耗。因此，我国居民各种类蔬菜的人均消费量主要通过单类蔬菜国内供应量、蔬菜消费损耗率来估算，具体关系如下所示：

$$\bar{z} \approx \text{单类蔬菜国内人均供应量} * (1 - \text{蔬菜消费损耗率}) \quad (5.1.17)$$

其中，蔬菜国内供应量可以通过单类蔬菜的人均产量、产量供应比例来得到；单类蔬菜损耗率通过田间地头到大市场损耗率、大市场到零售市场损耗率、零售市场到餐桌损耗率来得到。具体关系如下所示：

$$\text{单类蔬菜国内供应量} = \text{单类蔬菜人均产量} * \text{产量供应比例}$$

$$\approx \text{单类蔬菜人均产量} * \frac{\text{总蔬菜人均占有量}}{\text{总蔬菜人均产量}} \quad (5.1.18)$$

$$\text{单类蔬菜损耗} \approx 1 - (1 - \rho_1)(1 - \rho_2)(1 - \rho_3) \quad (5.1.19)$$

得到我国居民各类蔬菜的人均消费量的数据。

同样基于主成分分析方法，将各种类蔬菜的人均消费量带入，与主成分 $F_2$ 建立相应的各类蔬菜主成分回归模型，从而得到 2012-2020 年的各种类蔬菜的人均消费量，如下表所示：

表7 2012-2020年各种类蔬菜居民人均消费量主成分预测值 (单位：千克)

年份	萝卜	胡萝卜	土豆	大蒜	茄子
2012	6.756489	2.319881	2.340825	2.892221	3.704288
2013	6.726555	2.307457	2.330454	2.88685	3.691305
2014	6.720789	2.305065	2.328456	2.885814	3.688803
2015	6.734593	2.310792	2.333239	2.888294	3.694793
2016	6.72731	2.30777	2.330716	2.886986	3.691633
2017	6.727562	2.307875	2.330803	2.887031	3.691742
2018	6.729821	2.308812	2.331585	2.887437	3.692722
2019	6.728231	2.308152	2.331035	2.887151	3.692032

2020	6.728537	2.30828	2.331141	2.887206	3.692166
年份	黄瓜	大白菜	芹菜	菠菜	西红柿
2012	6.975237	11.83153	2.817474	2.025599	6.242222
2013	6.975453	11.64367	2.804123	2.012257	6.346211
2014	6.975494	11.60773	2.801551	2.00969	6.366496
2015	6.975395	11.6939	2.807708	2.015836	6.318074
2016	6.975447	11.64838	2.80446	2.012593	6.343563
2017	6.975445	11.64995	2.804572	2.012705	6.34268
2018	6.975429	11.66406	2.805579	2.013711	6.334761
2019	6.975441	11.65413	2.80487	2.013003	6.340333
2020	6.975438	11.65604	2.805007	2.013139	6.339257

## (2) 基于线性回归法的蔬菜人均消费量预测

根据上述2.4.1中得到我国居民各类蔬菜的人均消费量，由下面消费情况趋势图可以看出，大白菜的含量是几种主要蔬菜人均消费量中最多的，菠菜是几种主要蔬菜人均消费量中最少的，并且每种这九年的变化趋势比较符合一元线性函数，是一个大致减少的趋势。于是我们考虑运用线性回归模型对于人均消费量进行预测。

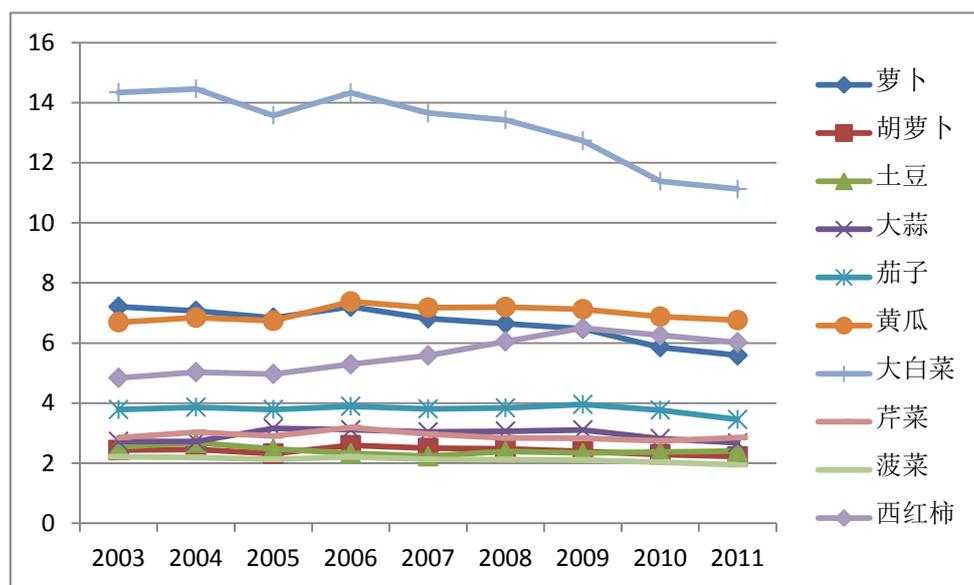


图9 我国居民各类蔬菜的人均消费情况趋势图

利用 2003-2011 年我国居民各类蔬菜的人均消费量以及蔬菜总的人均消费量数据，建立线性回归模型，形式如下：

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_7 \\ z_8 \\ z_9 \\ z_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.5812 \\ 2.5179 \\ 2.5577 \\ 2.9413 \\ 3.9059 \\ 6.8943 \\ 15.2817 \\ 3.0262 \\ 2.2598 \\ 4.5951 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.1896 \\ -0.0218 \\ -0.0283 \\ -0.0010 \\ -0.0223 \\ 0.0161 \\ -0.4113 \\ -0.0230 \\ -0.0280 \\ 0.2039 \end{pmatrix} * T \quad (5.1.20)$$

其中，萝卜为  $z_1$ 、胡萝卜为  $z_2$ 、土豆为  $z_3$ 、大蒜为  $z_4$ 、茄子为  $z_5$ 、黄瓜为  $z_6$ 、大白菜为  $z_7$ 、芹菜为  $z_8$ 、菠菜为  $z_9$ 、西红柿为  $z_{10}$ ，蔬菜总量为  $Y_{蔬菜}$ ，年份数据为  $T = \text{年份} - 2002$ 。同样，得到我国居民蔬菜总的人均消费量的线性回归模型，形式如下：

$$Y_{蔬菜} = 113.77416175 - 0.996016196667 * T \quad (5.1.21)$$

通过居民蔬菜总的人均消费量线性回归模型，可以得到1996-2011年的预测值，将预测值与实际值的平均误差仅为1.52%，回归模型的预测精度相当高。

通过线性回归模型，得到2012-2020年的我国居民各类蔬菜的人均消费量以及总的人均消费量的预测值，如下表所示：

表8 2012-2020年各种类蔬菜居民人均消费量线性回归预测值（单位：千克）

年份	蔬菜总消费	萝卜	胡萝卜	土豆	大蒜	茄子
2003	103.8141	5.6852	2.2999	2.2747	2.9313	3.6829
2004	102.8181	5.4956	2.2781	2.2464	2.9303	3.6606
2005	101.8221	5.306	2.2563	2.2181	2.9293	3.6383
2006	100.8261	5.1164	2.2345	2.1898	2.9283	3.616
2007	99.8301	4.9268	2.2127	2.1615	2.9273	3.5937
2008	98.8341	4.7372	2.1909	2.1332	2.9263	3.5714
2009	97.8381	4.5476	2.1691	2.1049	2.9253	3.5491
2010	96.8421	4.358	2.1473	2.0766	2.9243	3.5268
2011	95.8461	4.1684	2.1255	2.0483	2.9233	3.5045
年份	黄瓜	大白菜	芹菜	菠菜	西红柿	
2003	11.1687	2.7962	1.9798	6.6341	103.8141	
2004	10.7574	2.7732	1.9518	6.838	102.8181	
2005	10.3461	2.7502	1.9238	7.0419	101.8221	
2006	9.9348	2.7272	1.8958	7.2458	100.8261	
2007	9.5235	2.7042	1.8678	7.4497	99.8301	
2008	9.1122	2.6812	1.8398	7.6536	98.8341	
2009	8.7009	2.6582	1.8118	7.8575	97.8381	
2010	8.2896	2.6352	1.7838	8.0614	96.8421	
2011	7.8783	2.6122	1.7558	8.2653	95.8461	

### (3) 两种预测值的比较

表9 我国居民总的人均消费量两种预测值及平均值（单位：千克）

年份	主成分回归预测值	线性回归预测值	两种预测平均值
----	----------	---------	---------

2012	105.4781	103.8141	104.6461
2013	105.0108	102.8181	103.9145
2014	104.9208	101.8221	103.3715
2015	105.1363	100.8261	102.9812
2016	105.0226	99.8301	102.4264
2017	105.0265	98.8341	101.9303
2018	105.0618	97.8381	101.45
2019	105.037	96.8421	100.9396
2020	105.0417	95.8461	100.4439

通过比较分析，得知两种预测方法预测出来的居民总的人均消费量以及各类蔬菜的人均消费量比较接近。一般来讲，一般线性回归预测值较大一些，实际值落在一般线性回归预测值与主成分预测值之间的可能性较大。为了增加预测的精度，可以取每年两种预测平均值作为当年的最终预测值。

表10 居民各类蔬菜的人均消费量两种预测值平均值 (单位：千克)

年份	萝卜	胡萝卜	土豆	大蒜	茄子
2012	6.220845	2.309891	2.307763	2.911761	3.693594
2013	6.111078	2.292779	2.288427	2.908575	3.675953
2014	6.013395	2.280683	2.273278	2.907557	3.663552
2015	5.925497	2.272646	2.26152	2.908297	3.655397
2016	5.827055	2.260235	2.246108	2.907143	3.642667
2017	5.732381	2.249388	2.232002	2.906666	3.631571
2018	5.638711	2.238956	2.218243	2.906369	3.620911
2019	5.543116	2.227726	2.203818	2.905726	3.609416
2020	5.448469	2.21689	2.189721	2.905253	3.598333
年份	黄瓜	大白菜	芹菜	菠菜	西红柿
2012	7.015269	11.50012	2.806837	2.0027	6.438161
2013	7.023427	11.20054	2.788662	1.982029	6.592106
2014	7.031497	10.97692	2.775876	1.966745	6.704198
2015	7.039498	10.81435	2.767454	1.955818	6.781937
2016	7.047574	10.58594	2.75433	1.940197	6.896632
2017	7.055623	10.38108	2.742886	1.926253	6.99814
2018	7.063665	10.18248	2.73189	1.912756	7.096131
2019	7.071721	9.971865	2.720035	1.898402	7.200867
2020	7.079769	9.76717	2.708604	1.88447	7.302279

## 5.2 问题二的解答

### 5.2.1 问题二的分析

许多国家都制定了膳食指南来指导本国居民的合理膳食。我国于1997年发布了《中国居民膳食指南》和“中国居民平衡膳食宝塔”。随着我国社会和经济的发展,我国居民膳食消费和营养状况都发生了较大改变,为了指导广大居民更好地平衡膳食,获得合理营养,提高国民健康水平,中国营养学会发布了新版的《中国居民膳食指南(2007)》和“中国居民平衡膳食宝塔(2007)”。

筛选《中国食物成分表(2004)》所列出的所有食物,剔除婴幼儿食物、饮料、蜜饯果脯、调味品、熟食、罕有食物。根据膳食宝塔中建议的食物种类,将其分为谷类薯类及杂豆、蔬菜类、水果类、畜禽肉类、鱼虾类、蛋类、奶类及奶制品、大豆类及坚果、油等9类,加上《中国食物成分表(2004)》未列出的盐,共计10类食物。根据《中国食物成分表(2004)》所提供的各种食物的能量和营养素的含量,可以求出各类食物能量和营养素的平均值,作为该类食物能量和营养素的含量。参照膳食宝塔建议的各类食物的摄入量,计算膳食宝塔所能提供的能量和各营养素的量。水果和蔬菜是重要的农产品,主要为人体提供矿物质、维生素、膳食纤维。

矿物质是构成人体组织和维持正常生理功能必需的各种元素的总称,是人体必需的营养素之一。人体中含有的各种元素,除了碳、氧、氢、氮等主要以有机物的形式存在以外,其余的60多种元素统称为矿物质(也叫无机盐),其中钙、镁、钾、钠、铁、锌、硒元素含量较多。

维生素是维持人体生命活动必须的一类有机物质,也是保持人体健康的重要活性物质。维生素在体内的含量很少,但不可或缺。人体一共需要13种维生素,也就是通常所说的13种必要维生素:维生素A,维生素B,维生素C,维生素D,维生素H,维生素P,维生素PP,维生素M,维生素T,维生素U,水溶性维生素。

膳食纤维是一种不能被人体消化的碳水化合物,分为非水溶性和水溶性纤维两大类。纤维素、半纤维素和木质素是3种常见的非水溶性纤维,存在于植物细胞壁中;而果胶和树胶等属于水溶性纤维,则存在于自然界的非纤维性物质中。

问题二中,首先,为了摸清我国居民矿物质、维生素、膳食纤维等营养素摄入现状,需要比较准确地了解人体健康所需要的各种营养成分的范围。营养成分种类较多,根据《中国居民膳食营养素参考摄入量》,同时分析膳食宝塔对一般成人营养素的满足程度,筛选出具有代表性的营养素成分和含量范围。根据问题一中得出的居民常见果蔬人均消费量计算得出实际的营养元素的人均日摄入量,将之与营养素参考范围进行比较,进而评价近年来我国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的日摄入水平是否合理。

其次,基于我国居民果蔬近期的消费趋势,预测到2020年我国居民的人体营养健康状况变化程度。同样根据问题一中预测出的2000-2020年水果和蔬菜人均消费总量,以及通过《中国食品成分表(2000)》,选取主要种类果蔬的矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的成分与含量,包括膳食纤维、维生素A、维生素B1、维生素B2、维生素C、维生素E、钙、钠、铁、锌和硒。综合以上各方面的指标,构建出我国居民人体营养健康评价指标体系来进行因子分析,来进行居民水果和蔬菜营养素年摄入总量评价。

### 1.居民常见品种的果蔬营养素日摄入量评价

上面得到居民果蔬的人均消费量以及常见主要品种的人均消费量,其中水果10种,包括香蕉 $x_1$ 、苹果 $x_2$ 、橘子 $x_3$ 、梨 $x_4$ 、葡萄 $x_5$ 、菠萝 $x_6$ 、大枣 $x_7$ 、柿子 $x_8$ 、西瓜 $x_9$ 、草莓 $x_{10}$ ;蔬菜10种,包括萝卜 $z_1$ 、胡萝卜 $z_2$ 、土豆 $z_3$ 、大蒜 $z_4$ 、茄子 $z_5$ 、黄瓜 $z_6$ 、大白菜 $z_7$ 、芹菜 $z_8$ 、菠菜 $z_9$ 、西红柿 $z_{10}$ 。通过《中国食品成分表(2000)》,选取主要种类果蔬的矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的成分与含量,包括膳食纤维、维生素A、维生素

B1、维生素B2、维生素C、维生素E、钙、钠、铁、锌、硒。

通过2011-2012年居民果蔬的人均消费量以及常见品种的人均消费量，测算水果和蔬菜各类营养素的日摄入量平均值（以每100g可食部计）。

$$V_{\text{水果}} = \frac{\sum v_i xx_i}{\sum xx_i} \times \frac{1}{365} \quad (5.2.1)$$

$$V_{\text{蔬菜}} = \frac{\sum v_i zz_i}{\sum zz_i} \times \frac{1}{365} \quad (5.2.2)$$

表11 2011-2012年常见10种水果营养素的日摄入量平均值

营养成分	水果标准平均值	2011年	2012年
膳食纤维(g)	1.60	0.249603 (-)	0.253029 (-)
维生素 A (μ g)	46.11	43.32882 (-)	43.09923 (-)
维生素 B1(mg)	0.03	0.021714 (-)	0.021492 (-)
维生素 B2(mg)	0.02	0.028040 (+)	0.027727 (+)
维生素 C(mg)	36.99	12.53486 (-)	12.37243 (-)
维生素 E(mg)	0.10	0.449879 (+)	0.445469 (+)
钙(mg)	10.30	20.81445 (+)	20.50297 (+)
钠(mg)	7.35	22.38081 (+)	21.97678 (+)
铁(mg)	0.26	0.347438 (+)	0.344847 (+)
锌(mg)	0.12	0.129787 (+)	0.128715 (+)
硒(μ g)	0.13	0.252611 (+)	0.250363 (+)

（注：其中“+”表示常见品种水果营养素日摄入量超过平均摄入量，“-”表示常见品种水果营养素日摄入量超过平均摄入量）

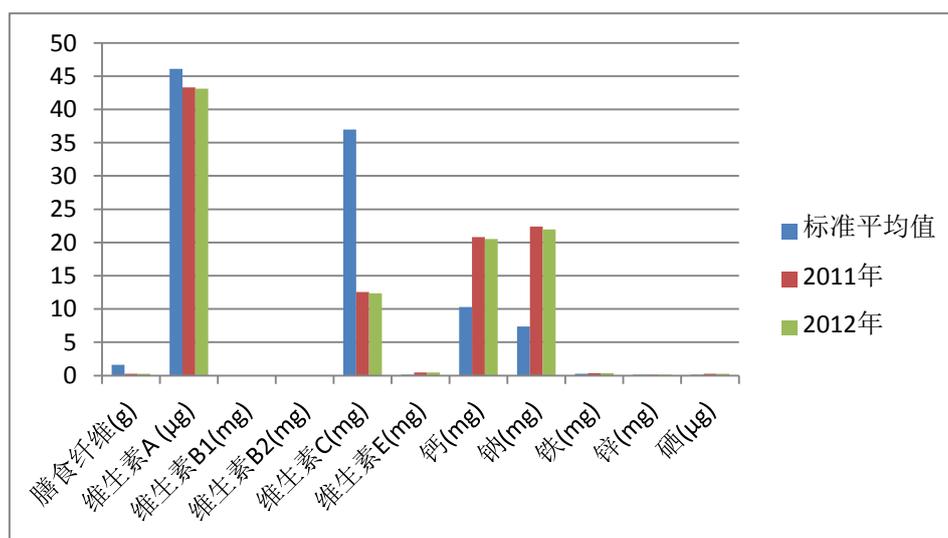


图10 2011-2012年主要10种水果营养素的日摄入量柱状图

从上表和图中可以看出,常见品种水果的11种营养素的日摄入量,2012年相对于2011年除了膳食纤维摄入量增加1.37%以外,其他营养素摄入量都有所减小,其中钠含量减小幅度最大到达1.81%,维生素A减小幅度最小为0.53%。

只考虑2012年的常见品种水果营养素的日摄入量,与水果营养素日摄入量标准平均值进行比较。可以得到,膳食纤维、维生素A、维生素B1及维生素C都不能满足,膳食纤维和维生素C仅为标准平均值的15.81%和33.45%,摄入量严重不足;而维生素A和维生素B1占标准平均值的93.47%和71.64%,仍不满足摄入要求。另一方面,维生素B2、维生素E、钙、钠、铁、锌、硒营养素日摄入量均超过标准平均值。其中,维生素E、钠、钙和硒日摄入量分别为标准平均值的4.45、2.99、1.99和1.92倍,属于摄入过量;而维生素B2和铁日摄入量超过标准平均值38.64%和32.63%,也属于摄入量过多;只有锌日摄入量超过量占标准平均值的7.26%,在合理增长范围内。

因此,我国居民仅仅从常见的10种水果中摄入矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的水平不能满足人们日常需要。

表12 2011-2012年常见10种蔬菜营养素的日摄入量平均值

营养成分	蔬菜标准平均值	2011年	2012年
膳食纤维(g)	3.10	2.224262 (-)	2.21629 (-)
维生素 A (μ g)	219.53	211.6632 (-)	214.065 (-)
维生素 B1(mg)	0.04	0.043446 (+)	0.044114 (+)
维生素 B2(mg)	0.05	0.051894 (+)	0.052499 (+)
维生素 C(mg)	19.22	31.95703 (+)	33.06782 (+)
维生素 E(mg)	0.44	0.925024 (+)	0.942022 (+)
钙(mg)	49.37	23.17955 (-)	23.6076 (-)
钠(mg)	59.39	2.396619 (-)	2.421867 (+)
铁(mg)	0.77	0.388012 (-)	0.393499 (-)
锌(mg)	0.27	0.385498 (+)	0.399941 (+)
硒(μ g)	0.40	0.756483 (+)	0.772696 (+)

(注:其中“+”表示常见品种蔬菜营养素日摄入量超过平均摄入量,“-”表示常见品种水果营养素日摄入量超过平均摄入量)

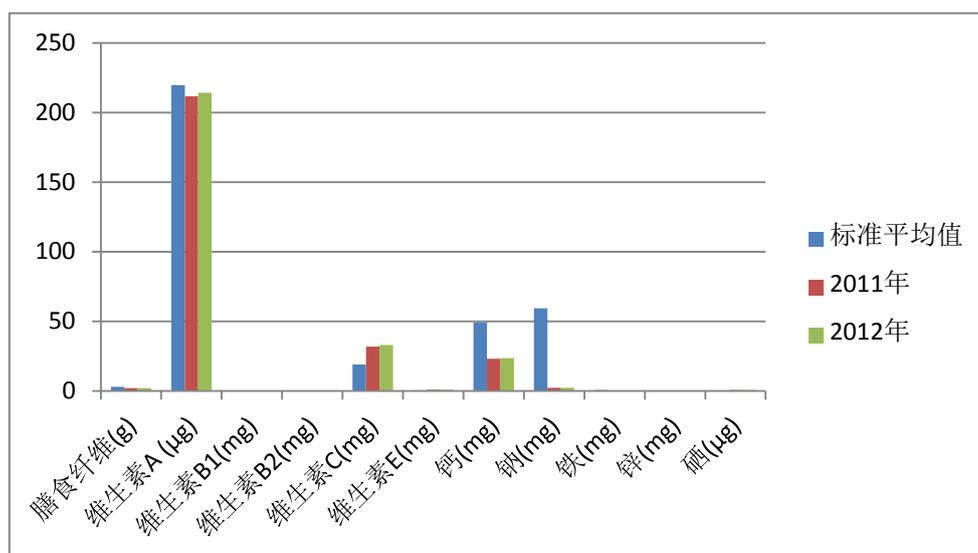


图11 2011-2012年常见10种蔬菜营养素的日摄入量柱状图

从上表和图中可以看出，常见品种蔬菜的11种营养素的日摄入量，2012年和2011年相比较结果正好与水果结果相反，除了膳食纤维摄入量减小0.36%以外，其他营养素摄入量都有所增加，增长幅度均在4%以内。其中，增长幅度最大的为锌，为37.47%；增幅最小的钠，为1.05%。

只考虑2012年的常见品种蔬菜营养素的日摄入量，与蔬菜营养素日摄入量标准平均值进行比较。可以得到，膳食纤维、维生素A、钙、钠及铁均不能满足，钠仅为标准平均值的4.08%，摄入量严重不足；钙、铁和膳食纤维为标准平均值的47.82%、51.10%和71.49%，同样不能满足摄入需要；维生素A占标准平均值的97.47%，不满足标准平均值，但在合理的增减范围内。另一方面，维生素B1、维生素B2、维生素C、维生素E、锌、硒营养素日摄入量均超过标准平均值。其中，维生素E、维生素C、硒和锌日摄入量分别为标准平均值的2.14、1.72、1.93和1.48倍，属于摄入过量；而维生素B1和维生素B2日摄入量超过量占标准平均值的10.29%和5.00%，在合理增长范围内。

因此，我国居民仅仅从常见的10种蔬菜中摄入矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的水平不能满足人们日常需要。

## 2.居民水果和蔬菜营养素年摄入总量评价

根据《中国居民膳食营养参考摄入量（2004）》、《中国居民膳食指南（2007）》以及“中国居民平衡膳食宝塔（2007）”，可以得到膳食宝塔对我国居民的各类食物摄入量及营养素。通过2011-2012年居民果蔬的人均消费量，测算水果和蔬菜各类营养素的年摄入总量，详见下表。

表13 2011-2012年居民水果营养素的年摄入总量

营养成分	摄入量下限	摄入量上限	2011年	2012年
摄入量 (kg)	36.5	73	37.43902	38.43808
膳食纤维(g)	584	2336	628.9755	645.7597
维生素 A (μ g)	16790	67160	17263.13	17723.8

维生素 B1(mg)	9.125	36.5	11.2317	11.53142
维生素 B2(mg)	9.125	36.5	7.487803**	7.687616**
维生素 C(mg)	13505	53983.5	13848.69	14218.25
维生素 E(mg)	36.5	146	37.43902	38.43808
钙(mg)	3759.5	15038	3856.219	3959.122
钠(mg)	2737.5	10585	2751.768	2825.199
铁(mg)	98.55	379.6	97.34144**	99.93901
锌(mg)	43.8	175.2	44.92682	46.1257
硒(μ g)	45.625	182.5	48.67072	49.9695

(注：其中“\*\*”表示居民水果营养素的年摄入量小于摄入量范围)

表14 2011-2012年居民蔬菜营养素的年摄入量

营养成分	摄入量下限	摄入量上限	2011年	2012年
摄入量(kg)	109.5	182.5	102.6477**	99.52938**
膳食纤维(g)	10183.5	28287.5	3182.078**	3085.411**
维生素 A(μ g)	721605	2002025	22534.24**	21849.69**
维生素 B1(mg)	120.45	328.5	41.05906**	39.81175**
维生素 B2(mg)	175.2	492.75	51.32383**	49.76469**
维生素 C(mg)	63181.5	175382.5	19728.88**	19129.55**
维生素 E(mg)	1423.5	4015	451.6497**	437.9293**
钙(mg)	162169.5	450592.5	50677.15**	49137.66**
钠(mg)	193815	538375	60962.45**	59110.5**
铁(mg)	2540.4	7062.75	790.387**	766.3762**
锌(mg)	886.95	2463.75	277.1487**	268.7293**
硒(μ g)	1314	3650	410.5906**	398.1175**

(注：其中“\*\*”表示居民水果营养素的年摄入量小于摄入量范围)

从上表可以看出，居民水果营养素的年摄入量，2011-2012年大体符合建议的营养素摄入范围之内，但摄入量整体偏低，接近营养范围的下限。其中，维生素B2的年摄入量两年均低于营养范围之外；2011年铁的年摄入量也低于营养范围外，但2012年的年摄入量回到营养范围之内。因此，综上所述，我国目前从水果中摄入矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的水平大致符合营养范围，但整体偏低。另一方面，居民蔬菜营养素的年摄入量，2011-2012年均低于建议的营养素摄入范围。

## 5.2.2 模型的建立与求解

根据问题一中预测出的2000-2020年水果和蔬菜人均消费总量，以及通过《中国食品成分表（2000）》，选取主要种类果蔬的矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的成分与含量，包括膳食纤维、维生素A、维生素B1、维生素B2、维生素C、维生素E、钙、钠、铁、锌和硒。综合以上各方面的指标，可以构建出我国居民人体营养健康评价指标体系，主要有矿物质、维生素、膳食纤维三个方面组成，详见下表所示。

表15 我国居民人体营养健康评价指标体系

一级指标	二级指标	符号代码	单位
膳食纤维	膳食纤维	W1	g
维生素	维生素 A	W2	μg
	维生素 B1	W3	mg
	维生素 B2	W4	mg
	维生素 C	W5	mg
	维生素 E	W6	mg
矿物质	钙	W7	mg
	钠	W8	mg
	铁	W9	mg
	锌	W10	mg
	硒	W11	μg

### 1. 因子分析的数学模型

因子分析的任务一是构造一个因子模型，确定模型中的参数，然后根据分析结果进行因子分解；二是对公共因子进行估计，并作进一步分析。

二级指标  $W_1, W_2, \dots, W_{11}$ ，且每个变量（或经标准化处理后）的均值为0，标准差均为1。现将每个原有变量用  $n$  ( $n < 11$ ) 个公共因子  $F_1, F_2, \dots, F_n$  的线性组来表示，即因子分析的一般模型为：

$$\begin{cases} W_1 = a_{1,1}F_1 + a_{1,2}F_2 + \dots + a_{1,n}F_n + \varepsilon_1 \\ W_2 = a_{2,1}F_1 + a_{2,2}F_2 + \dots + a_{2,n}F_n + \varepsilon_2 \\ \dots \\ W_{11} = a_{11,1}F_1 + a_{11,2}F_2 + \dots + a_{11,n}F_n + \varepsilon_n \end{cases} \quad (5.2.3)$$

式中， $a_{ij}$  ( $i=1,2,\dots,11; j=1,2,\dots,n$ ) 为因子载荷； $\varepsilon_i$  ( $i=1,2,\dots,11$ ) 为特殊因子。

因子载荷。可以证明，在因子不相关的前提下，因子载荷  $a_{ij}$  是变量  $W_i$  与因子  $F_j$  的相关系数，反映了变量  $W_i$  与因子  $F_j$  的相关程度。因子载荷  $a_{ij}$  也反映了因子  $F_j$  对解释变量的重要作用和程度。

变量共同度。因子载荷矩阵中各行数值的平方和，称为变量对应的共同度。变量共同度也即变量的方差，变量  $W_i$  的共同度  $h_i^2$  的数学定义为：

$$h^2_i = \sum_{j=1}^n a^2_{ij} \quad (5.2.4)$$

可以证明变量  $W_i$  的共同度刻画了因子全体对变量  $W_i$  信息解释的程度，是评价变量  $W_i$  信息丢失程度的重要指标。如果大多数原有变量的变量共同度均较高(如高于 0.8)，则说明提取的因子能够反映原有变量的大部分(80%以上)信息，仅有较少的信息丢失，因子分析的效果较好。因此，变量共同度是衡量因子分析效果的重要依据。

公共因子是在各个变量中共同出现的因子，在高维空间中，它们是相互垂直的坐标轴。特殊因子实际上就是实测变量与估计值之间的残差值。如果特殊因子为零，则成为主成分分析。

#### (1) 相关系数矩阵

本文通过SPSS 20统计软件对2000-2020年果蔬各营养素摄入量数据进行标准数据处理后，得到原有变量的相关系数矩阵。从而可以看出，大部分的相关系数都较高(如果相关系数矩阵中的大部分相关数值均小于0.3，不适合因子分析)，各变量呈现较强的线性相关，能够从中提取公共因子，适合进行因子分析。同时，也为下一步分析打下基础。

#### (2) 总方差分析

本文提取因子的方法为主成份，通过SPSS 20统计软件，将多个线性相关的变量组合成独立的、少数的几个能反映总体信息的综合因子，进行进一步分析。表25是总方差分析表，是因子分析的初始解，显示了所有变量的共同度。

表16 总方差分析表

成份	初始特征值			提取平方和载入			旋转平方和载入		
	合计	方差%	累积%	合计	方差%	累积%	合计	方差%	累积%
1	9.244	84.04	84.04	9.244	84.04	84.04	8.662	78.741	78.741
2	1.756	15.96	100	1.756	15.96	100	2.338	21.259	100
3	5.78E-16	5.25E-15	100						
4	3.37E-16	3.06E-15	100						
5	1.23E-16	1.12E-15	100						
6	1.00E-17	9.12E-17	100						
7	-7.43E-17	-6.75E-16	100						
8	-1.24E-16	-1.13E-15	100						
9	-1.84E-16	-1.68E-15	100						
10	-4.46E-16	-4.06E-15	100						
11	-8.91E-16	-8.10E-15	100						

上表说明，对原有11个变量采用主成份分析方法提取所有特征根，那么原有变量的所有放出都可以被解释，第二列是在制定提取条件提取特征根时的共同度。可以看出，所有变量的绝大部分信息可被因子解释，变量信息丢失较少。因此，本次因子提取的总体效果比较理想。

此外，因子旋转后，累计方差比没有改变，也就是没有影响原有变量的共同度，但却重新分配了各个因子解释变量的方差，改变了各因子的方差贡献，使因子更容易解释。其中，第一个主因子旋转前提前的信息为84.040%，旋转后提取的信息为78.741%；第二个主因子旋转前提前的信息为15.960%，旋转后提取的信息为21.259%。最后，共提取了包含100%信息的前2个综合因子F1、F2。

(4) 旋转后的公共因子负载表

表17 旋转因子载荷负载表

	成份	
	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>
W8	0.994	0.113
W7	0.990	0.139
W6	0.989	0.145
W11	0.984	0.178
W9	0.983	0.183
W4	0.979	0.205
W10	0.975	0.222
W1	0.965	0.262
W3	0.934	0.357
W2	0.116	0.993
W5	0.264	0.965

根据旋转因子载荷负载表中显示各因子得分情况，可将11个因子分为2类。

因子F<sub>1</sub>支配的指标包括：膳食纤维、维生素B1、维生素B2、维生素E、钙、钠、铁、锌、硒，这些指标包括了全部膳食纤维、全部矿物质和部分维生素的二级指标，其方差贡献率为78.74%。

因子F<sub>2</sub>支配的指标包括：维生素A、维生素C，这些指标包括了两个维生素的二级指标，其方差贡献率为21.26%。

(5) 居民人体营养健康状况各因子得分及排名

根据因子得分系数矩阵，可以写出这两个主因子得分的计算公式，形式如下：

$$\begin{cases} F_1 = 0.105W1 + 0.084W3 + 0.117W4 + 0.128W6 + 0.129W7 \\ \quad + 0.134W8 + 0.121W9 + 0.113W10 + 0.122W11 \\ F_2 = 0.516W2 + 0.491W5 \end{cases} \quad (5.2.5)$$

另外，用每个因子的公差贡献率作为相应因子的权数可以计算出居民人体营养健康状况综合得分，公式如下：

$$F = 0.7874F_1 + 0.2126F_2 \quad (5.2.6)$$

可以得到2014-2020年的居民人体营养健康状况各因子得分、综合得分及排名如下表所示。

表18 2014-2020年的居民人体营养健康状况因子得分及排名

年份	因子 F <sub>1</sub>	排名	因子 F <sub>2</sub>	排名	综合得分 F	排名
2014	-0.82550	7	0.12900	1	-0.62258	7
2015	-0.75889	1	0.11702	7	-0.57268	1
2016	-0.79398	6	0.12179	3	-0.59929	6
2017	-0.79281	5	0.12255	2	-0.59821	5
2018	-0.78189	2	0.12045	6	-0.59007	2
2019	-0.78955	4	0.12161	4	-0.59585	4
2020	-0.7881	3	0.12151	5	-0.59473	3

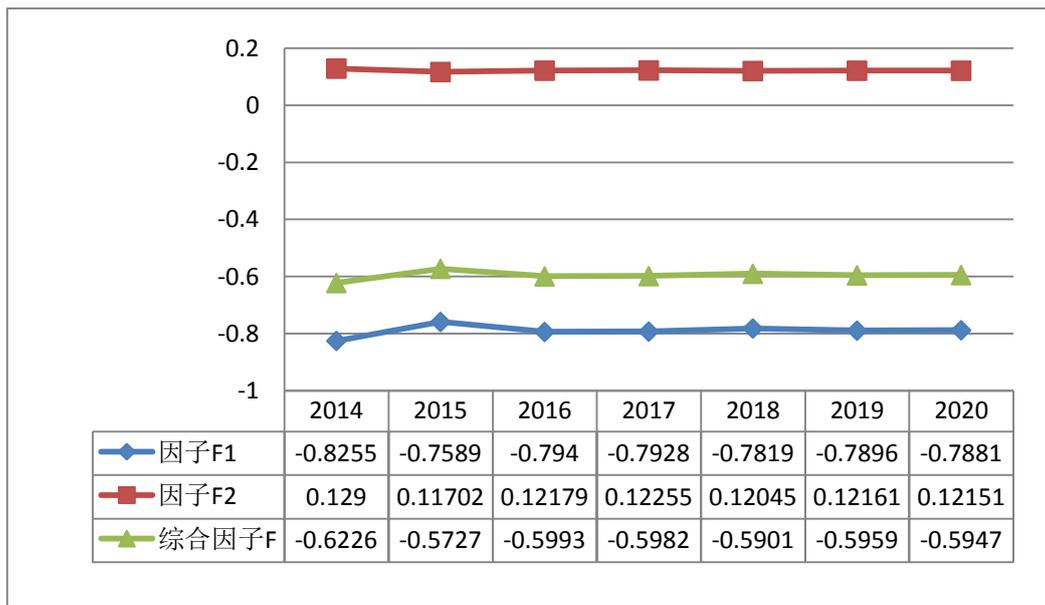


图12 2014-2020年的居民人体营养健康状况预测因子趋势图

由上表和图可以看出，2014-2020年我国居民人体营养健康状况因子的综合得分结果略有上升，但波动不大。综合得分排名前三依次为2015年、2018年和2020年，且2015-2020年六年的综合得分均比2014年高，说明我国居民人体营养状况总体来说略有好转。

其中，作为包括了全部膳食纤维、全部矿物质和部分维生素的二级指标的因子 $F_1$ ，其方差贡献率为78.74%，得分排名前三依次为2015年、2018年和2020年，同样2015-2020年六年的综合得分均比2014年高，说明到2020年我国居民从果蔬中摄取膳食纤维、矿物质及部分维生素的年摄入水平略有好转，但波动不大。另外，作为包含维生素A和维生素C的因子 $F_2$ ，其方差贡献率为21.26%，其中得分排名第一的为2014年，说明从2014年开始，到2020年我国居民从果蔬中摄取维生素A和维生素C的年摄入水平有所下降。

### 5.3 问题三的解答

#### 5.3.1 问题三的分析

不同的蔬菜和水果之间虽然营养素含量各不相同，但是营养素的种类大致相近，存在着食用功能的相似性。所以，水果与水果之间、蔬菜与蔬菜之间、水果与蔬菜之间从营养学角度在一定程度上可以相互替代、相互补充。所以本文选取了主要的水果和蔬菜进行研究，在算出主要蔬菜的基础上根据营养学角度的替代功能可以得出人体对于蔬菜和水果的合理饮食。

基于前文选取的10种水果和10种蔬菜，通过中国统计年鉴中得到了7种水果和10种蔬菜的2013年每个月的价格进行研究。本题要求从提供的主要水果和蔬菜产品中按照季节区别和合理的人均消费量选取果蔬，使得人们以较低的购买成本满足自身的营养需要。首先，观察10种蔬菜和7种水果的2013年的月度数据，发现10种蔬菜随季节变动价格变化相对平稳，而7种水果中，5种水果相对于季节变动价格变化平稳，西瓜和葡萄的数据在8-10月份与其它月份价格差别较大。所以，在分析时，将8-10月作

为夏季的数据作为一个整体进行分析,将剩余的月份作为一个整体作为其它季节进行分析。所以,在建立优化模型时,需要分别建立数学模型。使用 Lingo 软件建立优化模型,对蔬菜全年价格,水果夏季价格和其它季节价格分别进行合理的线性规划。

### 5.3.2 模型的建立与求解

#### 1.线性规划模型

线性规划是运筹学中研究较早、发展较快、应用广泛、方法较成熟的一个重要分支,它是辅助人们进行科学管理的一种数学方法。

从实际问题中建立数学模型一般有以下三个步骤:根据影响所达到目的的因素找到决策变量;由决策变量和所在达到目的之间的函数关系确定目标函数;由决策变量所受的限制条件确定决策变量多要满足的约束条件。

一般函数表达式为:

$$\text{目标函数: } \min(\max) \sum a_i m_i \quad (5.3.1)$$

$$\text{约束条件: } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n b_{ij} m_i \leq n \quad (5.3.2)$$

所建立的数学模型具有以下的特点:每个模型都有若干个决策变量 ( $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ),其中  $n$  为决策变量个数。决策变量的一组值表示一种方案,同时决策变量一般是非负的;目标函数时决策变量的线性函数,根据具体问题可以是最大化或是最小化,二者统称为最优化;约束条件也是决策变量的线性函数。

当得到的数学模型的目标函数为线性函数,约束条件为线性等式或不等式时称此数学模型为线性规划模型。

水果中选取了前面分析水果中常见的 7 种水果:香蕉、苹果、橘子、梨、葡萄、菠萝和西瓜。蔬菜选取了 10 种:萝卜、胡萝卜、土豆、蒜苗、茄子、黄瓜、大白菜、芹菜、菠菜和西红柿。

(1) 对于水果进行分季节讨论。

首先,我们选取了 7 种水果,基于 2013 年 8-10 月份各种水果的平均价格,对其建立优化模型,程序见附件,其中  $xe(1)$ - $xe(7)$ 分别表示香蕉、苹果、橘子、梨、葡萄、菠萝和西瓜的食用量。分析结果见下表:

表 19 2013 年 8-10 月水果线性规划结果表

Variable	Value	Reduced Cost
$xe(1)$	0	2.873
$xe(2)$	0	4.153
$xe(3)$	0.031	0
$xe(4)$	0.039	0
$xe(5)$	0	7.887
$xe(6)$	0	1.150
$xe(7)$	0.623	0

此时的 8-10 月份最低人均水果的日消费价格为 2.835 元。

接着我们再对其进行灵敏度分析,及在最优基保持不变的情况下我们研究系数的变化范围,我们可以看出:

$c_1=1.57$ , 则  $c_1$  在  $(1.282, +\infty)$  内原最优解不变,但最优值发生变化;

$c_2=2.35$ , 则  $c_2$  在  $(2.062, 2.451)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_3=2.51$ , 则  $c_3$  在  $(1.495, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_4=4.78$ , 则  $c_1$  在  $(3.845, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_5=3.67$ , 则  $c_1$  在  $(2.777, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_6=4.03$ , 则  $c_1$  在  $(1.068, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_7=1.61$ , 则  $c_1$  在  $(1.282, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_8=3.12$ , 则  $c_1$  在  $(2.991, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_9=4.07$ , 则  $c_1$  在  $(3.632, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_{10}=3.62$ , 则  $c_1$  在  $(1.068, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化。

从表和灵敏度分析中可以看出: 最优的结果是每天花费 2.835 元吃 0.031 千克的橘子、0.039 千克的梨和 0.623 千克的西瓜, 便可以满足人体 8-10 月份所需要的水果所包含的维生素、矿物质和膳食纤维的含量。如果不需要满足最低购买成本这个要求, 我们可以对照 Reduced Cost 来观察结果, 对于  $xe(1)$  来说, 在我们满足需求的前提下, 如果增加 1 千克的香蕉的消费量, 我们需要多付出 2.835 元的价格。所以给定我们每天可以消费在水果上的价钱范围, 我们可以根据上述表格进行合理的选择水果量。

接着, 我们考虑 2013 年 1-7 月及 11-12 月。在其他月份中, 上述的 7 种水果中有两种夏季的令水果: 葡萄和西瓜。因为在其他月份, 我们对于西瓜和葡萄的消费量较低, 所以我们在研究其他月份的水果时, 暂时不考虑西瓜和葡萄。所以我们选取了 5 种常见水果, 基于 2013 年除了 8、9 和 10 月份以外的价格数据, 建立线性规划模型, 程序见附件。其中  $xe(1)$ - $xe(5)$  分别表示香蕉、苹果、橘子、梨和菠萝。分析结果见下表:

表 20 2013 年 1-7 月及 11-12 月水果线性规划表

Variable	Value	Reduced Cost
$xe(1)$	0	3.361
$xe(2)$	0	4.068
$xe(3)$	1.154	0
$xe(4)$	0	1.488
$xe(5)$	0	2.013

此时的其他月份最低人均水果的日消费价格为 4.419 元。

接着我们再对其进行灵敏度分析, 及在最优基保持不变的情况下我们研究系数的变化范围, 我们可以看出:

$c_1=4.57$ , 则  $c_1$  在  $(1.697, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_2=6.83$ , 则  $c_2$  在  $(2.677, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_3=3.82$ , 则  $c_3$  在  $(2.522, 5.378)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_4=3.71$ , 则  $c_1$  在  $(6.111, 7.085)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_5=9.14$ , 则  $c_1$  在  $(1.253, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_6=4.52$ , 则  $c_1$  在  $(3.370, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化;  
 $c_7=4.13$ , 则  $c_1$  在  $(1.348, 6.525)$  内原最优解不变, 但最优值发生变化。

从表和灵敏度分析中可以看出: 最优的结果是每天花费 4.419 元吃 1.154 千克的橘子, 便可以满足人体 8-10 月份所需要的水果所包含的维生素、矿物质和膳食纤维的含量。虽然这里可能每天消耗的水果量可能比较大, 但是也是在比较合理的范围内满足营养含量的最低购买成本。如果不需要满足最低购买成本这个要求, 可以对照 Reduced Cost 来观察结果, 对于  $xe(1)$  来说, 在满足需求的前提下, 如果增加 1 千克的香蕉的消

费量，需要多付出 3.361 元的价格。所以，给定每天可以消费在水果上的价钱范围，可以根据上述表格进行合理的选择水果量。

## (2) 建立蔬菜的线性规划模型

使用 Lingo 软件，按照价格最低作为目标函数，维生素、矿物质和膳食纤维的每日需求量作为约束条件建立优化模型，具体程序见附录。表中的 ze(1)-ze(10)分别对应萝卜、胡萝卜、土豆、蒜苗、茄子、黄瓜、大白菜、芹菜、菠菜和西红柿的食用量。结果如下表所示：

表 21 蔬菜的线性规划结果表

Variable	Value	Reduced Cost
ze (1)	0	0.288
ze (2)	0.791	0
ze (3)	0	1.015
ze (4)	0	0.935
ze (5)	0	0.892
ze (6)	0	2.962
ze (7)	0.1	0
ze (8)	0	0.129
ze (9)	0	0.438
ze (10)	0	2.552

此时的最低人均蔬菜的日消费价格为 2.019 元。

接着我们再对其进行灵敏度分析，及在最优基保持不变的情况下我们研究系数的变化范围，我们可以看出：

c1=4.54，则 c1 在 (1.178, +∞) 内原最优解不变，但最优值发生变化；

c2=6.72，则 c2 在 (2.652, +∞) 内原最优解不变，但最优值发生变化；

c3=3.83，则 c3 在 (6.593, 0) 内原最优解不变，但最优值发生变化；

c4=3.55，则 c1 在 (2.062, +∞) 内原最优解不变，但最优值发生变化；

c5=4.37，则 c1 在 (2.357, +∞) 内原最优解不变，但最优值发生变化。

从表和灵敏度分析中可以看出：最优的结果是每天花费 2.019 元吃 0.791 千克的胡萝卜和 0.1 千克的白菜，便可以满足人体每天需要的蔬菜所包含的维生素、矿物质和膳食纤维的含量。

这种结果可能比较单一，但是要求是在满足营养需求的基础上选取最低的购买成本。如果不需要满足最低购买成本这个要求，可以对照 Reduced Cost 来观察结果，对于 ze (1) 来说，在满足需求的前提下，如果增加 1 千克的萝卜的消费量，需要多付出 0.288 元的价格。所以，给定每天可消费在蔬菜上的价钱范围，可以根据上述表格进行合理的选择蔬菜量。

## 5.4 问题四的解答

### 5.4.1 问题四的分析

为实现人体营养均衡满足健康需要，国家可能需要对水果和蔬菜各品种的生产规模做出战略性调整。这里需要考虑的因素很多：第一是居民人体的营养均衡；其次是尽量使得购买成本最低，同时使得种植者收入最高；最后还要满足国家的政策以及进出口。这几种因素之间的关系如下图所示：

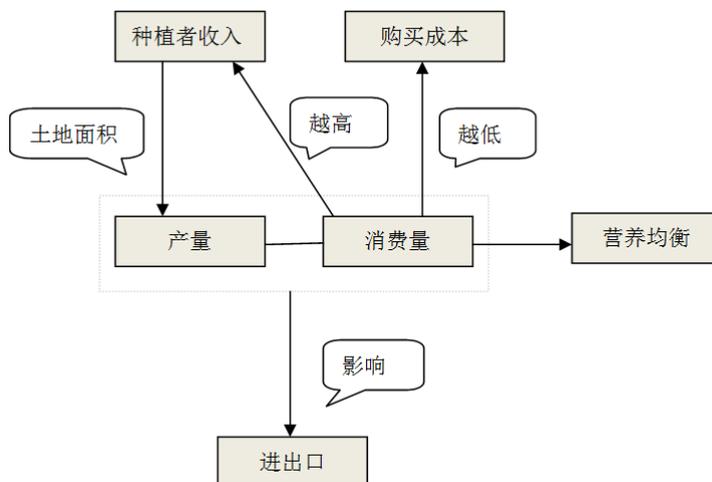


图 13 影响果蔬人均消费量的各因素关系图

本文采用多目标的线性规划问题来解决中国居民主要水果和蔬菜产品按年度合理人均消费量的问题，主要研究 7 种水果和 10 种蔬菜，基本数据取 2011 年的为主。

首先，需要考虑居民从果蔬中摄取的营养素满足人体的营养均衡，并将其作为约束条件来建立优化模型。

其次，考虑居民购买成本最低，同时使得种植者收入最高，将这两个因素作为目标函数。其中，居民购买成本（RC）为价格与消费量的乘积：

$$RC = \sum_{i=1} p_i x e_i \quad (5.4.1)$$

种植者收入（PC）为卖出果蔬的总价钱与利润率的乘积，这里一般取水果的利润率为 0.2，蔬菜的利润率为 0.5：

$$PC = 0.2 \sum_{i=1} p_i x e_i + 0.5 \sum_{j=1} p_j z e_j \quad (5.4.2)$$

最后，还要考虑国家的政策以及进出口贸易额，其中国家政策简化为土地面积的约束，根据每公顷土地果蔬的产量与土地面积的乘积等于果蔬的产量可以得到以下的约束条件：

$$\sum_{i=1} \frac{x_i}{x p_i} + \sum_{j=1} \frac{z_j}{z p_j} \leq S \quad (5.4.3)$$

此外，对于进出口因素的影响，其进口数量和出口数量与产量、消费量的具体关系如下：

$$\text{产量} \approx \text{消费量} + \text{进口数量} - \text{出口数量} \quad (5.4.4)$$

由于此处消费量只是常见果蔬的消费量，所以产量和进出口数量都必须乘以一定的比例来计算。根据中国统计年鉴中的数据计算得到，2011 年所研究的 10 种蔬菜占总蔬菜量的 66.7%，7 种水果占总水果量的 75%。

## 5.4.2 模型的建立与求解

### 1.多目标规划模型

多目标决策由于考虑的目标多,有些目标之间又彼此有矛盾,这就使多目标问题成为一个复杂而困难的问题。但由于客观实际的需要,多目标决策问题越来越受到重视,因而出现了许多解决此决策问题的方法。一般来说,其基本途径是,把求解多目标问题转化为求解单目标问题。其主要步骤是,先转化为单目标问题,然后利用单目标模型的方法,求出单目标模型的最优解,以此作为多目标问题的解。而本题就是采用这种方法来求解。

多目标规划问题的结构模型一般如下所示:

$$\begin{aligned} \text{opt } F(\mathbf{M}) &= (f_1(\mathbf{M}), f_2(\mathbf{M}), \dots, f_p(\mathbf{M}))^T \\ \text{s.t. } g_i(\mathbf{M}) &\geq 0 \\ h_j(\mathbf{M}) &= 0 \end{aligned} \quad (5.4.5)$$

如对于求极大(max)型,其各种解定义如下:

绝对最优解:若对于任意的 $\mathbf{M}$ ,都有 $F(\mathbf{M}^*) \geq F(\mathbf{M})$

有效解:若不存在 $\mathbf{M}$ ,使得 $F(\mathbf{M}^*) \leq F(\mathbf{M})$

弱有效解:若不存在 $\mathbf{M}$ ,使得 $F(\mathbf{M}^*) < F(\mathbf{M})$ 。

基于多目标规划我们设置两个目标函数,一个是居民购买成本最小化,一个是种植者收入最大化。即:

$$\text{Min } RC = \sum_{i=1}^n p_i \cdot x e_i \quad (5.4.6)$$

$$\text{Max } PC = r^* \sum_{i=1}^n p_i x e_i \quad (5.4.7)$$

此时为了将其转化为单目标问题,将目标函数变为:

$$\text{Min } RC - PC \quad (5.4.8)$$

约束条件有:营养条件约束,土地约束,进出口约束。

### 2.水果的多目标规划模型

本题选取了7种水果2013年的价格,运用Lingo11.0软件,建立多目标线性规划模型,程序见附件,其中xx(1)-xx(7)分别表示香蕉、苹果、橘子、梨、葡萄、菠萝和西瓜。分析结果见下表:

表 22 水果的多目标规划结果表

Variable	Value	Reduced Cost
xx(1)	0	2.621
xx(2)	0	2.566
xx(3)	0.031	0
xx(4)	0.039	0
xx(5)	0	5.439
xx(6)	0	1.552
xx(7)	0.623	0

此时的最目标函数最优值为 2.19 元。

接着再对其进行灵敏度分析，及在最优基保持不变的情况下我们研究系数的变化范围，可以看出：

- c1=3.712, 则 c1 在 (1.089, +∞) 内原最优解不变, 但最优值发生变化;
- c2=4.16, 则 c2 在 (1.594, +∞) 内原最优解不变, 但最优值发生变化;
- c3=2.128, 则 c3 在 (1.334, 4.23) 内原最优解不变, 但最优值发生变化;
- c4=2.472, 则 c1 在 (0.675, 7.025) 内原最优解不变, 但最优值发生变化;
- c5=6.152, 则 c1 在 (0.713, +∞) 内原最优解不变, 但最优值发生变化;
- c6=3.6, 则 c1 在 (2.048, +∞) 内原最优解不变, 但最优值发生变化;
- c7=2.112, 则 c1 在 (0.775, 0.647) 内原最优解不变, 但最优值发生变化。

从表和灵敏度分析中可以看出：从表中可以看出：最优的结果是每天吃 0.031 千克的橘子、0.039 千克的梨和 0.623 千克的西瓜，便可以满足人体需要的水果所包含的维生素、矿物质和膳食纤维的含量。如果不需要满足最低购买成本这个要求，可以对照 Reduced Cost 来观察结果，对于 xx(1)来说，在满足需求的前提下，如果增加 1 千克的香蕉的消费量，需要多付出 2.621 元的价格。所以给定每天可以消费在水果上的价钱范围，可以根据上述表格进行合理的选择水果量。

### 3.蔬菜的多目标规划模型

本题选取了 10 种蔬菜 2013 年的价格，运用 Lingo11.0 软件，建立多目标线性规划模型。表中的 zz(1)-zz(10)分别对应萝卜、胡萝卜、土豆、蒜苗、茄子、黄瓜、大白菜、芹菜、菠菜和西红柿。结果如下表所示：

表 23 蔬菜的多目标规划结果表

Variable	Value	Reduced Cost
x(1)	0	0.064
x(2)	0.086	0
x(3)	0	0.361
x(4)	0	0.685
x(5)	0	0.414
x(6)	0	0.904
x(7)	0.029	0
x(8)	0.585	0
x(9)	0	0.276
x(10)	0	0.984

此时的最目标函数最优值为 0.673 元。

接着再对其进行灵敏度分析，及在最优基保持不变的情况下研究系数的变化范围，可以看出：

- c1=0.52, 则 c1 在 (0.456, +∞) 内原最优解不变, 但最优值是要变的;
- c2=0.895, 则 c2 在 (0.821, 1.294) 内原最优解不变, 但最优值是要变的;
- c3=0.945, 则 c3 在 (0.584, +∞) 内原最优解不变, 但最优值是要变的;
- c4=2.08, 则 c1 在 (1.395, +∞) 内原最优解不变, 但最优值是要变的;
- c5=1.35, 则 c1 在 (0.396, +∞) 内原最优解不变, 但最优值是要变的;
- c6=1.28, 则 c1 在 (0.376, +∞) 内原最优解不变, 但最优值是要变的;
- c7=0.495, 则 c1 在 (0.433, 0.623) 内原最优解不变, 但最优值是要变的;

$c_8=0.995$ , 则  $c_1$  在  $(0.085, 1.132)$  内原最优解不变, 但最优值是要变的;

$c_9=1.57$ , 则  $c_1$  在  $(1.294, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值是要变的;

$c_{10}=1.38$ , 则  $c_1$  在  $(0.396, +\infty)$  内原最优解不变, 但最优值是要变的。

从表和灵敏度分析中可以看出: 最优的结果是每天吃 0.086 千克的胡萝卜、0.029 千克的大白菜和 0.585 千克的菠菜变可以便可以满足人体每天需要的蔬菜所包含的维生素、矿物质和膳食纤维的含量。这种结果可能比较单一, 但是要求是在满足营养需求的基础上选取最低的购买成本。如果不需要满足最低购买成本这个要求, 可以对照 Reduced Cost 来观察结果, 对于  $zz(1)$  来说, 在满足需求的前提下, 如果增加 1 千克的萝卜的消费量, 需要多付出 0.064 元的价格。所以给定每天可消费在蔬菜上的价钱范围, 可以根据上述表格进行合理的选择蔬菜量。

#### 4. 战略调整

从上述的分析可以看出: 在 2011 年, 人均每日消费 0.7 千克蔬菜, 0.693 千克的水果。将 2013 年的价格数据带入到本题中的程序中, 可以得到人均日消费 0.845 千克蔬菜和 0.685 千克的水果。通过 2011 年和 2013 年的数据可以看出, 人均日消费的水果缓慢减少, 而蔬菜的日均消费量相比较于水果而言属于比较快的增长。

所以, 到 2020 年, 应该增加蔬菜的摄入量, 而稍微减少水果的摄入量, 并且可以增加水果和蔬菜的摄入种类, 以保证我们的营养摄入更加合理。

### 5.5 问题五的解答

通过前面的分析可以看出, 年末总人口、人均收入水平、物价水平、蔬菜水果产量、种植面积等各类因素均对居民水果和蔬菜的消费量有所影响, 进而影响居民对各类矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的摄入。因此, 进一步的开发中国水果产品的消费需求, 就必须综合考虑以上几种因素对水果产品消费的影响。从本文的研究结论可以提出以下建议:

#### (1) 加强宣传力度, 调整现存膳食习惯

近年来人均蔬菜水果消费量所带来的营养素的摄入并没有达到建议的营养素摄入量, 可能是由于水果蔬菜的味道不如肉类、蛋类、奶类食品带给人们的食欲, 或者蔬菜水果季节性较强, 还有对蔬菜水果的营养价值没有正确的认识等原因造成。然而现存的这种以高蛋白、高脂肪为饮食主体的膳食习惯容易带来相关的慢性非传染性疾病如肥胖、糖尿病、心脑血管系统疾病等。政府、营养工作者需要进一步努力, 大力宣传蔬菜水果的营养价值, 制订科学的膳食模式和合理的营养结构, 使人们意识到这类食物对人体的好处, 促进人们更多的自觉自愿地消费蔬菜、水果, 增加营养素的摄入量, 使居民消费向营养保健型发展。

#### (2) 改善果蔬种植条件, 调整果蔬种植规模

将水果蔬菜种植进行基地化、规模化和耕作机械化建设, 大大减轻水果蔬菜生产劳动强度, 提高了劳动生产率。狠抓良种普及、保护地栽培、无公害生产等技术, 使果蔬产量、质量得到提高, 市场供应充足, 种类繁多。加强优质高档蔬菜的培育, 追求有机、绿色、无公害品种多样、营养丰富、保健卫生、食用方便较高层次的生产目标。

#### (3) 改善果蔬储藏、加工、运输条件, 改进果蔬交易市场

进一步完善果蔬交易市场体系，各地政府多渠道筹措资金，改建、扩建果蔬交易市场，形成功能齐全、辐射力强、网络本地、联通全国的果蔬营销市场。积极开辟“绿色通道”，支持、引导、发展民间中介组织和农民经纪人，形成以果蔬流通协会为龙头，销售信息服务中心为平台，中介组织为支撑，农民经纪人为网点的果蔬流通网络。

(4) 调整居民收入水平，完善社会保障体系，增强消费信心

收入与消费支出的关系大体上成正相关关系，即收入增加自然会带动消费支出的增加。特别是在当前我国大部分居民对于水果消费仍然处在一种享受性消费状态中，因此，只有大力提高居民可支配收入水平，水果消费才能从享受性消费变为常态消费，水果消费量才可以不断增加，消费市场才可以不断拓展。

(5) 积极采取措施，促进果蔬出口

果蔬的产出水平大大超过了国内消费能力。而且，随着近年来中国市场经济体制的不断完善与果蔬储运水平的提高，果蔬损耗率有下降的趋势。这样使得果蔬供给显得更加过剩。解决供给过剩最有效的方法就是加大果蔬出口力度，以缓解国内果蔬消费能力不足的局面。应当提高果蔬质量标准，打造国际品牌。防范技术性的非关税壁垒，增加科技投入，调整优化果蔬出口结构。

## 参考文献

- [1]杨月欣, 王光亚, 潘兴昌, 中国食物成分表 2002[M], 北京: 北京大学医学出版社, 2002
- [2]李哲敏, 中国城乡居民食物消费与营养发展的趋势预测分析, 农业技术经济[J], 第 6 期: 57-62, 2008
- [3]邬志薇, 董加毅, 童星, 蒋霞, 秦立强, 中国居民平衡膳食宝塔(2007)的评价, 现代预防医学[J], 第 38 卷第 23 期: 4835-4839, 2011
- [4]中国营养学会, 中国居民膳食指南(2007) [M], 拉萨: 西藏人民出版社, 2008
- [5]曹志宏, 陈志超, 郝晋珉, 中国城乡居民食物消费与营养发展的趋势预测分析, 长江流域资源与环境[J], 第 21 卷第 10 期: 1171-1178, 2012
- [6]张文彤, 董伟, SPSS 统计分析高级教程[M], 北京: 高等教育出版社, 2004
- [7]张峭, 杨霞, 中国水果消费现状分析及其预测, 农业展望[J], 第 8 期: 30-33, 2006
- [8]武拉平, 张瑞娟, 中国农村居民食品消费结构变化及趋势展望——基于 1950-2010 年统计数据的分析, 农业展望[J], 第 4 期: 53-58, 2011
- [9]崔朝辉, 周琴, 胡小琪等, 中国居民蔬菜、水果消费现状分析, 中国食物与营养[J], 第 5 期: 34-37, 2008
- [10]杨晓光, 孔灵芝, 翟风英等, 中国居民营养与健康状况调查的总体方案, 中华流行病学杂志[J], 第 26 卷第 7 期: 77-83, 2005
- [11]王伟新, 于春燕, 祁春节, 水果和蔬菜消费上可以相互替代吗? ——基于 VAR 模型的经济学检验, 华中农业大学学报[J], 第 113 期: 60-67, 2014
- [12]侯媛媛, 王礼力, 中国蔬菜家庭消费预测, 统计与决策[J], 第 323 期: 91-93, 2010
- [13]陶建平, 熊刚初, 徐晔, 我国水果消费水平与城市化的相关性分析, 中国农村经济[J], 第 6 期: 18-24, 2004
- [14]刘汉成, 中国水果供给结构性变化的实证研究, 农业现代化研究[J], 第 26 卷第 4 期: 35-42, 2005
- [15]Michels KB, Giovannucci E, Chan AT et al, Fruit and vegetable consumption and colorectal adenomas in the Nurses' Health Study, Cancer Res[J], 2006; 66 (7): 3942—3953

## 附 录

附表1 水果总产量及各类水果年产量数据 (单位: 万吨)

年份	水果总产量	香蕉	苹果	橘子	梨	葡萄
2003	14,517.41	590.33	2,110.18	1,345.37	979.84	517.59
2004	15,340.88	605.61	2,367.55	1,495.83	1,064.23	567.53
2005	16,120.09	651.81	2,401.11	1,591.91	1,132.35	579.44
2006	17,101.97	690.12	2,605.93	1,789.83	1,198.61	627.08
2007	18,136.29	779.67	2,785.99	2,058.27	1,289.50	669.68
2008	19,220.19	783.47	2,984.66	2,331.26	1,353.81	715.15
2009	20,395.51	883.39	3,168.08	2,521.10	1,426.30	794.06
2010	21,401.45	956.05	3,326.36	2,645.24	1,505.26	854.9
2011	22,768.18	1,040.00	3,598.48	2,944.04	1,579.48	906.75
年份	菠萝	大枣	柿子	西瓜	草莓	
2003	82.19	171.87	179.51	5,800.24	169.79	
2004	80.83	201.12	199.82	5,751.54	185.85	
2005	84.89	248.85	218.5	5,989.34	195.71	
2006	89.07	305.29	232.03	6,184.52	187.42	
2007	90.51	303.06	257.41	6,203.62	187.18	
2008	93.36	363.41	271.1	6,282.17	200.04	
2009	104.26	424.78	283.42	6,478.47	220.6	
2010	107.6	446.83	287.56	6,818.10	233	
2011	119.11	542.68	318.72	6,889.35	249.08	

附录2 蔬菜总产量及各类蔬菜年产量数据 (单位: 万吨)

年份	蔬菜总产量	萝卜	胡萝卜	土豆	大蒜	茄子
2003	54032.3	3880.9	1312.4	1361.89	1555.6	2119.2
2004	55064.7	3832.8	1329.9	1444.4	1566.6	2175.5
2005	56451.49	3935.2	1331.4	1417.39	1925	2263.4
2006	58325.54	4003	1443	1289.73	1832	2247
2007	56452.04*	3983.4*	1459.9*	1295.81*	1882.9*	2309.6*
2008	59240.3	3955	1476.7	1415.58	1933.7	2372.2
2009	61823.8	4079.9	1505.7	1464.6	2075.4	2588.5
2010	65099.4	4055	1585.6	1630.67	2067.8	2707.2
2011	67929.7	4127.1	1640.6	1765.81	2094.2	2650.7
年份	黄瓜	大白菜	芹菜	菠菜	西红柿	
2003	3551.3	10197.4	1795.5	1573.9	2884.3	
2004	3655.3	10346.3	1918.7	1567.4	3014.4	
2005	3817.1	10308.3	1951.3	1617.9	3161.8	
2006	4040	10506	2068	1627	3251.9	
2007	4129.7*	10525.8*	2022*	1644.9*	3609.7*	
2008	4219.4	10545.5	1976	1662.8	3982.8	

2009	4420.4	10587.3	2081.4	1753.8	4526.6	
2010	4687.3	10398.2	2214.5	1854	4789.9	
2011	4919.3	10843.1	2458.2	1900.5	4920	

(注：其中\*表明利用三次样条插值方法补充的缺失值)

附表3 我国居民人均水果消费量及其影响因素表

年份	年末总人口(万人) $V_1$	果类居民消费价格指数(上年=100) $V_2$	人均国内生产总值(元) $V_3$	居民消费水平(元) $V_4$	水果面积(千公顷) $V_5$	水果产量(万吨) $V_6$	国民总收入(亿万) $V_7$
1996	122,389	104.5	5,845.89	2,789	9,756.00	8,120.81	70,142.49
1997	123,626	94.4	6,420.18	3,002	9,951.20	8,982.12	78,060.85
1998	124,761	96.2	6,796.03	3,159	10,142.11	10,565.44	83,024.28
1999	125,786	97.8	7,158.50	3,346	10,431.39	11,700.85	88,479.15
2000	126,743	96.6	7,857.68	3,632	10,975.29	6,225.15	98,000.45
2001	127,627	99.9	8,621.71	3,887	11,310.25	13,501.62	108,068.22
2002	128,453	103.1	9,398.05	4,144	11,452.75	14,374.58	119,095.69
2003	129,227	103	10,541.97	4,475	11,790.49	14,517.41	134,976.97
2004	129,988	104	12,335.58	5,032	11,914.94	15,340.88	159,453.60
2005	130,756	102.2	14,185.36	5,596	12,242.52	16,120.09	183,617.37
2006	131,448	117.9	16,499.70	6,299	12,368.51	17,101.97	215,904.41
2007	132,129	102.2	20,169.46	7,310	12,722.63	18,136.29	266,422.00
2008	132,802	110.8	23,707.71	8,430	12,990.81	19,220.19	316,030.34
2009	133,450	107.1	25,607.53	9,283	13,472.67	20,395.51	340,319.95
2010	134,091	114.6	30,015.05	10,522	13,933.51	21,401.45	399,759.54
2011	134,735	115.9	35,197.79	12,570	14,219.80	22,768.18	468,562.38

附表4 居民人均水果年消费量主成分 $F_1$ 得分表

年份	主成分 $F_1$
1996	-1.3914
1997	-1.38072
1998	-1.17018
1999	-0.97942
2000	-1.072
2001	-0.57194
2002	-0.38051
2003	-0.22956
2004	-0.03399
2005	0.119776
2006	0.541565
2007	0.52438
2008	0.862793

2009	0.96381
2010	1.282082
2011	1.506959

附表 5 我国居民各类水果的人均消费量 (单位: 千克)

年份	香蕉	苹果	橘子	梨	葡萄
2003	1.079296411	5.611997313	4.094332521	2.242857412	0.930551775
2004	1.052708072	5.504115826	3.903232664	2.26787445	0.930868316
2005	1.053285002	5.676498518	4.028241551	2.326936027	0.936251066
2006	0.935449109	5.355297813	3.730100367	2.211748046	0.844385023
2007	1.037365631	5.570466317	3.669909772	2.347591445	0.881117739
2008	0.966516769	5.484518338	3.359143631	2.296903854	0.868466986
2009	0.885400402	4.90141776	2.897805404	2.10464824	0.778346098
2010	0.846199477	4.971298512	2.800876534	2.034676421	0.78417704
2011	0.880462063	4.729620167	2.688992212	1.999636699	0.763391386
年份	菠萝	大枣	柿子	西瓜	草莓
2003	0.176375901	0.812139415	0.40655734	8.879555777	0.252414837
2004	0.169053141	0.709494526	0.389189324	9.32387218	0.250525476
2005	0.177375964	0.730359799	0.415364151	9.593376094	0.256842896
2006	0.159053146	0.62571137	0.397861951	9.315648137	0.233229386
2007	0.171830884	0.581472297	0.420970383	10.25113178	0.243191898
2008	0.177991744	0.616561975	0.399423871	10.75712897	0.256312237
2009	0.164535212	0.487456336	0.364817139	10.10423087	0.259597402
2010	0.161152082	0.40524191	0.343181419	9.980894308	0.253577613
2011	0.174911515	0.369653863	0.329086099	10.74403354	0.247284292

附表 6 我国居民人均蔬菜消费量及其影响因素表

年份	年末总人口(万人) $V_1$	蔬菜居民消费价格指数(上年=100) $V_8$	人均国内生产总值(元) $V_3$	居民消费水平(元) $V_4$	蔬菜面积(千公顷) $V_9$	蔬菜产量(万吨) $V_{10}$	国民总收入(亿万) $V_7$
1996	122,389	119.1	5,845.89	2,789	10,490.70	30,123.09	70,142.49
1997	123,626	100	6,420.18	3,002	11,288.10	35,962.39	78,060.85
1998	124,761	99.6	6,796.03	3,159	12,292.76	38,491.93	83,024.28
1999	125,786	101	7,158.50	3,346	13,346.85	40,513.52	88,479.15
2000	126,743	104.7	7,857.68	3,632	15,237.27	44,467.94	98,000.45
2001	127,627	100.9	8,621.71	3,887	16,402.45	48,422.36	108,068.22
2002	128,453	98.2	9,398.05	4,144	17,352.93	52,860.56	119,095.69
2003	129,227	117.7	10,541.97	4,475	17,953.72	54,032.32	134,976.97
2004	129,988	95.1	12,335.58	5,032	17,560.42	55,064.66	159,453.60

2005	130,756	109.1	14,185.36	5,596	17,720.71	56,451.49	183,617.37
2006	131,448	108.2	16,499.70	6,299	16,639.14	53,953.05	215,904.41
2007	132,129	107.9	20,169.46	7,310	17,328.62	56,452.04	266,422.00
2008	132,802	111	23,707.71	8,430	17,875.94	59,240.35	316,030.34
2009	133,450	113.6	25,607.53	9,283	18,389.83	61,823.81	340,319.95
2010	134,091	118.5	30,015.05	10,522	18,999.89	65,099.41	399,759.54
2011	134,735	101.1	35,197.79	12,570	19,639.16	67,929.67	468,562.38

附表7 居民人均蔬菜年消费量主成分F<sub>2</sub>得分表

年份	主成分F <sub>2</sub>
1996	-1.381068529
1997	-1.329135032
1998	-1.171088971
1999	-1.005624265
2000	-0.733854715
2001	-0.568203125
2002	-0.398889779
2003	-0.096950724
2004	-0.176177828
2005	0.090622864
2006	0.126017247
2007	0.396221018
2008	0.693435716
2009	0.911067533
2010	1.264276957
2011	1.4872091

附表8 我国居民各类蔬菜的人均消费量

(单位: 千克)

年份	萝卜	胡萝卜	土豆	大蒜	茄子
2003	7.202822	2.435775	2.539493	2.724278	3.786879
2004	7.067834	2.452392	2.676039	2.72591	3.8625
2005	6.839779	2.314113	2.475138	3.157106	3.787702
2006	7.203385	2.596678	2.331764	3.110712	3.89308
2007	6.818876	2.499095	2.228615	3.04137	3.806579
2008	6.644911	2.481051	2.389527	3.065596	3.837366
2009	6.473628	2.389117	2.334813	3.1073	3.954446
2010	5.859616	2.291251	2.367441	2.819487	3.766499
2011	5.587358	2.221084	2.401819	2.675241	3.455106
年份	黄瓜	大白菜	芹菜	菠菜	西红柿
2003	6.690318	14.34205	2.853716	2.211862	4.839499
2004	6.841989	14.45795	3.029928	2.188572	5.025287
2005	6.734385	13.57731	2.904386	2.129304	4.968204

2006	7.379409	14.32649	3.186813	2.216917	5.290272
2007	7.175737	13.65417	2.964115	2.132107	5.586242
2008	7.195857	13.42645	2.843051	2.115404	6.04952
2009	7.119491	12.73019	2.828191	2.107119	6.493219
2010	6.875277	11.38644	2.740369	2.028611	6.257408
2011	6.760114	11.12414	2.849927	1.94823	6.021662

程序 1

问题三蔬菜:

sets:

t/1..10/:x,p;

q/1..11/;

w(t,q):a;

endsets

data:

p=

1.57

2.35

2.51

4.78

3.67

4.03

1.61

3.12

4.07

3.62

;

a=

30 0.3 0.6 180 10 560 600 3 1.3 6 6

6880 0.4 0.3 130 4.1 320 714 10 2.3 6.3 11

50 0.8 0.4 270 3.4 80 27 8 3.7 7.8 7

470 1.1 0.8 350 8.1 290 51 14 4.6 12.4 18

80 0.2 0.4 50 10.13 240 54 5 2.3 4.8 13

150 0.2 0.3 90 4.6 240 49 5 1.8 3.8 5

420 0.6 0.7 470 9.2 690 893 5 2.1 3.3 6

100 0.1 0.8 120 22.1 480 738 8 4.6 5 14

4870 0.4 1.1 320 17.4 660 852 29 8.5 9.7 17

920 0.3 0.3 190 5.7 100 50 4 1.3 1.5 5

;

```

enddata
min=@sum(t:p*x);
@sum(t(i):a(i,1)*x)>=659;
@sum(t(i):a(i,2)*x)>=0.11;
@sum(t(i):a(i,3)*x)>=0.16;
@sum(t(i):a(i,4)*x)>=57.7;
@sum(t(i):a(i,5)*x)>=1.3;
@sum(t(i):a(i,6)*x)>=148.1;
@sum(t(i):a(i,7)*x)>=177;
@sum(t(i):a(i,8)*x)>=2.32;
@sum(t(i):a(i,9)*x)>=0.81;
@sum(t(i):a(i,10)*x)>=1.2;
@sum(t(i):a(i,11)*x)>=9.3;

```

## 程序 2

问题三水果:

sets:

t/1..7/:x,p;

q/1..11/;

w(t,q):a;

endsets

data:

p=

4.57

6.83

3.82

3.71

9.14

4.52

4.13

;

a=

560 0.2 0.4 30 5 320 4 4 1.7 8.7 12

1000 0.1 0.3 80 14.6 110 9 1 0.1 10 12

2770 0.5 0.4 330 4.5 350 13 2 10 4.5 4

1000 0.3 0.3 40 14.6 30 7 7 1 9.8 31

50 0.5 0.3 40 3.4 110 5 2 0.2 5 4

330 0.8 0.2 240 2.3 180 8 5 1.4 2.4 13

1800 0.3 0.4 100 1 130 23 2 0.5 0.8 3

;

enddata

min=@sum(t:p\*x);

```

@sum(t(i):a(i,1)*x)>=92;
@sum(t(i):a(i,2)*x)>=0.05;
@sum(t(i):a(i,3)*x)>=0.05;
@sum(t(i):a(i,4)*x)>=74;
@sum(t(i):a(i,5)*x)>=0.2;
@sum(t(i):a(i,6)*x)>=20.6;
@sum(t(i):a(i,7)*x)>=15;
@sum(t(i):a(i,8)*x)>=0.54;
@sum(t(i):a(i,9)*x)>=0.24;
@sum(t(i):a(i,10)*x)>=0.25;
@sum(t(i):a(i,11)*x)>=3.2;

```

程序 3

第四问

蔬菜:

sets:

t/1..10/:x,p,b,c;

q/1..11/;

w(t,q):a;

endsets

data:

a=

```

30 0.3 0.6 180 10 560 600 3 1.3 6 6
6880 0.4 0.3 130 4.1 320 714 10 2.3 6.3 11
50 0.8 0.4 270 3.4 80 27 8 3.7 7.8 7
470 1.1 0.8 350 8.1 290 51 14 4.6 12.4 18
80 0.2 0.4 50 10.13 240 54 5 2.3 4.8 13
150 0.2 0.3 90 4.6 240 49 5 1.8 3.8 5
420 0.6 0.7 470 9.2 690 893 5 2.1 3.3 6
100 0.1 0.8 120 22.1 480 738 8 4.6 5 14
4870 0.4 1.1 320 17.4 660 852 29 8.5 9.7 17
920 0.3 0.3 190 5.7 100 50 4 1.3 1.5 5

```

;

p=

1.04

1.79

1.89

4.16

2.7

2.56

0.99

1.99

3.14

2.76

```

;
b=
34249
36456
3132.85
23379
36008
44230
42390
38333
28167
51523
;
enddata
min=@sum(t:0.5*p*x);
@sum(t(i):a(i,1)*x)>=659;
@sum(t(i):a(i,2)*x)>=0.11;
@sum(t(i):a(i,3)*x)>=0.16;
@sum(t(i):a(i,4)*x)>=57.7;
@sum(t(i):a(i,5)*x)>=1.3;
@sum(t(i):a(i,6)*x)>=148.1;
@sum(t(i):a(i,7)*x)>=177;
@sum(t(i):a(i,8)*x)>=2.32;
@sum(t(i):a(i,9)*x)>=0.81;
@sum(t(i):a(i,10)*x)>=1.2;
@sum(t(i):a(i,11)*x)>=9.3;
@sum(t:x)<=18.73;
@sum(t:x/b)<=0.1964/365;

```

程序 4

第四问:

水果:

sets:

t/1..7/:x,p,b;

q/1..11/;

w(t,q):a;

endsets

data:

a=

560	0.2	0.4	30	5	320	4	4	1.7	8.7	12
1000	0.1	0.3	80	14.6	110	9	1	0.1	10	12
2770	0.5	0.4	330	4.5	350	13	2	10	4.5	4
1000	0.3	0.3	40	14.6	30	7	7	1	9.8	31
50	0.5	0.3	40	3.4	110	5	2	0.2	5	4

```

330 0.8 0.2 240 2.3 180 8 5 1.4 2.4 13
1800 0.3 0.4 100 1 130 23 2 0.5 0.8 3
;
p=
4.64
5.2
2.66
3.09
7.69
4.5
2.64
;
b=
26942.90674
16527.27323
12865.6011
14550.71488
15190.92645
23874.8792
38206.93
;
enddata
min=@sum(t:0.5*p*x);
@sum(t(i):a(i,1)*x)>=92;
@sum(t(i):a(i,2)*x)>=0.05;
@sum(t(i):a(i,3)*x)>=0.05;
@sum(t(i):a(i,4)*x)>=74;
@sum(t(i):a(i,5)*x)>=0.2;
@sum(t(i):a(i,6)*x)>=20.6;
@sum(t(i):a(i,7)*x)>=15;
@sum(t(i):a(i,8)*x)>=0.54;
@sum(t(i):a(i,9)*x)>=0.24;
@sum(t(i):a(i,10)*x)>=0.25;
@sum(t(i):a(i,11)*x)>=3.2;
@sum(t:x)<=20.03;
@sum(t:x/b)<=0.1422/365;

```