

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

# 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校 三峡大学

---

参赛队号 11075031

---

1.李蓉

---

队员姓名 2.胡安龙

---

3.唐芳艳

---

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)



# 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

## 题目 人体营养健康角度的中国果蔬发展战略研究

### 摘 要:

本文主要研究的是基于人体营养健康角度的中国果蔬发展战略问题,为解决此问题,本文在主要果蔬相关数据的搜集和处理基础上,分别建立了Ward系统聚类分析模型、0-1规划模型、多元线性回归模型、灰色预测模型、三次指数平滑模型、模糊综合评判模型、单目标规划模型、多目标规划模型等八个模型。

针对问题一,本文首先结合 Ward 系统聚类分析模型、0-1 规划模型和隐枚举算法筛选了 18 种水果, 14 种蔬菜,如下表所示。其次,建立了多元线性回归模型、灰色预测模型、三次指数平滑的预测模型对果蔬消费量进行估计和预测并分析其趋势。最后,本文引入了五个评价指标对模型的精度进行检验,检验得出灰色预测模型精度最高,等级为一级,其中,相关系数为 0.95,相对误差为 0.02,并利用灰色预测模型预测出未来 10 年的果蔬消费量(见表 22, 23),主要蔬果消费量在 2013-2022 年基本呈逐年稳定上升的发展趋势。

主要蔬菜	萝卜、胡萝卜、马铃薯、大蒜、大葱、白菜、茄子、辣椒、菜豆、豇豆、黄瓜、大白菜、莲藕、普通白菜、西红柿、甘蓝、芹菜、菠菜
主要水果	苹果、香蕉、梨子、桃子、葡萄、李子、橙子、橘子、柚子、西瓜、哈密瓜、柿子、菠萝、樱桃

针对问题二,本文首先建立 Logistic 回归模型预测出未来十年人口,并计算出果蔬每年人均消费量。其次,建立营养素人均日摄入量计算模型,计算出每天人体通过果蔬摄入各种营养素含量。最后建立模糊综合评判模型,首先根据附件四每天人体营养素摄入量参考值,计算人体摄入营养素的综合均衡系数标准值范围为 $[3.6091, 4.2332]$ , 2014-2020 年营养素综合均衡系数  $\alpha$  如下表。

年份	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
$\alpha$	3.7063	3.9371	4.0327	4.2418	4.2418	4.2974	4.1604

均衡状况	均衡	均衡	均衡	不均衡	不均衡	不均衡	均衡
------	----	----	----	-----	-----	-----	----

针对问题三，本文先收集了我国七大区 2012 年各季度每种果蔬价格，然后利用第二问营养素摄入量达到均衡的年度数据，确定各营养成分人均日摄入量的标准范围。最后以各种营养成分人均日摄入量达到标准范围和人均果蔬消费总量小于供应量为约束条件，各地区各季度果蔬人均日花费最少为目标建立单目标规划模型，并计算出七大地区每季度达到营养均衡所各种果蔬年度人均消耗量，其中苹果、香蕉、萝卜、胡萝卜的年度人均消费量（详见表 38）。

人均年消费量 (千克)		华北	东北	华东	华中	华南	西南	西北
水果	苹果	43.57	42.52	41.12	32.44	42.26	41.67	42.58
	香蕉	7.69	18.77	33.39	23.42	20.98	29.29	17.76
蔬菜	萝卜	52.73	41.88	0.00	5.81	56.10	8.70	25.34
	胡萝卜	18.94	29.45	22.56	17.88	35.95	24.73	18.02

针对问题四：以各种营养成分人均日摄入量达到标准范围、人均果蔬消费总量小于供应量和主要蔬果种植面积小于总种植面积为约束条件，以人均购买水果每年人均消费最少、种植者收益最大、主要水果种植面积最小为目标，建立多目标线性规划模型，利用遗传算法对多目标规划进行优化，最后寻找出 Pareto 最优解。2012-2022 年主要果蔬的年度合理人均消费量、果蔬种植面积、种植者果蔬总收益的相关数据（详见表 46）。其中 2020 年果蔬总花费量 25593.13 亿元、水果种植面积 10025.1 千公顷、蔬菜种植面积 14934.7 千公顷、种植者果蔬总收益 9792.13 亿元，再次，本文将多目标规划模型求解的 2012 年人均果蔬总花费与单目标规划的求解值、2012 年人均果蔬实际花费值进行了对比（如下表所示），结果表明，多目标规划求解的人均果蔬总花费最小，为 1026.02。

模型	多目标规划	单目标规划	实际值
人均果蔬总花费（元）	1026.02	1582.12	1667.7

最后，本文提出了基于研究结论的截至 2020 年我国果蔬生产的如下三个调整战略：1、水果和蔬菜的种植面积要分别控制在 10000~11800，15000-16400 千公顷范围之内；2、国家宏观政策要尽量鼓励西瓜、胡萝卜、普通白菜的蔬果种植；3、要保障果蔬种植者的利益，使种植者蔬果利润率大致在 0.3~0.45 范围之内。

针对问题五，通过对前文求解的结果进行定性分析和定量研究，本文向有关部门提出了以下五点意见：

- 第一，未来的果蔬发展战略应以人体营养均衡为基础。
- 第二，要加强宣传力度，合理引导居民的食物消费行为。
- 第三，建立完善的食物流通体制，促进食物区域交流。
- 第四，加强果蔬播种面积的保护，避免耕地面积过快减少。
- 第五，加大对蔬果产业的政策支持力度。

**关键词：**聚类分析 0-1规划 模糊综合评价 多目标规划 Pareto遗传算法

## 一、问题重述

### 1.1 问题的背景

水果和蔬菜是重要的农产品，主要为人体提供矿物质、维生素、膳食纤维。近年来，中国水果和蔬菜种植面积和产量迅速增长，水果和蔬菜品种也日益丰富，中国居民生活水平不断提高，人们对人体营养均衡的意识也有所增强。然而多数中国居民喜食、饱食、偏食、忽视人体健康所需的营养均衡的传统饮食习惯尚未根本扭转，这就使得我国的果蔬消费（品种和数量）在满足居民身体健康所需均衡营养的意义下，近乎盲目无序，进而影响到果蔬生产。此外，由于每种蔬菜、水果所含有的维生素、矿物质、膳食纤维成分、含量不尽相同，价格也有差异，因而在保证营养均衡满足健康需要条件下，消费产品的选择问题依旧司空见惯，令人堪忧。因此，预测我国果蔬的消费与生产趋势，科学地规划与调整我国果蔬的中长期的种植模式，具有重要的战略意义。

### 1.2 问题的相关信息

#### 1.2.1 人体需要的营养素

据相关资料显示，人体需要的营养素主要有蛋白质、脂肪、维生素、矿物质、糖和水。其中维生素对于维持人体新陈代谢的生理功能是不可或缺的，多达 30 余种，分为脂溶性维生素（如维生素 A、D、E、K 等）和水溶性维生素（如维生素 B1、B2、B6、B12、C 等）。矿物质无机盐等亦是构成人体的重要成分，约占人体体重的 5%，主要有钙、钾、硫等以及微量元素铁、锌等。另外适量地补充膳食纤维对促进良好的消化和排泄固体废物有着举足轻重的作用。

#### 1.2.2 果蔬数据缺失和数据统计口径不一致时的处理方式

鉴于我国蔬菜和水果品种繁多，无论是中国官方公布的数据还是世界粮农组织（FAO）、美国农业部（USDA）等发布的数据均不完整，缺失较为普遍，而且品种、口径不一。我们既不可能也没有必要了解全部数据，对这样的宏观问题，恰当的方法是选取主要的水果和蔬菜品种进行研究。因此，要求主要的水果、蔬菜品种不仅总计产量应分别超过它们各自总产量的 90%，而且这部分品种所蕴含营养素无论在成分上还是在含量上都满足研究的需要。

#### 1.2.3 果蔬营养素之间的可能关系

不同的蔬菜、水果尽管各种营养素含量各不相同，但营养素的种类大致相近，存在着食用功能的相似性。所以，水果与水果之间、蔬菜与蔬菜之间、水果与蔬菜之间从营养学角度在一定程度上可以相互替代、相互补充。

#### 1.2.4 国家对果蔬生产规模战略性调整三方面的考虑

为实现人体营养均衡满足健康需要，国家可能需要对水果和蔬菜各品种的生产规模做出三项战略性调整。一是要考虑到居民人体的营养均衡，并使营养摄入量尽量在合理范围内；二是要顾及居民的购买成本，使其购买成本尽量低；同

时还要使种植者能够尽量获得较大收益；三是作为国家宏观战略，还要考虑进出口贸易、土地面积等其他因素。

### 1.3 需解决的问题

根据题中所给信息，我们将本文的问题细化为以下七个问题，并建立数学模型进行分析和研究。

根据题目要求，本文需要建立数学模型分析和研究以下五大问题：

问题一：运用数学手段从附件表格中筛选出主要的水果和蔬菜品种，并尝试用多种方法建立数学模型对其消费量进行估计，研究其发展趋势。

问题二：摸清我国居民矿物质、维生素、膳食纤维等营养素摄入现状。首先，要求结合为保障人体健康所需要的各种营养成分的范围（见附件和参考文献）和前面预测的人均消费结果，评价中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平是否合理。其次，要求按照水果和蔬菜近期的消费趋势，预测至2020年，中国居民的人体营养健康状况是趋于好转还是恶化，并给出支持本文结论的充分依据。

问题三：为当今中国居民（可以分区域分季节）提供主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，使人们能够以较低购买成本（假定各品种价格按照原有趋势合理变动）满足自身的营养健康需要。

问题四：基于国家对果蔬生产规模战略性调整三方面的考虑，建立数学模型重新计算中国居民主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，并给出到2020年我国水果和蔬菜产品生产的调整战略。

问题五：总结前文的研究结论，从人体营养健康角度就中国果蔬发展战略研究问题给相关部门提供1000字左右的政策建议。

## 二、模型假设与符号说明

### 2.1 模型的假设

假设1：对于果蔬消费量估计的求解中，除了题目附件中给出的损耗外，其他损耗忽略不计。

假设2：影响果蔬消费量大小的因素中，除了文中指标外，其他因素不予考虑。

假设3：各果蔬品种价格按照原有趋势合理变动。

假设4：历年种植果蔬品种的单价收益率和销售价格增长率波动范围为-0.1到0.25之间。

### 2.2 符号说明

符号	符号说明
$i$	果蔬的品种
$j$	果蔬品种 $i$ 中营养成分种类
$t$	年份
$p_{it}$	第 $t$ 年果蔬品种 $i$ 的产量

$P_t$	第 $t$ 年果蔬总产量
$k_i$	果蔬品种 $i$ 中所含营养成分的种类个数。
$c_{ij}$	果蔬品种 $i$ 中营养成分 $j$ 的含量
$S_j$	居民膳食营养成分 $j$ 的参考日摄入量
$q_{it}$	第 $t$ 年果蔬品种 $i$ 的消耗量
$r_k$	$k = 1, 2, 3$ 分别表示田间地头到大市场、大市场到零售市场、零售市场到餐桌的损耗率
$\varphi_{it}$	第 $t$ 年主要果蔬消耗中营养成分 $j$ 的人均日摄入量
$N_t$	第 $t$ 年全国总人口数
$\bar{Q}_i^{(k)}$	$k = 1, 2, \dots, 7$ 分别表示华东、华北等 7 个地区果蔬 $i$ 的人均日消费量
$b_{is}^{(k)}$	地区 $k$ 季度 $s$ 的果蔬品种 $i$ 价格, $s = 1, 2, 3, 4$
$\bar{V}_i^{(k)}$	地区 $k$ 果蔬品种 $i$ 的人均日供给量
$W_s^{(k)}$	2012 年全国各地区各季度果蔬实际人均日花费
$w_s^{(k)}$	2012 年各地区各季度达到居民营养标准时合理的果蔬人均日花费
$E_s^{(k)}$	各地区各季度果蔬种植者总收益
$C_{is}^{(k)}$	地区 $k$ 季度 $s$ 果蔬 $i$ 的种植者所负担的成本价格
$a_{is}^{(k)}$	各地区各季度果蔬 $i$ 的单位消费量种植面积
$D$	当前瓜果蔬菜面积
$H$	2012 年达到居民营养标准时果蔬人均年花费
$B$	2012 年全国人均食品消费支出
$Z$	2012 年达到营养标准时果蔬人均年花费与人均食品消费支出之比
$b_{it}$	第 $t$ 年果蔬品种 $i$ 的销售价格
$C_{it}$	第 $t$ 年种植果蔬品种 $i$ 的成本价格

### 三、问题分析

本文研究的是基于人体营养健康角度的中国果蔬发展战略问题。

**针对问题一**，要求运用数学手段从附件表格中筛选出主要的水果和蔬菜品种，并尝试用多种方法建立数学模型对其消费量进行估计，研究其发展趋势。

对于主要果蔬的筛选问题，为了突出筛选出的主要蔬果的代表性，本文可从以下两方面进行筛选：一方面，依据题中附件所列的常见蔬果营养成分，建立 Ward 系统聚类分析模型对常见果蔬进行聚类分类，从而对含有类似营养成分的蔬果有一个初步的了解；二是建立筛选主要果蔬的 0-1 规划模型并采用穷举法进行求解以筛选出满足题目要求的主要蔬果种类。

对于主要果蔬的消费量估计问题，本文可尝试多种方法进行估计。首先，建立主要蔬果消费量计算模型计算出 2003-2012 年主要蔬果的消费量。其次，结合专家学者的意见，得到 GDP、总人口数、人均可支配收入、城镇化率、有效灌

溉面积这五个主要影响果蔬消费量相关因素，并依据 2003-2012 年主要蔬果的消费量，建立多元线性回归预测模型、灰色预测模型、三次指数平滑预测模型分别对主要果蔬消费量进行估计；最后，对这三种模型进行精度检验及结果对比，用精度最高，效果最好的预测模型预测主要果蔬的消费量并研究其发展趋势。

**针对问题二**，要求摸清我国居民矿物质、维生素、膳食纤维等营养素摄入现状。不仅要求评价中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平是否合理，而且要求按照水果和蔬菜近期的消费趋势，预测至 2020 年，中国居民的人体营养健康状况是趋于好转还是恶化，并给出支持本文结论的充分依据。

首先，本文可根据收集到的 2003-2012 年历年总人口数，并利用 logistic 回归模型预测 2013-2022 年历年总人口数。依据 2003-2012 年主要果蔬的消耗量及果蔬中营养成分含量，本文可求解出 2003-2012 年每年主要果蔬消耗中各营养成分的人均日摄入量。考虑到主要蔬果营养素含量的多样性，本文可结合居民膳食基本营养素种类筛选出维生素 A、B1、B2、C、E、钙、铁、钠、锌、硒共 10 中营养成分作为参考营养素。

其次，对于我国居民营养素年摄入水平的合理性评估，本文拟以主要果蔬消耗中这 10 种参考营养素的人均摄入量作为评价指标建立模糊综合评价模型并求解出 2003-2012 年历年营养均衡系数，进而依据该营养均衡系数对 2003-2012 年历年中国居民的营养素年摄入量的合理性进行评估。

最后，对于截至 2020 年中国居民的人体营养健康状况的预测与营养健康状况的变化情况，一方面，本文可运用模糊综合评判模型求得我国居民 2013-2022 年历年营养均衡系数。另一方面，根据标准营养均衡系数区间，通过 2003-2012 年与未来十年的营养均衡系数对比来分析中国居民人体营养健康状况。

**针对问题三**，要求在保证营养均衡满足健康需要条件下，为当今中国居民提供主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，使人们能够以较低的成本满足自身的营养健康需要。

本文依据地理位置不同可将全国分为华东、华南、华北、华中、西南、西北、东北七个地区。首先，本文引入营养成分人均日摄入量的标准范围来度量该营养成分的摄入量满足自身的营养健康需要，并计算出 2012 年全国各地区各季度主要果蔬的世纪人均消费量。

其次，该问题是一个单目标规划问题，本文可建立以 2012 年各地区各季度达到居民营养标准时合理的果蔬人均日花费最少为目标的单目标规划模型对年度合理人均消费量进行求解，其中，约束条件可考虑营养均衡约束、人均购买量约束。

最后，本文从 2012 年人均总花费值与实际值的比较及相对数两方面对 2012 年各地区各季度合理的人均果蔬日消费量进行合理性分析。

**针对问题四**，要求基于居民人体营养均衡、居民购买成本尽量低、种植者能够尽量获得较大收益考量，建立数学模型重新计算中国居民主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，并给出到 2020 年我国水果和蔬菜产品生产的调整战略。

首先，本文可根据收集到的 2012 年七大区各季节主要果蔬价格的平均值求得 2012 年全国果蔬销售价格。引入果蔬单价收益率  $\alpha_{it}$ 、销售价格增长率  $\beta_{it}$  两个系数，本文可建立果蔬销售价格和成本价格计算模型以得到 2013-2020 年历年果蔬销售价格和成本价格。

其次，依据 2012-2020 年历年果蔬销售价格和成本价格，本文可建立以居民

果蔬购买成本最少、种植者收益最大、果蔬种植面积最小为目标的多目标规划模型对年度合理人均消费量进行求解，其中，约束条件可考虑果蔬占用耕地约束、营养均衡约束、人均购买量约束。

最后，本文结合问题三中单目标规划求解出的年度合理人均消费量及其实际值，对比多目标规划求解出的年度合理人均消费量，进而对 2012-2020 年我国水果和输出产品生产进行战略调整。

针对问题五，根据前面四个问题求解的结果进行定性分析和定量研究，本文可向有关部门提出相应的政策建议。

## 四、数据处理

### 4.1 数据收集

本文首先从世界粮农组织数据库搜集了中国 2003-2012 年 22 种水果十年生产量的相关数据，并根据《中国统计年鉴 2013》整理了 2003-2012 年水果的总生产量的数据，详见下表 1 所示。

表 1 2003-2012 年水果的产量情况 单位：吨

年份 \ 产量	水果总产量	苹果	香蕉	梨子	……	木瓜	无花果	樱桃
2003	145174116	21101776	5903279	9798424	……	20000	565000	14000
2004	153408820	23675473	6020795	10598810	……	24000	632000	20000
2005	161200949	24011081	6518128	11323514	……	30000	646000	25000
……	……	……	……	……	……	……	……	
2010	214014127	33263000	9561000	15057000	……	29500	2040500	28500
2011	227681826	35985000	10400000	15795000	……	30000	2295000	32000
2012	240568362	37000000	10550000	16100000	……	32000	2300000	35500

注：表 1 数据来源于《中国统计年鉴 2013》，世界粮农组织数据库 <http://faostat.fao.org>

其次，本文根据中华人民共和国农业部种植业管理司数据库整理了我国 2003-2009 年十九种蔬菜及蔬菜总产量的部分相关数据，详见下表 2 所示。

表 2 2003-2009 年蔬菜的产量情况 单位：吨

年份 \ 产量	蔬菜	萝卜	胡萝卜	……	甘蓝	芹菜	菠菜
2003	540323000	38809000	13124000	……	28752000	17955000	15739000
2004	550647000	38328000	13299000	……	28458000	19187000	15674000
2005	564514900	39352000	13314000	……	29858000	19513000	16179000
……	……	……	……	……	……	……	
2007	564520400			……			
2008	592403500	39550000	14767000	……		19760000	16628000

2009	618238100	40799000	15057000	.....		20814000	17538000
------	-----------	----------	----------	-------	--	----------	----------

注：表2数据来源于中华人民共和国农业部种植业管理司 <http://www.zzys.moa.gov.cn/>

再次，本文从《中国统计年鉴2013》收集了GDP、总人口数、人均可支配收入、城镇化率、有效灌溉面积五大影响果蔬消费量的2003-2012年的相关数据，详见下表3所示。

表3：果蔬消费量的影响因素

指标 年份	GDP (亿元)	总人口数 (万人)	人均可支配 收入 (元)	城镇化率 (%)	有效灌溉面 积 (千公顷)
2003	135822.76	129227.00	8472.20	40.53	54014.23
2004	159878.34	129988.00	9421.60	41.76	54478.42
2005	184937.37	130756.00	10493.00	42.99	55029.34
.....	.....	.....	.....	.....	.....
2010	401512.80	134091.00	19109.44	49.95	60347.70
2011	473104.05	134735.00	21809.78	51.27	61681.56
2012	518942.11	135404.00	24564.72	52.57	63036.43

注：表3数据来源于《中国统计年鉴2013》

同时，本文结合全国农产品商务信息公共服务平台<http://nc.mofcom.gov.cn/>、中国农业信息网<http://pfscnew.agri.gov.cn/>、超市果蔬价格市场调查收集整理了2012年我国7个城市的主要果蔬相关价格信息，详见下表4所示。

表4 2012年各地区各季节主要果蔬价格 单位：元/千克

地区	季节	水果					蔬菜				
		苹果	香蕉	梨子	...	樱桃	萝卜	土豆	白菜	...	西红柿
北京	春	7.57	5.17	3.94	...	51.22	0.72	0.66	1.87	...	2.00
	夏	7.17	4.55	3.42	...	40.80	0.72	2.99	0.85	...	2.75
	秋	7.99	4.95	3.91	...	61.82	0.65	0.60	1.70	...	2.50
	冬	7.32	5.55	4.21	...	40.44	0.72	0.66	1.87	...	2.75
哈尔滨	春	6.58	6.12	3.40	...	30.25	0.50	0.73	1.31	...	1.93
	夏	6.50	6.50	3.40	...	20.25	0.79	0.80	1.44	...	1.35
	秋	6.88	6.88	3.55	...	25.55	0.50	0.53	0.96	...	1.91
	冬	6.88	7.88	4.55	...	40.55	0.50	0.58	1.06	...	1.34
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
乌鲁木齐	春	5.10	6.00	3.50	...	4.17	1.87	1.17	1.84	...	2.05
	夏	4.54	7.42	2.57	...	3.89	1.31	1.56	0.83	...	1.72
	秋	4.84	7.11	2.23	...	4.45	1.03	1.09	0.77	...	1.16
	冬	5.32	6.73	3.27	...	4.76	0.89	1.19	0.85	...	0.98

最后，本文从中华人民共和国国家统计局数据库中收集整理了2003-2012年的果园面积、瓜类单位面积产量、蔬菜面积、蔬菜单位面积产量的相关数据，详见下表5所示。

表5 果蔬面积和产量的相关数据

年份\指标	果园面积 (千公顷)	瓜类单位面积产量 (公斤/公顷)	蔬菜面积 (千公顷)	蔬菜单位面积产量 (公斤/公顷)
2003	9436.52	29592.13	17953.72	30095.27
2004	9768.18	32359.20	17560.42	31357.26
2005	10034.80	32995.71	17720.71	31856.23
.....	.....	.....	.....	.....
2010	11544.14	35725.67	18999.89	34263.04
2011	11830.55	36349.81	19639.16	34588.89
2012	12139.93	37349.00	20352.57	34522.32

注：表 5 数据来源于 <http://data.stats.gov.cn/workspace/index?m=hgnd>

## 4.2 数据分析

根据题中所给的大量数据以及本文搜集的相关数据，不难发现，本文数据有以下两大特点：

一是数据量较大。从人体营养健康角度讨论果蔬的发展战略，则需要考虑居民营养均衡标准层面、种植者的收益层面、进出口贸易、土地面积等诸多因素。这便涉及到各种果蔬的营养成分（维生素、矿物质、膳食纤维成分含量等）、中国居民膳食营养素参考日摄入量、各种果蔬的产销量、价格等数据。

二是数据部分缺失。由于我国蔬菜和水果品种繁多，无论是中国官方公布的数据还是世界粮农组织（FAO）、美国农业部（USDA）等发布的数据均不完整，缺失较为普遍，而且品种、口径不一。本文搜集的中国近十年的蔬菜产量数据的缺失严重性与果蔬历年销量的缺失便是例证。鉴于此，本文则需要合理的假设，根据其他已知数据进行插值处理与回归分析，进而得到不同数据之间的关系，进而推导或计算出缺失部分数据。

## 4.3 数据处理

鉴于中华人民共和国农业部种植业管理司数据库中关于蔬菜的产量缺失较严重，且数据仅仅更新至 2009 年，本文建立了拉格朗日多项式插值模型。

此外，为增强中国果蔬发展战略的时效性，本文拟将对近十年（2003-2012 年）的数据进行分析。因此，本文拟采用一元线性回归的方法，对蔬菜 2010-2012 年这三年的数据进行补充。

因此，本文数据处理的基本思路如下图 1 所示：

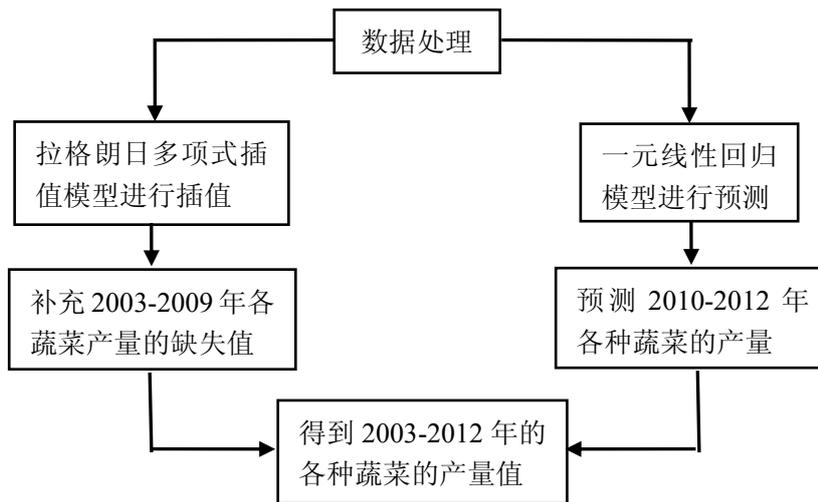


图 1 数据处理的基本思路图

#### 4.3.1 拉格朗日多项式插值模型的建立与求解

用多项式作为研究插值的工具，称为代数插值。其基本问题是：已知函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上不同点  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  处的函数值  $y_i = f(x_i) (i = 0, 1, \dots, n)$ ，求一个至少  $n$  次多项式

$$\varphi_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \quad (1)$$

使其在给定点处与  $f(x)$  同值，即满足插值条件

$$\varphi_n(x_i) = f(x_i) = y_i \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (2)$$

其中， $\varphi_n(x)$  称为插值多项式， $x_i (i = 0, 1, \dots, n)$  称为插值节点，简称节点， $[a, b]$  称为插值区间。

从几何上看， $n$  次多项式插值就是过  $n+1$  个点  $(x_i, f(x_i)) (i = 0, 1, \dots, n)$ ，作一条多项式曲线  $y = \varphi_n(x)$  近似曲线  $y = f(x)$ 。

$n$  次多项式 (1) 有  $n+1$  个待定系数，由插值条件 (2) 恰好给出  $n+1$  个方程

$$\begin{cases} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \dots + a_nx_0^n = y_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_nx_1^n = y_1 \\ \dots\dots\dots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_nx_n^n = y_n \end{cases}$$

本文通过构造一组基函数

$$l_i(x) = \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$$

$$= \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x-x_j}{x_i-x_j}, (i = 0, 1, \dots, n)$$

$l_i(x)$  是  $n$  次多项式，满足

$$l_i(x) = \begin{cases} 0 & j \neq i \\ 1 & j = i \end{cases}$$

综上，可得到拉格朗日多项式插值模型：

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i l_i(x) = \sum_{i=0}^n y_i \left( \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x-x_j}{x_i-x_j} \right)$$

本文运用 MATLAB 对拉格朗日多项式插值模型进行求解，得到插值后的 2003-2009 年十九种蔬菜的缺失部分数据，如下表 6 所示。

表6 插值后的2003-2009年蔬菜的产量情况 单位：吨

年份 \ 产量	蔬菜（吨）	萝卜	胡萝卜	……	甘蓝	芹菜	菠菜
2003	540323000	38809000	13124000	……	28752000	17955000	15739000
2004	550647000	38328000	13299000	……	28458000	19187000	15674000
2005	564514900	39352000	13314000	……	29858000	19513000	16179000
2006	583255400	40030000	13551100	……	30767000	20680000	16270000
2007	564520400	39865333	14101800	……	29000000	21054533	16216667
2008	592403500	39550000	14767000	……	22372000	19760000	16628000
2009	618238100	40799000	15057000	……	8698000	20814000	17538000

### 4.3.2 一元线性回归模型的建立与求解

本文拟用 2003-2009 年蔬菜产量预测 2010-2012 年蔬菜产量，对于单个蔬菜品种，这 7 组观测值  $(y_i, x_i)$  ( $i=1,2,\dots,7$ ) 之间的关系符合以下关系式：

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i=1,2,\dots,7$$

其中， $\varepsilon_i$  为第  $i$  次测量误差，且  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ 。

故，建立一元线性回归模型：

$$\begin{cases} y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \end{cases}$$

利用最小二乘法估计  $\beta_0$ 、 $\beta_1$  的值并进行判定系数  $R^2$  检验。

因此，利用该一元回归方程，可得 2010-2012 年蔬菜产量。整理的 2003-2012 年我国蔬菜产量的数据详见下表 7 所示。

表7 整理后的 2003-2012 年蔬菜的产量情况 单位：吨

年份 \ 产量	蔬菜（吨）	萝卜	胡萝卜	……	甘蓝	芹菜	菠菜
2003	540323000	38809000	13124000	……	28752000	17955000	15739000
2004	550647000	38328000	13299000	……	28458000	19187000	15674000
2005	564514900	39352000	13314000	……	29858000	19513000	16179000
……	……	……	……	……	……	……	……
2010	618738014	40808667	15248100	……	14959000	21461152	17369619
2011	630068864	41127500	15588200	……	12345000	21863457	17631857
2012	641399714	41446333	15928300	……	9731000	22265762	17894095

## 五、问题一的模型建立与解答

问题一要求运用数学手段从附件表格中筛选出主要的水果和蔬菜品种，并尝试用多种方法建立数学模型对其消费量进行估计，研究其发展趋势。

为增强果蔬筛选的代表性，本文拟建立 Ward 系统聚类分析模型和 0-1 规划模型，筛选出满足题目两个约束条件的主要果蔬。

对于消费量的估计，本文的基本思路是：基于上述筛选出的主要的水果和蔬菜品种，首先建立果蔬消费量计算模型，得出主要蔬菜水果的消费量；其次，建立多元线性回归模型、灰色预测模型、三次指数平滑预测模型这三种方法对主要的水果和蔬菜品种消费量进行估计；最后，对各预测模型进行检验，进而用预测精度最高的模型求解出主要果蔬的消费量发展趋势。

### 5.1 Ward 系统聚类分析模型<sup>[1-5]</sup>

Ward 系统聚类法的基本思想来自方差分析，先将  $n$  个样品各自成一类，然后每次缩小一类。每缩小一类，离差平方和  $S$  就要增大，选择使  $S$  增大最小的两类合并，直至所有样品归为一类为止。

#### 5.1.1 模型的准备

对两样本类  $G_1$  和  $G_2$ ， $n_1$ 、 $n_2$  分别为  $G_1$ 、 $G_2$  的样本点个数，则类  $G_1$ 、 $G_2$  间的离差平方和距离为

$$D(G_1, G_2) = D_{12} - D_1 - D_2$$

$$\text{其中, } D_{12} = \sum_{x_k \in G_1 \cup G_2} (x_k - \bar{x})^T (x_k - \bar{x}), \quad \bar{x} = \frac{1}{n_1 + n_2} \sum_{x_k \in G_1 \cup G_2} x_k$$

$$D_1 = \sum_{x_i \in G_1} (x_i - \bar{x}_1)^T (x_i - \bar{x}_1), \quad \bar{x}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{x_i \in G_1} x_i$$

$$D_2 = \sum_{x_j \in G_2} (x_j - \bar{x}_2)^T (x_j - \bar{x}_2), \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{x_j \in G_2} x_j。$$

#### 5.1.2 Ward 系统聚类分析模型的建立

Step1: 应用离差平方和法计算  $n$  个样本点两两之间的距离  $\{d_{ij}\}$ ，记为矩阵  $D = (d_{ij})_{n \times n}$ ；

Step2: 首先构造  $n$  个类。每一个类中只包含一个样本点，每一类的平台高度均为零；

Step3: 合并距离最近的两类为新类，并且以这两类的距离值作为聚类图中的平台高度；

Step4: 计算新类与当前各类的距离，若类的个数已经等于 1，转入 Step5，否则，回到 Step3；

Step5: 画聚类图；

Step6: 决定类的个数和类。

#### 5.1.3 Ward 系统聚类分析模型的求解

本文首先根据附件中的果蔬运用 MATLAB 编程求解得出了蔬菜与水果的聚

类图，详见下图 2 和图 3 所示。其次，根据图 2，图 3 的聚类结果，将蔬菜和水果均分为六大类，进而整理出果蔬聚成七类的明细表，详见表 8，表 9 所示。

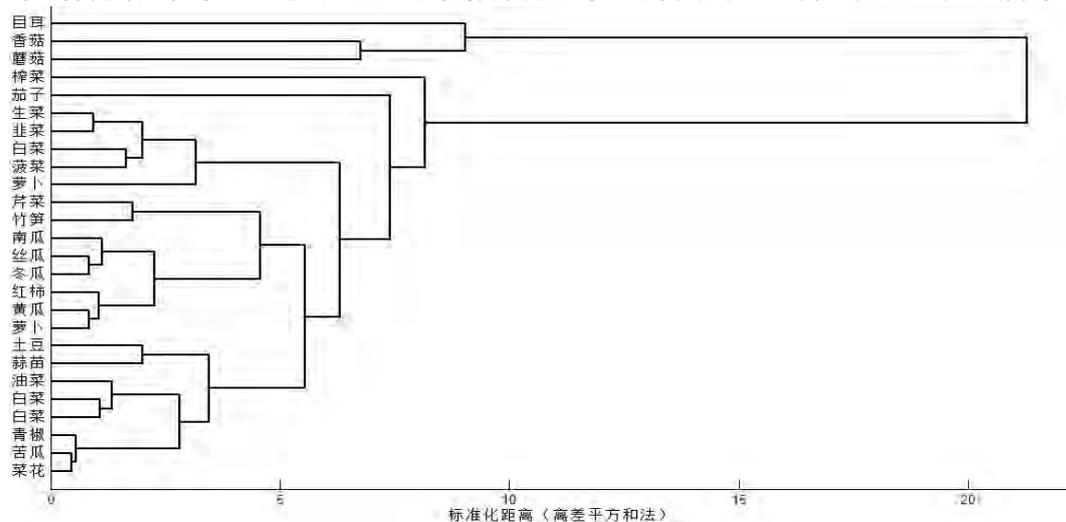


图2 蔬菜的聚类结果

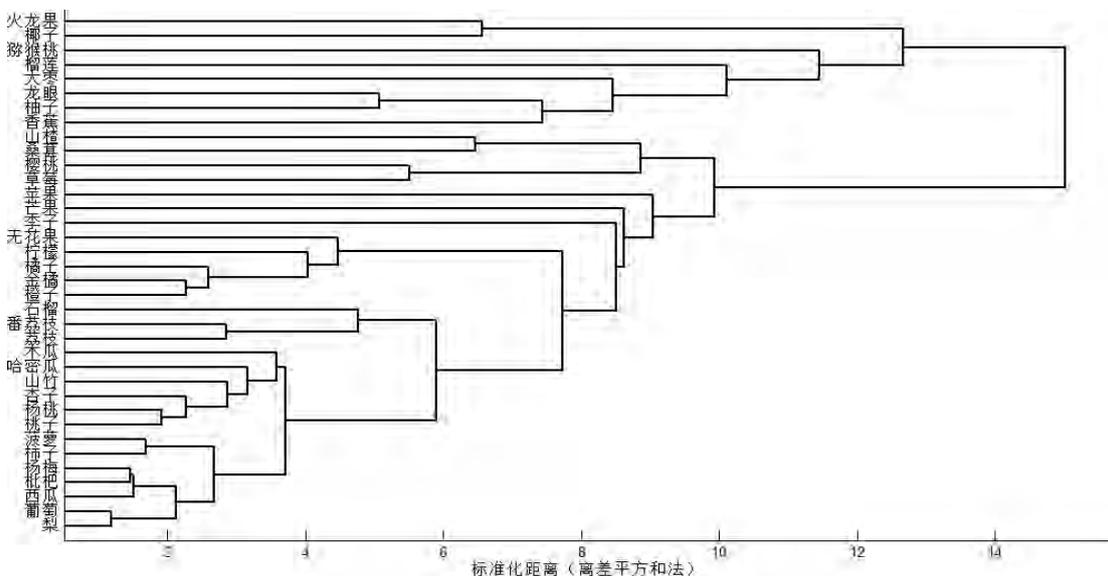


图 3 水果的聚类结果

表8 蔬菜聚成七类的明细表

第一类	木耳、香菇、蘑菇
第二类	榨菜
第三类	茄子
第四类	生菜、韭菜、小白菜、菠菜、胡萝卜
第五类	芹菜、竹笋
第六类	南瓜、丝瓜、冬瓜、西红柿、黄瓜、萝卜
第七类	土豆、蒜苗、油菜、圆白菜、大白菜、青椒、苦瓜、菜花

表9 水果聚成七类的明细表

第一类	石榴、番荔枝、荔枝、木瓜、哈密瓜、山竹、杏子、杨桃、桃子、菠萝、柿子、杨梅、枇杷、西瓜、葡萄、梨
第二类	无花果、柠檬、橘子、金橘、橙子
第三类	李子
第四类	芒果
第五类	苹果
第六类	山楂、桑葚、殷桃、草莓
第七类	火龙果、椰子、猕猴桃、榴莲、大枣、龙眼、柚子、香蕉

## 5.2 0-1 规划模型<sup>[6-7]</sup>

### 5.2.1 0-1 规划模型的建立

对于果蔬类品种，引入0-1变量  $x_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ )，令

$$x_i = \begin{cases} 0, & \text{水果/蔬菜 } i \text{ 被选中} \\ 1, & \text{水果/蔬菜 } i \text{ 未被选中} \end{cases}$$

#### (1) 目标函数的确定:

要求从果蔬多种品种中找出主要的水果、蔬菜品种，则选出的水果、蔬菜应具有代表性，越少越好，故以主要果蔬种类最小为目标，即：

$$\min \sum_i x_i$$

#### (2) 约束条件的确定:

(i) 主要的水果、蔬菜品种的总计产量超过它们各自总产量的80%:

$$\frac{\sum_i p_{it} x_i}{P_t} \times 100\% > 80\%$$

其中， $p_{it}$  为第  $t$  年水果（蔬菜）品种  $i$  的产量

$P_t$  为第  $t$  年水果（蔬菜）品种总产量。

(ii) 主要的水果、蔬菜品种中所蕴含营养成分种类超过居民日摄入营养素种类的80%:

$$\frac{\sum_i k_i x_i}{\sum_i k_i} \times 100\% > 80\%$$

其中， $k_i$  为水果（蔬菜）品种  $i$  中所含营养成分的种类数。

(iii) 主要的水果、蔬菜品种中所蕴含营养成分含量超过居民日摄入含量的80%:

$$\frac{\sum_i c_{ij} x_i}{S_j} \times 100\% > 80\%$$

其中， $c_{ij}$  为水果（蔬菜）品种  $i$  中营养成分  $j$  的含量

$S_j$  为居民膳食营养成分  $j$  的日摄入量

综上，得到0-1规划模型为

$$\min \sum_i x_i$$

$$s.t. \begin{cases} \frac{\sum_i p_i x_i}{P} \times 100\% > 80\% \\ \frac{\sum_i k_i x_i}{\sum_i k_i} \times 100\% > 80\% \\ \frac{\sum_i c_{ij} x_i}{S_j} \times 100\% > 80\% \end{cases}$$

### 5.2.2 0-1 规划模型的求解

针对该0-1规划模型，本文拟采用隐枚举法<sup>[8-10]</sup>进行求解，步骤如下：

Step1：将目标函数转化为求极小值的问题；

Step2：变量替换。对极小值问题模型的目标函数中所有变量系数为负的0-1变量，引入新的0-1变量  $x'_i$ ，利用变量替换  $x_i = 1 - x'_i$ ，将目标函数中所有变量系数转化为正数；

Step3：目标函数中变量系数按系数大小排列，约束条件中变量排列顺序做相应调整；

Step4：按目标函数值由小到大的顺序依次排列可行解，并进行可行性检验；

Step5：发现极小问题最优解并转化为原问题最优解，结束算法输出最优解。

隐枚举算法基本流程如下图4所示，最终筛选出的主要蔬菜和水果明细详见下表10，表11所示。

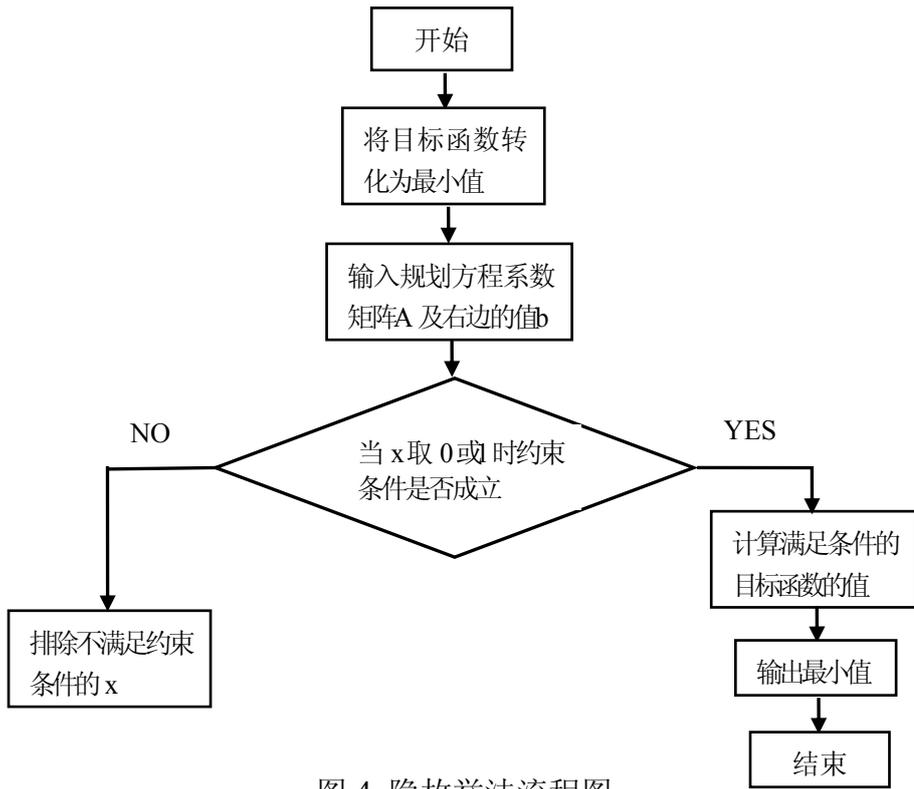


图 4 隐枚举法流程图

表10 各蔬菜品种的0-1规划结果

品种	胡萝卜	萝卜	竹笋	大白菜	菠菜	白菜	韭菜
0-1 规划结果	1	1	0	1	1	1	0
品种	芹菜	生菜	蒜苗	大葱	油菜	甘蓝	菜豆
0-1 规划结果	1	0	1	1	0	1	0
品种	西红柿	青椒	茄子	黄瓜	豇豆	南瓜	丝瓜
0-1 规划结果	1	1	1	1	1	0	0
品种	土豆	榨菜	蘑菇	木耳	莲藕	西红柿	普通白菜
0-1 规划结果	1	0	0	0	1	1	1

表11 各水果品种的0-1规划结果

品种	苹果	香蕉	梨子	桃子	葡萄	杏子	李子
0-1 规划结果	1	1	1	1	1	0	1
品种	草莓	橙子	橘子	柚子	西瓜	哈密瓜	柿子
0-1 规划结果	0	1	1	1	1	1	1
品种	大枣	芒果	菠萝	椰子	柠檬	木瓜	樱桃
0-1 规划结果	0	0	1	0	0	0	1

根据表 10 和表 11 的 0-1 规划结果，本文整理出了满足问题一中三个约束条件的主要蔬菜有 18 种和水果有 14 种，品种详见下表 12 所示。此外，运用 excel

软件算出了2003-2012年所选取的主要蔬菜和水果各自占总产量的比重及平均比重，详见表13。

表12 筛选的主要蔬菜和水果

主要蔬菜	萝卜、胡萝卜、马铃薯、大蒜、大葱、白菜、茄子、辣椒、菜豆、豇豆、黄瓜、大白菜、莲藕、普通白菜、西红柿、甘蓝、芹菜、菠菜
主要水果	苹果、香蕉、梨子、桃子、葡萄、李子、橙子、橘子、柚子、西瓜、哈密瓜、柿子、菠萝、樱桃

表13 2003-2012年所选取的主要果蔬产量之和占总产量的比重

比重	平均值	2003	2004	2005	……	2010	2011	2012
主要蔬菜占比	0.870	0.921	0.915	0.908		0.841	0.829	0.818
主要水果占比	0.903	0.942	0.935	0.934		0.894	0.881	0.860

### 5.2.3 0-1 规划模型的结果分析

(1) 从主要果蔬产量与总产量的比重来看

根据表13可知，所选取的主要蔬菜产量之和占总产量的比重在2003年达到最大，达到0.921，在2012年占比最低，为0.818，平均占比为0.870；筛选的主要水果占总水果比重均较大，最低值为2012年占比0.860，这十年的平均占比为0.903。

(2) 从人体营养均衡的角度来看，依据题中附件1中的常见果蔬营养成分表及附件4（中国居民膳食营养素参考摄入量），可知，筛选出的主要果蔬中所蕴含营养成分种类及含量均达到营养均衡要求。

因此，本文基于0-1规划模型所筛选出的主要果蔬是合理的。

### 5.3 消费量估计模型

基于上述筛选出的主要的水果和蔬菜品种，本文首先拟建立果蔬消费量计算模型，得出主要蔬菜水果的消费量；其次，建立多元线性回归模型、灰色预测模型、时间序列模型三种模型对主要的水果和蔬菜品种消费量进行估计，并研究其发展趋势。

(1) 消费量计算模型的建立

根据题目要求，本文假设除了附件给出的损耗外，无其他损耗量，故各水果、蔬菜的消费量计算模型为：

$$q_{it} = p_{it} \prod_{k=1}^3 (1-r_k)$$

其中， $q_{it}$  为第  $t$  年水果（蔬菜）品种  $i$  的消耗量

$r_k$  ( $k=1,2,3$ ) 分别表示田间地头到大市场、大市场到零售市场、零售市场到餐桌的损耗率。

(2) 消费量计算模型的求解

运用该消费量计算模型，易求得2003-2012年主要蔬菜和水果的消费量，分别见表14和表15。

表 14 2003-2012 年主要蔬菜的消费量

单位：吨

消费量 年份	萝卜	胡萝卜	马铃薯	……	甘蓝	芹菜	菠菜
2003	34868431	11791442	12877707	……	19759524	13814667	10707494
2004	34436271	11948673	13038339	……	19557476	14762574	10663273
2005	35356296	11962150	13119580	……	20519612	15013400	11006833
……	……	……	……	……	……	……	
2010	36665057	13699869	13752887	……	10280423	16512318	11816830
2011	36951516	14005437	13888061	……	8483978	16821853	11995235
2012	37237976	14311004	13960867	……	6687532	17131389	12173639

表 15 2003-2012 年主要水果的消费量

单位：吨

消费量 年份	苹果	香蕉	梨子	……	柿子	菠萝	樱桃
2003	20061395	3734603	8481790	……	1395878	741885	9960
2004	22508201	3808948	9174627	……	1553811	729596	14229
2005	22827263	4123576	9801951	……	1699088	766289	17786
……	……	……	……	……	……	……	
2010	31623034	6048595	13033761	……	2323469	902682	20276
2011	34210832	6579373	13672594	……	2488320	857548	22766
2012	35175789	6674268	13936611	……	2566080	902682	25256

为便于观察，本文按照表格中数据的顺序在excel中绘制出了2003-2012年各蔬菜品种和各水果品种的消费量图，详见图5，图6所示。

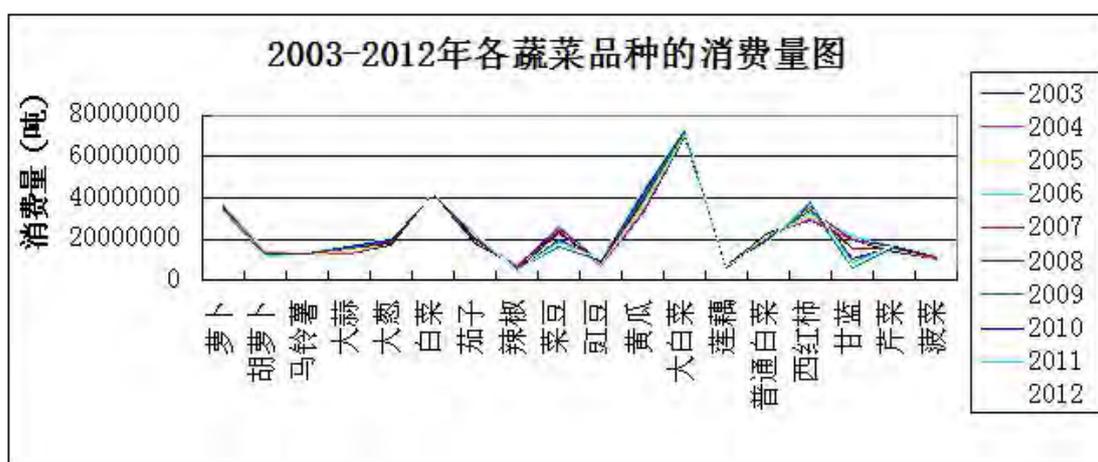


图 5 2003-2012 年各蔬菜品种的消费量

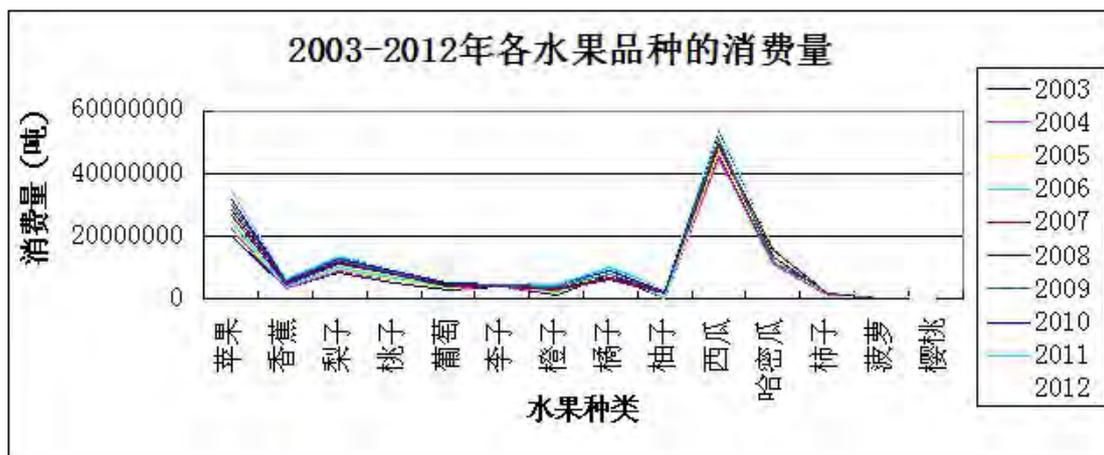


图 6 2003-2012 年各水果品种的消费量

由上图5和图6可清晰地看出，2003-2012年萝卜、白菜、大白菜、西红柿为所筛选出的18中主要蔬菜中消费量最大的几种；在所筛选出的14种主要水果中，苹果、梨子、橘子、西瓜、哈密瓜为消费量较多的几种水果。这明显符合居民日常的饮食习惯。

#### 5.4 多元线性回归模型<sup>[1]</sup>的建立与求解

本文拟用多元线性回归模型来度量主要果蔬的消费量与GDP、总人口数、人均可支配收入、城镇化率、有效灌溉面积之间的关系，进而对2013-2022年主要蔬菜和水果消费量进行预测，得出其发展趋势。

##### (1) 多元线性回归模型的建立

设  $y$  是一个可观测的随机变量，即主要果蔬的消费量，它受到 5 个非随机因素  $x_1, x_2, \dots, x_5$  的影响，则，多元回归分析模型为：

$$\begin{cases} y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + \varepsilon \\ \varepsilon \sim N(0, \delta^2) \end{cases}$$

其中回归系数  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_5$ ， $\delta^2$  是与  $x_1, x_2, \dots, x_5$  无关的未知参数， $\varepsilon$  是不可观测的随机变量，称为误差项。

##### (2) 多元线性回归模型的求解

现得到 2003-2012 年共 10 个独立观测数据  $(y_i, x_{i1}, \dots, x_{i5})$ ， $i = 1, 2, \dots, 10$ ，由上文中的回归模型，可得：

$$\begin{cases} y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{12} + \beta_3 x_{13} + \beta_4 x_{14} + \beta_5 x_{15} + \varepsilon_1 \\ y_2 = \beta_0 + \beta_1 x_{21} + \beta_2 x_{22} + \beta_3 x_{23} + \beta_4 x_{24} + \beta_5 x_{25} + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ y_{10} = \beta_0 + \beta_1 x_{10,1} + \beta_2 x_{10,2} + \beta_3 x_{10,3} + \beta_4 x_{10,4} + \beta_5 x_{10,5} + \varepsilon_{10} \\ \varepsilon_i \sim N(0, \delta^2), i = 1, 2, \dots, 10 \end{cases}$$

由最小二乘法估计可得到回归系数的估计值  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_m$ 。表 16 为主要果蔬与 GDP、总人口数、人均可支配收入、城镇化率、有效灌溉面积的回归方程。

表16：多元线性回归方程部分结果

多元线性回归方程	
蔬菜	$y = -2891539558 - 192.1x_1 + 20721.4x_2 - 3625.5x_3 - 6454982.02x_4 + 18315.7x_5$
萝卜	$y = 144843563 - 21.20x_1 - 1141.878x_2 + 352.87x_3 + 1116036.19x_4 - 147.88x_5$
黄瓜	$y = 90733172 - 16.32x_1 - 743.22x_2 + 474.90x_3 + 1780288x_4 - 674.47x_5$
.....	.....
水果	$y = -150715457 - 35.3x_1 + 426.98x_2 + 2490.48x_3 + 3332891.01x_4 + 1237.5x_5$
苹果	$y = -167877165 - 30.83x_1 + 1250.91x_2 - 615.53x_3 + 128998.05x_4 + 414.29x_5$
橘子	$y = -390102891 - 71.25x_1 + 4458.03x_2 - 84.39x_3 - 3872904.66x_4 - 546.25x_5$

(3) 多元线性回归模型的预测值与实际值的对比

本文运用得出的多元线性回归方程对2003-2012年主要蔬菜和水果的消费量进行预测，得出了2003-2012年主要果蔬消费量的预测值。鉴于数据量较为庞大，本文以蔬菜中的萝卜和水果中的苹果为例，列示了其实际值与预测值的数据对比表，详见下表17所示。与此同时，为方便观察该模型预测的精度，本文根据表中数据的顺序绘制了萝卜和苹果实际值与多元线性回归预测值的对比图，详见下图7所示。

表17 多元线性回归预测的2003-2012年蔬菜的消费量情况 单位:吨

年份 \ 产量	萝卜消费量 实际值	预测值	相对误差	苹果消费量 实际值	预测值	相对误差
2003	34868431	34525618	0.0098	20061395	20484553	0.0211
2004	34436271	34893637	0.0133	22508201	21819462	0.0306
2005	35356296	35268799	0.0025	22827263	23148032	0.0141
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2010	36665057	36646239	0.0005	31623034	32078540	0.0144
2011	36951516	36809936	0.0038	34210832	33934334	0.0081
2012	37237976	37239368	0.0000	35175789	35284441	0.0031

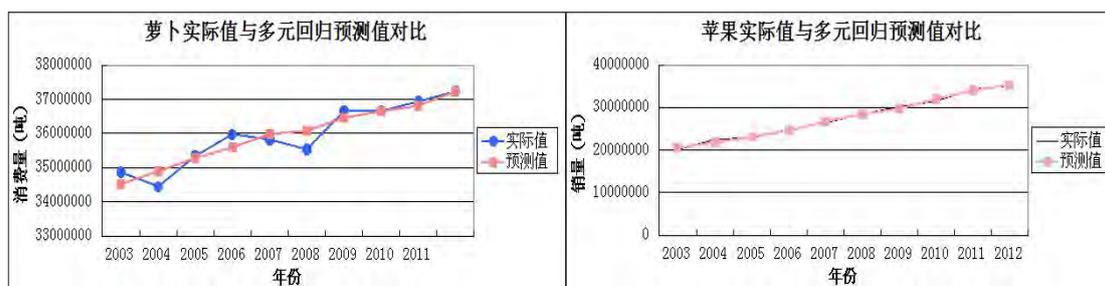


图7 果蔬实际值与多元回归预测值的对比图

#### (4) 多元线性回归模型的预测结果分析

由表 17 和图 7 可看出, 就相对误差而言, 多元线性回归预测模型对主要蔬菜品种和水果品种预测的消费量数据效果较好: 以萝卜和苹果为例, 萝卜的最小误差值为 0, 最大误差值为 0.015; 苹果的最小误差值为 0.0021, 最大误差值为 0.0306。此外, 多元线性回归预测模型预测出的 2003-2012 年的苹果消费量数据几乎与实际值平齐, 因而, 其预测的效果较好。

### 5.5 灰色预测模型<sup>[12-13]</sup>的建立及求解

#### 5.5.1 模型的建立过程

**Step1:** 原始数据为  $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ ;

**Step2:** 计算生成序列  $x^{(1)}$ 。对原始数据  $x^{(0)}$  作一次累加生成  $x^{(1)}$  序列, 即

$$\begin{aligned}x^{(1)} &= (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \\ &= (x^{(1)}(1), x^{(1)}(1) + x^{(0)}(2), \dots, x^{(1)}(n-1) + x^{(0)}(n))\end{aligned}$$

其中  $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) (k=1, 2, \dots, n)$ 。

**Step3:** 计算紧邻均值序列  $z^{(1)}$ , 即

$$z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n))$$

其中均值数列  $z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)$ ,  $k=2, 3, \dots, n$ 。

**Step4:** 得到模型的白化方程: 建立灰微分方程为

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b, \quad k=2, 3, \dots, n$$

根据最小二乘参数估计法估计参数矩阵再利用离散数据系列建立近似的微分方程模型, 得到 GM(1,1) 的白化方程, 即

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b$$

**Step5:** 白化方程的求解: 得到预测值  $\hat{x}^{(0)}$  表达式, 其白色方程的解为时间响应函数

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a}, \quad k=1, 2, \dots, n-1。$$

通过改变  $k$  的值, 可以得出原始数据序列  $x^{(0)}$  的预测值为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), \quad k=1, 2, \dots, n-1$$

综上, 得灰色预测模型:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a}, \quad k=1, 2, \dots, n-1$$

其中,  $\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$ ,  $k=1, 2, \dots, n-1$ 。

#### 5.5.2 GM(1,1) 灰色预测模型求解

本文运用 GM(1,1) 灰色预测模型求解出了主要果蔬的 2003-2012 年的预测值, 本文以萝卜和苹果为例, 列示了预测数据与实际值, 详见下表 18 所示。此外, 为初步观察灰色预测模型的预测精度, 本文根据表中数据绘制了萝卜和苹果实际值与灰色预测值的折线图, 详见下图 8 所示。

表18 灰色预测的2003-2012年蔬菜的消费量情况

单位:吨

年份	萝卜消费量 实际值	预测值	相对误差	苹果消费量 实际值	预测值	相对误差
2003	34868431	34868431	0.0000	20061395	20061395	0.0000
2004	34436271	34867469	0.0125	22508201	22118328	0.0173
2005	35356296	35161918	0.0055	22827263	23484300	0.0288
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2010	36665057	36671888	0.0002	31623034	31688690	0.0021
2011	36951516	36981575	0.0008	34210832	33645704	0.0165
2012	37237976	37293878	0.0015	35175789	35723579	0.0156

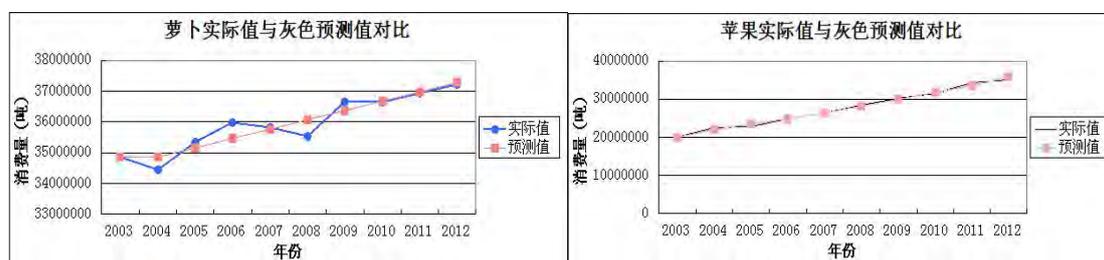


图8 果蔬消费量实际值与灰色预测值对比图

### 5.5.3 结果分析

由表18和图8可看出,灰色预测模型对主要蔬菜品种和水果品种预测的消费量数据具有误差较小的特点:以萝卜和苹果为例,萝卜的最小误差值为0,最大误差值为0.0148;苹果的最小误差值为0,最大误差值为0.0288,其预测出的果蔬消费量误差比多元线性回归预测模型预测的更小。值得指出的是,灰色预测模型预测出的2003-2012年的苹果消费量数据几乎与实际值平齐,因而,其预测的效果较为理想。

### 5.6 三次指数平滑法预测模型<sup>[14-15]</sup>的建立及求解

建立三次指数平滑法的时间序列演化模型,通过预测结果与实际值间的绝对误差、相对误差来检验模型和方法的合理性。

#### 5.6.1 时间序列三次指数平滑法的预测模型的建立

设三次指数平滑法设时间序列为 $y_1, y_2, \dots, y_t, \dots$ ,  $\alpha$ 为加权系数,  $0 < \alpha < 1$ , 当时间序列的变动表现为二次曲线趋势时,则需要用三次指数平滑法。三次指数平滑是在二次指数平滑的基础上,再进行一次平滑,其计算公式为:

$$\begin{cases} S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}^{(1)} \\ S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(2)} \\ S_t^{(3)} = \alpha S_t^{(2)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(3)} \end{cases}$$

其中,  $S_t^{(3)}$ 为三次指数平滑值,  $S_t^{(2)}$ 为二次指数平滑值,  $S_t^{(1)}$ 为一次指数平滑值。

在进行指数平滑时,加权系数的选择是很重要的。 $\alpha$ 的大小规定了在新预测值中新数据和原预测所占的比重。 $\alpha$ 值越大,新数据所占的比重就愈大,原预测

值所占的比重就愈小，反之亦然。同时，新预测值是根据预测误差对原预测值进行修正而得到的。 $\alpha$ 的大小则体现了修正的幅度， $\alpha$ 值愈大，修正幅度愈大； $\alpha$ 值愈小，修正幅度愈小。

综上所述，三次指数平滑法的预测模型为：

$$\hat{y}_{t+T} = a_t + b_t T + C_t T^2, \quad T = 1, 2, \dots$$

$$\begin{cases} a_t = 3S_t^{(1)} - 3S_t^{(2)} + S_t^{(3)} \\ b_t = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)S_t^{(1)} - 2(5-4\alpha)S_t^{(2)} + (4-3\alpha)S_t^{(3)}] \\ c_t = \frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)^2} [S_t^{(1)} - 2S_t^{(2)} + S_t^{(3)}] \end{cases}$$

### 5.6.2 三次指数平滑预测模型的求解

通过 matlab 编程，首先求解得到  $\alpha = 0.2$  时果蔬消费总量基于三次指数平滑预测模型的预测值，部分预测值和误差值结果如下表 19 所示。

表19 时间序列三次指数平滑预测值和误差值结果表

年份	萝卜消费量实际值	$\alpha = 0.2$		苹果消费量实际值	$\alpha = 0.2$	
		预测值	相对误差		预测值	相对误差
2003	34868431	34652351	0.0062	20061395	21284798	0.0610
2004	34436271	34695567	0.0075	22508201	21040118	0.0652
2005	35356296	34643708	0.0202	22827263	21333734	0.0654
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2010	36665057	35532686	0.0309	31623034	25351560	0.1983
2011	36951516	35759160	0.0323	34210832	26605855	0.2223
2012	37237976	35997632	0.0333	35175789	28126850	0.2004

其次，本文根据表 19 的结果，绘制了  $\alpha = 0.2$  时基于时间序列三次指数平滑预测值与实际蔬菜总消费量和水果总消费量的对比图，对比两者结果如下图 9 所示：

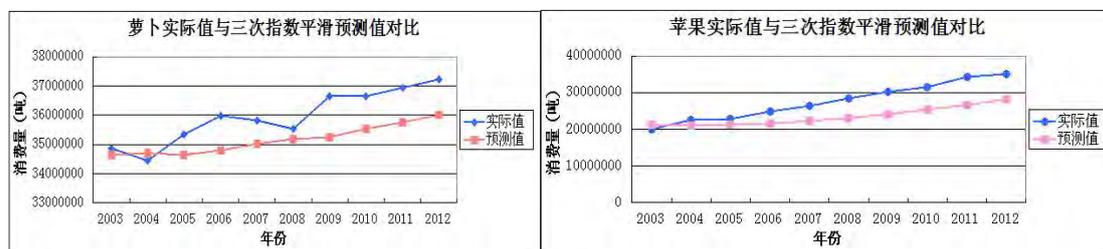


图 9 果蔬总消费量与三次指数平滑预测值对比

### 5.6.3 三次指数平滑预测模型的结果分析

由表 17 和图 9 可知，萝卜消费量的实际值与三次指数平滑预测的误差较小，最大误差为 0.0383，最小误差为 0.0062；但苹果消费量的实际值与三次指数平滑预测值误差较大，最大误差达到 0.2223，且误差有逐年增大的趋势，因而运用三次指数平滑法预测蔬菜的消费量不尽合理。

## 5.7 模型的检验及对比

### 5.7.1 模型检验的准备

初始序列为  $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ ，残差为  $\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon_1^{(0)}, \varepsilon_2^{(0)}, \dots, \varepsilon_n^{(0)})$ ，则模型的预测序列值初始序列值之间的残差序列为

$$\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) = (x_1^{(0)} - \hat{x}_1^{(0)}, x_2^{(0)} - \hat{x}_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} - \hat{x}_n^{(0)})$$

残差相对序列误差为

$$\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n) = \left( \left| \frac{\varepsilon_1}{x_1^{(0)}} \right|, \left| \frac{\varepsilon_2}{x_2^{(0)}} \right|, \dots, \left| \frac{\varepsilon_n}{x_n^{(0)}} \right| \right)$$

初始序列  $x^{(0)}$  的方差为： $S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k^{(0)} - \bar{x})^2$

残差  $\varepsilon^{(0)}$  的方差为： $S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\varepsilon_k^{(0)} - \bar{\varepsilon})^2$ 。

### 5.7.2 模型精度检验的评价指标

本文对预测模型精度的检验引入了五个评价指标：一是平均相对误差；二是平均关联度；三是均方差比值；四是小误差概率；五是预测值和真实值的相关系数。常见的精度等级见下表 20，故可根据该检验等级表对模型进行检验。

表20 灰色模型精度检验等级

等级	指标				
	平均相对误差	平均关联度	均方差比值	小误差概率	预测值与真实值的相关系数
一	0.01	0.90	0.35	0.95	1
二	0.05	0.80	0.50	0.80	0.8
三	0.10	0.70	0.65	0.70	0.5
四	0.20	0.60	0.80	0.60	0.3

五个评价指标分别为：

①平均相对误差  $\bar{\Delta}$ ：

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\varepsilon_k}{x_k^{(0)}}$$

②均方差比值  $C$ ：

$$C = \frac{S_2}{S_1}$$

③平均关联度  $g_i$ ：

$$g_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_i(k)$$

其中， $\xi_i(k) = \frac{\min_s \min_t |x_0(t) - x_s(t)| + \rho \max_s \max_t |x_0(t) - x_s(t)|}{|x_0(t) - x_s(t)| + \rho \max_s \max_t |x_0(t) - x_s(t)|}$

④小误差概率  $p$ ：

$$p = p\{(|\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}|) < 0.6745S_1\}$$

⑤相关系数  $r$  :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}$$

### 5.7.3 模型精度检验的评价指标的求解

本文通过 MATLAB 软件对蔬菜和水果的多元线性回归预测模型、灰色预测模型、三次指数平滑时间序列预测模型这三种模型的五个精度指标进行了求解, 详见下表 21 所示。此外, 本文将蔬菜和水果消费总量的实际值和用三种模型分别预测的值结合起来绘制了折线趋势图, 详见下图 10 所示。

表21 果蔬的三种预测模型精度指标值

	模型	$\bar{\Delta}$	$C$	$g_i$	$p$	$r$
蔬菜	多元线性回归	0.016077	9.03E-06	0.606903	0.95	0.864249
	灰色预测	0.020235	1.91E-08	0.659167	1	0.952311
	三次指数平滑	0.082961	3.48E-08	0.610200	0.95	0.814958
水果	多元线性回归	0.052001	1.22E-06	0.641973	0.9375	0.886209
	灰色预测	0.071635	9.59E-07	0.616809	1	0.926703
	三次指数平滑	0.155254	1.29E-06	0.581460	0.9375	0.788660

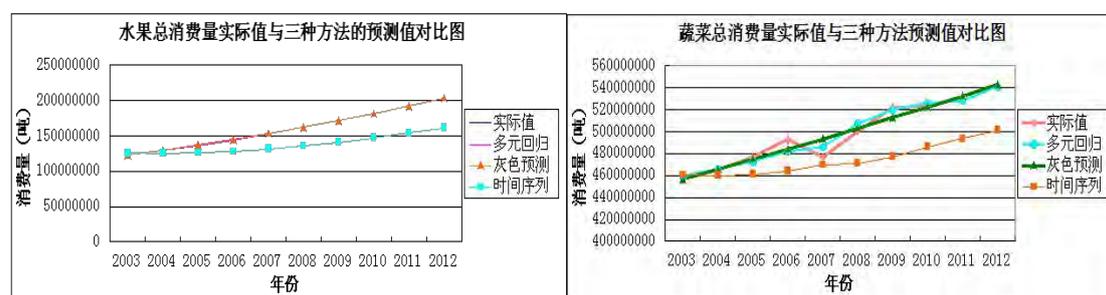


图 10 果蔬总消费量实际值与三种模型预测值的对比图

由图 10 可知, 水果消费量的实际值与灰色预测模型预测出的数据线基本重合, 三次指数平滑时间序列预测模型预测值与实际值相差最大; 蔬菜总消费量的实际值与灰色预测模型的数据折线图最为接近, 多元线性回归模型次之, 三次指数平滑时间序列预测模型偏离最远。

### 5.7.4 模型精度检验的评价指标的结果分析

根据表 21 的果蔬五种预测模型精度指标值, 可得到如下结果:

(1) 就平均相对误差指标  $\bar{\Delta}$  而言, 用于蔬菜消费量的预测模型中, 多元线性回归模型是最优的, 平均相对误差为 0.016077, 列为一等, 此时, 这三种模型预测精度有强到弱排序依次为: 多元线性回归模型 > 灰色预测模型 > 三次指数平滑预测模型; 用于水果消费量的预测模型中, 多元线性回归模型亦为最优, 灰色预测模型的精度次之, 为 0.071635, 三次指数平滑预测模型精度最小, 为 0.155254。因此, 就平均相对误差指标而言, 果蔬消费量预测模型精度最优的是多元线性回

归模型。

(2) 就均方差比值  $C$  而言, 无论是蔬菜还是水果的消费量预测模型, 三种预测模型的精度由大到小排序依次均为灰色预测模型>三次指数平滑预测模型>多元线性回归模型, 果蔬灰色预测模型分别  $1.91E-08$ ,  $9.59E-07$ , 均为一等, 表明灰色预测模型的稳定性最好, 预测精度最高。

(3) 从平均关联度  $g_i$  指标、小误差概率  $p$  指标、相关系数这三个指标来看, 由表 21 求得的精度值可清晰地看出, 无论是蔬菜还是水果的消费量预测模型, 灰色预测模型预测精度均是最优的。

故综合五个精度检验的评价指标可知, 灰色预测模型对蔬菜和水果的预测精度最高, 优于多元线性回归模型和三次指数平滑预测模型, 因而其可用于对未来果蔬消费量的预测。。

## 5.8 灰色预测模型对 2013-2022 年果蔬消费量的预测

本文拟根据 2003-2012 年我国果蔬消费量, 用  $GM(1,1)$  灰色系统模型预测出 2013-2022 年我国主要果蔬产品的消费量及其发展趋势。

### 5.8.1 预测结果的求解

本文基于灰色预测模型, 运用 MATLAB 软件, 求解了 2013-2022 年的蔬菜和水果的消费量, 详见下表 22, 表 23 所示。

表 22 预测的 2013-2022 年蔬菜的消费量情况 单位: 吨

年份 \ 产量	蔬菜	萝卜	胡萝卜	.....	甘蓝	芹菜	菠菜
2013	553376737	37608868	14759010	.....	6830400	17320854	12423427
2014	564080871	37926468	15130102	.....	5964244	17611720	12631424
2015	574992058	38246750	15510524	.....	5207924	17907471	12842903
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2020	632796718	39889194	17561013	.....	2643692	19462412	13954609
2021	645037097	40226051	18002556	.....	2308448	19789241	14188242
2022	657514245	40565753	18455202	.....	2015716	20121558	14425786

表 23 预测的 2013-2022 年水果的消费量情况 单位: 吨

年份 \ 产量	总产量	苹果	香蕉	.....	柿子	菠萝	樱桃
2013	214935238	37929722	7395127	.....	2787053	950173	25970
2014	227463313	40272165	7953789	.....	2961307	974183	27902
2015	240721620	42759271	8554654	.....	3146456	998800	29978
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2020	319546295	57697482	12312451	.....	4261015	1131536	42916
2021	338171905	61260731	13242589	.....	4527425	1160129	46108

2022	357883159	65044037	14242995	……	4810493	1189445	49539
------	-----------	----------	----------	----	---------	---------	-------

### 5.8.2 果蔬消费量的预测趋势

为便于观测果蔬未来十年的消费量发展趋势，本文选取图5和图6分析的结果，以近十年来消费量最大的蔬菜（萝卜、白菜、大白菜、西红柿）和水果（苹果、橘子、西瓜、哈密瓜）为例，运用 EXCEL 绘制出了其2013-2022年的消费量走势图，详见图11和图12。

由图11和图12可清晰地看出，蔬菜和水果的消费量在2013-2022年基本呈逐年稳定上升的趋势，这在另一层面说明未来十年我国果蔬的市场潜力较大。

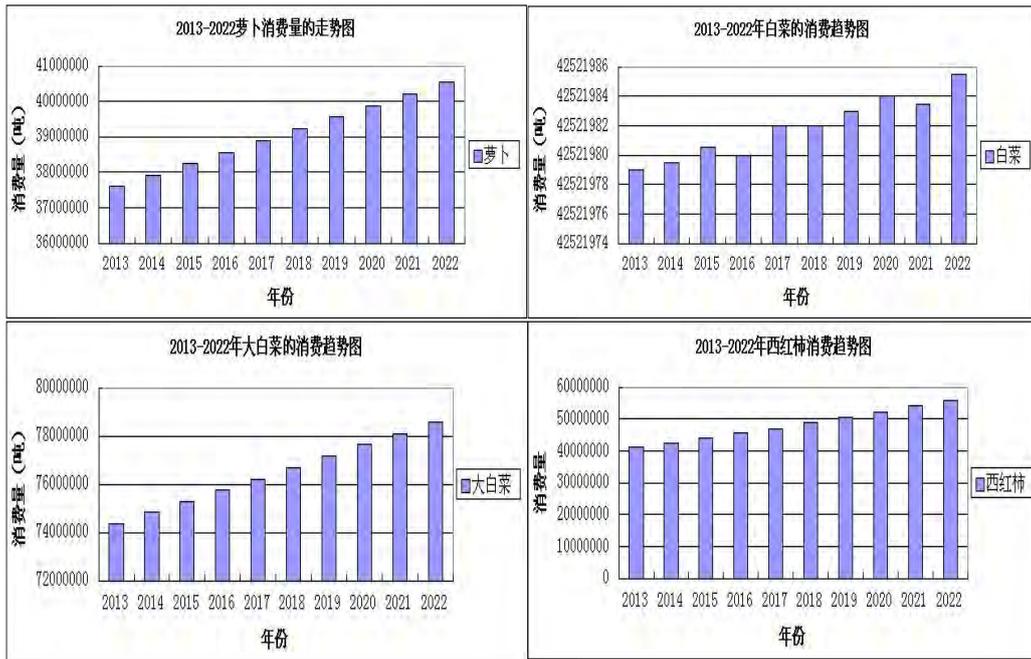


图 11 四种蔬菜的 2013-2022 年的消费量走势图

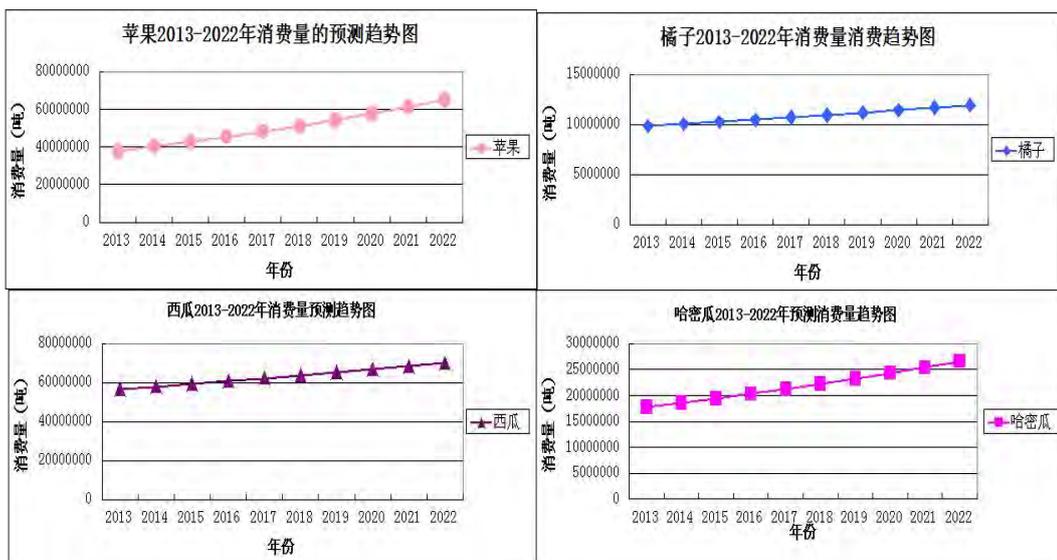


图 12 四种水果 2013-2022 年消费量预测趋势图

## 六、问题二的模型建立与解答

问题二要求摸清我国居民矿物质、维生素、膳食纤维等营养素摄入现状。

首先，为评价中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平合理性，本文建立了营养素人均日摄入量计算模型、模糊综合评价模型，拟通过合理的标准来进行判断。

其次，对于2013-2022年中国居民的人体营养健康状况的预测与变化趋势的把握，本文的研究思路是：首先，根据问题一中运用精度最高的灰色预测模型预测的2013-2022年果蔬的消费量，求得我国居民未来十年的营养均衡系数，并根据合理的标准得到营养均衡情况；其次将2013-2022年与十年前的居民营养均衡系数与人体营养均衡情况进行对比。

### 6.1 模型的准备

#### 6.1.1 2013-2022年总人口数的预测

本文拟用2003-2012年历年总人口数建立 Logistic 回归模型来预测 2013-2022 年历年总人口数。

(1) Logistic 回归模型建立

历年人口数的 **Logistic 回归模型**为：

$$x(t) = \frac{x_m}{1 + ae^{-rt}}$$

其中， $x_m$  为最大人口容量， $r$  为人口增长率

$$a = \frac{x_m}{x(0)} - 1, \quad x_0 \text{ 为初始年 } (t=0) \text{ 的人口数。}$$

(2) Logistic 回归模型的求解

本文首先运用 Matlab 软件计算得到了总人口的 Logistic 人口预测函数：

$$x(t) = \frac{147.2059}{1 + 0.2525e^{-0.0657t}}$$

该模型的拟合优度为  $R^2 = 0.9997$ ，这说明本模型拟合地非常好，适用于总人口的预测分析。

其次，利用 Logistic 预测函数得到了 2003-2012 年预测的人口数据，拟合如下图 13 所示：

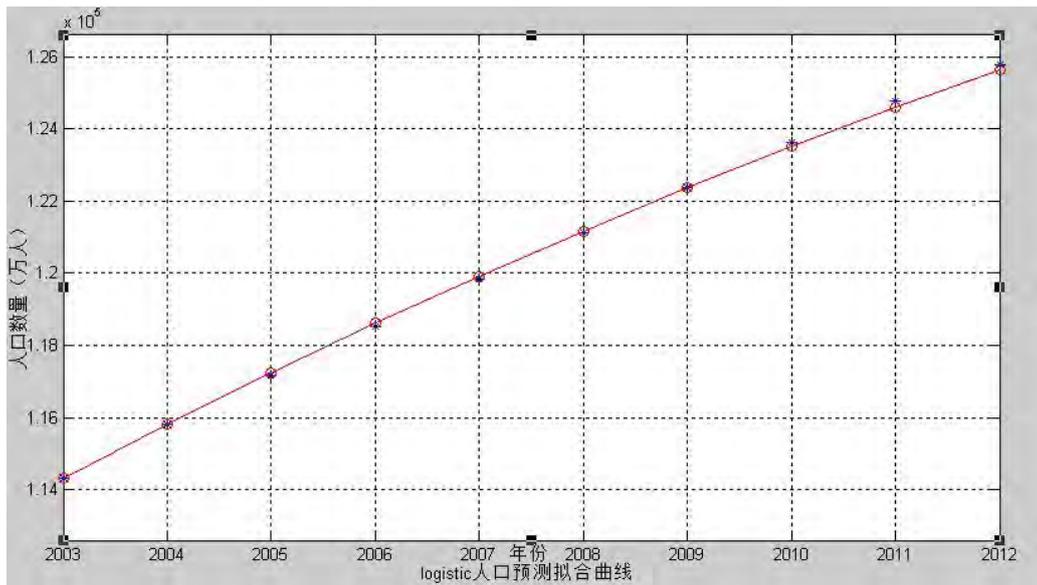


图 13 2003-2012 年 logistic 人口预测的的总人口数

最后，本文运用 logistic 模型对 2013-2020 年的总人口数进行预测，结果见下表 24 所示：

表24 2013-2022年历年总人口数 单位：千万人

年份	2013	2014	2015	2016	2017
总人口数	135.6469	136.1037	136.5343	136.9399	137.3220
年份	2018	2019	2020	2021	2022
总人口数	137.6817	138.0203	138.3388	138.6384	138.9202

### 6.1.2 2003-2022年我国居民主要蔬菜人均日消费量的计算

首先，本文根据问题一中消费量计算模型所求解的2003-2012年历年果蔬的消费量（见上表14，表15）及《中国统计年鉴2013》中2003-2012年的总人口数（见上表3）计算了2003-2012我国居民年主要果蔬人均日消费量。

其次，本文结合问题一中灰色预测模型预测出的2013-2020年历年果蔬的消费量（见上表22、23）及Logistic回归模型预测出的2013-2020年历年总人口数计算了2013-2022年我国居民主要果蔬人均日消费量。

最后，得到了2003-2022年我国居民主要果蔬人均日消费量，结果详见下表 25所示。

表 25 2003-2022 年我国居民主要果蔬人均日消费量 单位：克

年份	水果				蔬菜			
	苹果	香蕉	.....	樱桃	萝卜	胡萝卜	.....	菠菜
2003	42.53	7.92	.....	0.02	73.92	25.00	.....	22.70
2004	47.44	8.03	.....	0.03	72.58	25.18	.....	22.47

.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2011	69.56	13.38	.....	0.05	75.14	28.48	.....	24.39
2012	71.17	13.50	.....	0.05	75.35	28.96	.....	24.63
2013	76.33	14.88	.....	0.05	75.69	29.70	.....	25.00
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2021	118.41	25.60	.....	0.09	77.75	34.80	.....	27.42
2022	125.09	27.39	.....	0.10	78.01	35.49	.....	27.74

## 6.2 营养素人均日摄入量计算模型的建立及求解

众所周知，居民营养素摄入量与主要果蔬消费量及各果蔬营养成分含量密切相关，如维生素C可从多种水果蔬菜中摄取，只是摄入量大小有差异，而一种果蔬可提供多种营养成分。为了评价中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平的合理性，本文首先建立了营养素人均日摄入量计算模型来，以求解每年主要果蔬消耗中各营养成分的人均日摄入量。

### 6.2.1 营养素人均日摄入量计算模型的建立

对营养成分  $j$ ，人均日摄入量为：

$$\varphi_{jt} = \sum_i \frac{q_{it} \cdot c_{ij}}{365N_t}$$

其中， $q_{it}$  为第  $t$  年水果（蔬菜）品种  $i$  的消耗量  
 $c_{ij}$  为水果（蔬菜）品种  $i$  中营养成分  $j$  的含量  
 $N_t$  为第  $t$  年全国总人口数。

### 6.2.2 营养素人均日摄入量计算模型的求解

运用该营养素人均日摄入量计算模型，并依据题中附件1中的常见果蔬营养成分表及附件4（中国居民膳食营养素参考日摄入量），易求得2003-2022年主要果蔬消耗中各营养成分人均日摄入量，详见下表26和表27所示。

表 26 2003-2022 年主要蔬菜消耗中各营养成分人均日摄入量

营养素 年份	膳食纤维 (克)	维生素 A (微克)	维生素 C (毫克)	.....	钠 (毫克)	钙 (毫克)	铁 (毫克)
2003	6.89738	723.00715	223.00455	.....	301.30895	319.26823	6.18536
2004	6.95924	729.59089	223.53760	.....	302.07304	320.75064	6.22932
2005	7.04136	735.10598	225.48246	.....	302.49722	322.10528	6.29977
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2011	6.87438	778.87898	208.68993	.....	301.40069	323.04380	6.22576
2012	6.85459	785.73739	206.25340	.....	301.19115	323.22889	6.21851

2013	7.25835	838.20383	217.11905	.....	318.30100	341.84028	6.59269
2014	7.26987	846.63195	215.86844	.....	318.52183	342.51782	6.61014
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2021	7.54988	918.36960	213.97954	.....	324.14608	352.36398	6.88429
2022	7.61107	930.01937	214.40126	.....	325.28365	354.25754	6.93898

表 27 2003-2022 年主要水果消耗中各营养成分人均日摄入量

年份 \ 营养素	维生素 B12 (微克)	维生素 A (微克)	叶酸 (微克)	.....	硒 (微克)	钙 (毫克)	铁 (毫克)
2003	0.22745	327.30948	21.80735	.....	1.18989	31.25036	0.64925
2004	0.24668	336.86901	23.04760	.....	1.27509	32.72111	0.68237
2005	0.26566	350.09129	24.56505	.....	1.33053	34.12734	0.72139
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2011	0.29005	420.40888	33.82857	.....	1.99038	43.79321	0.95107
2012	0.29601	430.66386	34.98592	.....	2.04816	45.28848	0.97645
2013	0.31301	462.83013	39.455669	.....	2.38148	49.561437	1.092521
2014	0.31913	477.32197	41.938342	.....	2.55920	51.915405	1.148268
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2021	0.36743	602.02377	70.132088	.....	4.75221	76.274867	1.721916
2022	0.37496	623.54319	76.563405	.....	5.29194	81.402811	1.842353

### 6.2.3 参考营养素的筛选

考虑到主要果蔬营养素含量的多样性,本文可结合居民膳食基本营养素种类筛选出维生素 A、B1、B2、C、E、钙、铁、钠、锌、硒共 10 中营养成分作为参考营养素,进而对中国居民的营养素年摄入量的合理性进行评估。

## 6.3 模糊综合评判模型<sup>[16-18]</sup>的建立及求解

### 6.3.1 模型原理

模糊评价模型就是对多种影响因素的实物和现象进行总的评价,且在评价过程中最显著的特征就是涉及模糊因素。由于各种复杂多变的不确定性因素的影响,难于用解析方法作定量的分析,而通过模型综合评价,将会使问题得到满意解决。该方法能够综合考虑影响系统的多个因素,把人为对个别因素的喜好或偏见降低到最小程度,更能够反映事物的真实情况。

故本文拟建立模糊综合评价模型对中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平的合理性做出定量综合评价。

### 6.3.2 模型的建立

鉴于该模型的前提条件是对个影响指标划分一定数量的等级。因此,本文拟通过确定分界标准值、建立评价因素集、建立评价等级集、建立评价矩阵  $R$ 、确定权重向量  $W$ 、得出加权后的评价矩阵这六个步骤建立基于模糊综合评价法的

中国居民营养素年摄入量水平合理性评价模型。

模型构建的具体流程见下图 14 所示。

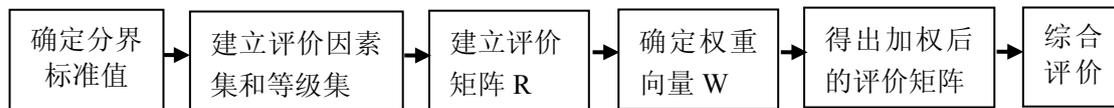


图 14 模型构建的流程图

### Step1: 确定分界标准值

从人体均衡营养上看，维生素 A、B1、B2、C、E、钙、铁、钠、锌、硒共 10 种营养成分的人均日摄入量达到适量值就是合理的，超过或低于适量值均看做是不合理的。由于本文只选取部分主要果蔬进行研究，故在参考人均日摄入量标准值的情况下，依据筛选出的 32 种果蔬的营养成分含量值确定分解标准值。首先对各项指标进行分级，共分为共六个等级。

#### 分等级原则如下：

首先，将每年的各项指标按照从小到大的顺序进行排序；其次，分别求出各项指标排序后相邻两数的差值，选取差值最大的五个作为分界点；最后，取分界点两数的平均值作为分类标准值，详见下表 28 所示：

表28 排序后的各年主要果蔬消耗中10种营养成分人均日摄入量

维生素 A (微克)	相邻两数差值	...	钙 (毫克)	相邻两数差值
1050.31663		...	350.51859	
1066.45990	<b>16.14327</b>	...	353.47175	<b>2.95316</b>
1085.19727	<b>18.73738</b>	...	356.23263	<b>2.76087</b>
1101.67825	16.48098	...	362.45802	0.78974
1115.37210	13.69385	...	361.18184	0.69666
1122.89216	7.52006	...	357.02236	<b>3.46282</b>
1137.83524	14.94308	...	357.71902	1.27617
1177.60551	<b>39.77027</b>	...	364.21797	<b>1.75995</b>
1199.28786	<b>21.68235</b>	...	366.83701	<b>2.61904</b>
1216.40125	<b>17.11339</b>	...	368.51736	1.68035

对于维生素 A，找出最大五个差值 39.77027、21.68235、18.73738、17.11339、16.48098；对于钙，最大五个差值分别为 3.46282、2.95316、2.76087、2.61904、1.75995。

并以此分界为依据，求出各项指标的分界标准值如下表 29 所示：

表29 各项指标分等级表格

	等级一	等级二	等级三	等级四	等级五	等级六
A	≤1100	1100 ~ 1200	1200 ~ 1300	1300 ~ 1400	1400 ~ 1500	>1500
B1	≤0.37	0.37 ~ 0.4	0.4 ~ 0.43	0.43 ~ 0.5	0.5 ~ 0.55	> 0.55
B2	≤0.52	0.52 ~ 0.56	0.56 ~ 0.6	0.6 ~ 0.65	0.65 ~ 0.71	> 0.71
C	≤260	260 ~ 285	285 ~ 300	300 ~ 320	320 ~ 350	> 350
E	≤390	390 ~ 420	420 ~ 450	450 ~ 500	500 ~ 550	> 550

钙	≤ 360	360 ~ 380	380 ~ 400	400 ~ 420	420 ~ 440	> 440
铁	≤ 7	7 ~ 7.3	7.3 ~ 7.6	7.6 ~ 8	8 ~ 8.5	> 8.5
钠	≤ 315	315 ~ 325	325 ~ 335	335 ~ 345	345 ~ 350	> 350
锌	≤ 2.2	2.2 ~ 2.25	2.25 ~ 2.3	2.3 ~ 2.35	2.35 ~ 2.4	> 2.4
硒	≤ 6.2	6.2 ~ 6.9	6.9 ~ 7.3	7.3 ~ 8	8 ~ 9	> 9

**Step2: 建立评价因素集。**

对中国居民营养素年摄入量水平综合评价，将维生素 A、B1、B2、C、E、钙、铁、钠、锌、硒共 10 中营养成分的人均日摄入量作为评判的标准。故我们设定因素集：

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}。$$

**Step3: 建立评价等级集**

设定评价等级集  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。分别等级一、等级二、等级三、等级四、等级五、等级六。

**Step4: 建立评价矩阵  $R$**

本题参与评价的因素  $m$  有 10 个，居民营养素年摄入量各个指标的评价标准  $n$  有 6 个级别。对  $U$  中每一个因素根据评判规则进行模糊评判。 $r_{ij}$  表示第  $i$  种评判指标第  $j$  个等级的可能性，即  $r_{ij}$  是  $i$  对  $j$  的隶属度，所以可得到评判矩阵如下：

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{pmatrix}$$

因  $r_{ij}$  是  $i$  对  $j$  的隶属度，本文借鉴水质等级评判《地表水环境质量标准》对各类水质的隶属度计算公式。得到本题中隶属度公式如下：

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & c_i \geq s_j \\ \frac{c_i - s_{j+1}}{s_j - s_{j+1}} & s_j > c_i > s_{j+1} \\ 0 & c_i \leq s_{j+1} \end{cases}$$

$$r_{i(j-1)} = 1 - \frac{c_i - s_{j+1}}{s_j - s_{j+1}}$$

其中，对每一年主要水果消耗中各营养成分人均日摄入量来说， $c_i$  是第  $i$  个评判标准的值， $s_j$  是第  $j$  类的分类标准边界值。这样对每一年主要水果消耗中各营养成分人均日摄入量，都可以得出一个评判矩阵  $R_i$ 。

**Step5: 确定权重向量  $W$**

当然，实质上来说，各个评判标准在对对中国居民营养素年摄入量是否合理的综合评价中起到的作用不会完全相同。故本文需要对各个因素设定一个权重系数。

本文采用评价因子贡献率的方法来确定权重向量，每个指标的权重计算公式如下：

$$w_i = \frac{S_j}{\sum_j S_j}$$

其中  $S_j$  为居民膳食营养成分  $j$  的日摄入量。

故，各个评价指标的权重分配为：

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_m]$$

**Step6: 得出加权后的评价矩阵**

$$T = W \cdot R = (t_1, t_2, \dots, t_n)$$

即  $T$  为考虑权重系数后的评价矩阵，元素  $t_k$  ( $k=1,2,3,4,5,6$ ) 代表的意义为被分为第  $k$  等的概率。

**Step7: 建立基于模糊综合评价法的中国居民营养素年摄入量水平合理性模型**

为了得到营养均衡系数，本文定义了矩阵  $B = (1,2,3,\dots,n)$ ，可得出营养均衡系数为：

$$\alpha = T \cdot B^T$$

### 6.3.3 模型的求解

本文用 Matlab 求出了近 10 年的中国居民营养年摄入水平的综合评定值及营养均衡状况排序，最终得到的综合评价值在 3.6091 和 4.2332 之间，且值越接近于这个区间，表示居民营养摄入水平越合理。如下表 30：

表30 2003-2012年居民营养摄入水平的综合值

年份	$\alpha$	均衡情况	均衡状况排序
2003	3.2983	不均衡	1
2004	3.2283	不均衡	2
2005	3.0940	不均衡	4
2006	2.7378	不均衡	9
2007	2.6163	不均衡	10
2008	2.8433	不均衡	6
2009	3.1852	不均衡	3
2010	2.7677	不均衡	7
2011	2.7677	不均衡	8
2012	2.8547	不均衡	5

为便于观察 2003-2012 年我国居民营养摄入水平综合值变化趋势，本文根据表中的数据，绘制了我国居民 2003-2012 年营养摄入水平综合值变化趋势图，详见下图 15 所示。

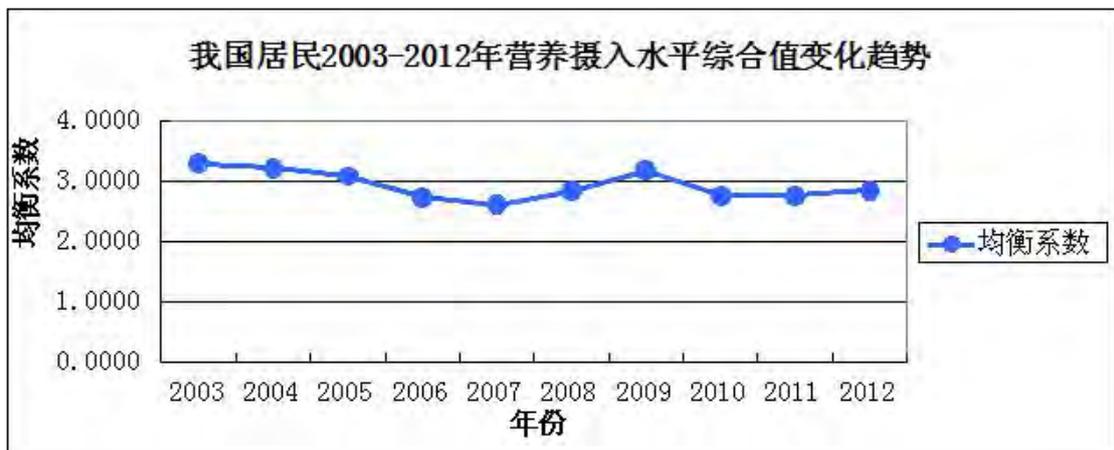


图 15 我国居民 2003-2012 年营养摄入水平综合值变化趋势

### 6.3.4 模型的结果分析

由表 30 和图 15 可得到如下结果：

首先，我国居民近十年矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的年摄入量水平较低，营养均衡状况着实令人堪忧，居民生活水平与小康尚有一定的差距。表 30 中显示，2003-2012 年我国居民的营养摄入水平综合值全部小于合理的营养均衡区间 $[3.6091, 4.2332]$ ，其中，2003 年居民的营养摄入水平综合值最大，为 3.2983，与均衡水平最为接近，2007 年居民的营养摄入水平综合值最小，为 2.6163，与均衡水平偏离最远，说明我国居民生活水平暂未达到小康。

其次，我们也可得知，2003-2012 年我国居民的营养摄入状况由好到坏排名前五的依次是 2003 年，2004 年，2009 年，2005 年，2012 年；2011 年，2006 年，2007 年的营养摄入状况最差。

## 6.4 对 2013-2022 年中国居民营养均衡状况的预测

### 6.4.1 2013-2022 年我国居民营养均衡系数的求解

对于 2013-2022 年中国居民的人体营养健康状况的预测，本文首先运用问题一中精度最高的灰色预测模型预测的 2013-2022 年果蔬的消费量数据（见上表 22，表 23），并结合营养素人均日摄入量计算模型、模糊综合评判模型求得了我国居民未来十年的营养均衡系数，详见下表 31 所示。

表31 2013-2022年居民营养摄入水平的综合值

年份	$\alpha$	均衡情况
2013	3.5500	不均衡
2014	3.7063	均衡
2015	3.9371	均衡
2016	4.0327	均衡
2017	4.2418	不均衡
2018	4.2418	不均衡
2019	4.2974	不均衡
2020	4.1604	均衡
2021	4.0015	均衡
2022	3.8194	均衡

其次，为便于观察，本文将表 31 中的数据绘制了相应的居民营养均衡系数综合值走势图，详见下图 16 所示。

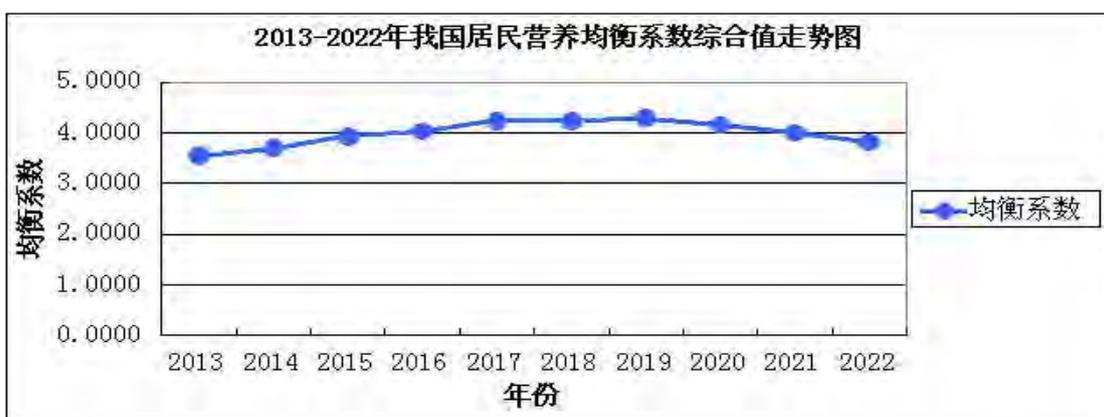


图 16 2013-2022 年我国居民营养均衡系数综合值走势图

最后，为判断 2013-2022 年我国居民的营养健康状况是否趋于好转，本文将近十年（2003-2012 年）与预测求解的未来十年（2013-2022 年）的居民营养均衡系数综合值进行了对比，详见下表 32 所示。与此同时，本文根据表 32 中的近十年与未来十年民营养均衡系数综合值，绘制了对比的柱状图，详见下图 17 所示。

表32 我国居民近十年与未来十年营养均衡系数综合值与均衡状况的对比

年份	$\alpha$	均衡情况	年份	$\alpha$	均衡情况
2003	3.2983	不均衡	2013	3.5500	不均衡
2004	3.2283	不均衡	2014	3.7063	均衡
2005	3.0940	不均衡	2015	3.9371	均衡
2006	2.7378	不均衡	2016	4.0327	均衡
2007	2.6163	不均衡	2017	4.2418	不均衡
2008	2.8433	不均衡	2018	4.2418	不均衡
2009	3.1852	不均衡	2019	4.2974	不均衡
2010	2.7677	不均衡	2020	4.1604	均衡
2011	2.7677	不均衡	2021	4.0015	均衡
2012	2.8547	不均衡	2022	3.8194	均衡

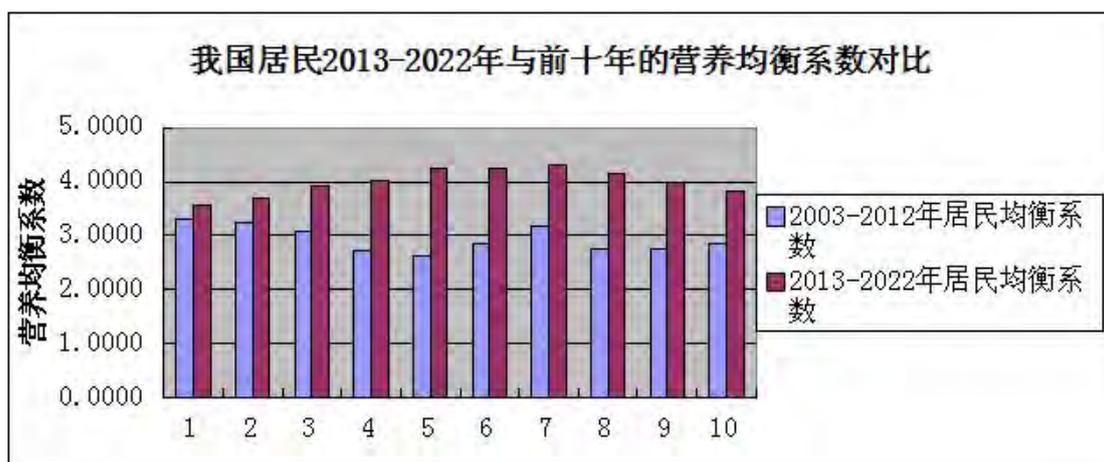


图 17 我国居民 2013-2022 年与前十年营养均衡系数的对比

#### 6.4.2 对 2013-2022 年我国居民营养均衡状况的结果分析

(1) 就 2013 年-2022 年我国居民的营养均衡系数值而言，大多数年份居民的营养健康状况较好。

由表 31 和图 16 可知，我国居民 2013-2022 年矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的年摄入水平综合值大都在综合评价值营养均衡区间 [3.6091, 4.2332] 范围之内，如 2014 年营养均衡值为 3.7063，2015 年为 3.9371，2016 年为 4.0327，2020 年为 4.1604，2021 年为 4.0015，2022 年为 3.8194。

此外，2013 年，2017 年，2018 年，2019 年的居民营养素年摄入水平综合值都在营养均衡区间范围左右，其中，2013 年几乎接近于营养均衡，为 3.5500，表明我国居民的营养摄入尚未达到均衡。而 2017-2019 年这三年的居民营养素年摄入水平综合值均略高于营养均衡区间，分别为 4.2418，4.2418，4.2974，属于营养略剩余的情况，说明我国居民的膳食结构可能会导致“营养过剩”。

(2) 从与十年前的居民营养均衡系数与均衡情况对比来看, 中国居民的人体营养健康状况趋于好转。

由表 32 和图 17 可知, 相较于前十年的营养均衡系数, 我国居民 2013-2022 年综合值略大, 且大部分在综合评价值营养均衡区间[3.6091,4.2332]范围之类。

此外, 相较于前十年的营养均衡情况, 我国居民 2013-2022 年明显较优, 其中, 有六年居民的营养健康状况良好, 一年居民的营养摄入接近于均衡状况, 有三年居民营养略剩余。这说明我国居民的食物结构水平将由温饱向小康水平过度。

综上所述, 我国居民未来十年(2013-2022 年)的人体营养健康状况是趋于好转的状况。

## 七、问题三的模型建立与解答

问题三要求为当今中国居民提供主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量, 使人们能够以较低的成本满足自身的营养健康需要。

本文拟分区域, 分季节算出我国居民按年度的人均消费量。为便于合理的搜集果蔬的价格, 本文从华东、华南、华北、华中、西南、西北、东北七区各抽取一个代表城市(上海、海口、北京、武汉、昆明、乌鲁木齐、哈尔滨)作为研究对象。

此外, 为使我国居民能以较低的成本满足自身的营养健康需要, 本文建立了单目标规划模型对年度合理人均消费量进行求解。

### 7.1 模型的准备

#### 7.1.1 确定各营养成分人均日摄入量的标准范围

本文首先根据问题二中求解的2003-2022年中达到均衡的年份(见上表32)及问题二中的主要果蔬消耗中各营养成分人均日摄入(见上表26, 表27)的相关结果的数据, 找出了各营养成分人均日摄入最大最小值。其次, 本文将其设置为各营养成分人均标准日摄入量的标准, 详见下表33所示:

表33 : 各营养成分人均日摄入量标准

成分	生物素	碳水化合物	维生素 B1	铁	维生素 C
标准	190.8~226.17	33.22~34.32	0.43~0.46	7.84~8.16	288~305
成分	锌	能量	烟酸	维生素 A	维生素 B2
标准	2.284~2.315	192.7~196.9	1.42~1.86	1350~1410	0.6~0.65
成分	碳水化合物	胡萝卜素	膳食纤维	维生素 E	钙
标准	33.22~34.32	550.7~614.5	7.34~7.48	495~525	398~409
成分	钾	叶酸	磷		
标准	528.58~580	44.68~51.23	58.7~66.47		

#### 7.1.2 求解全国各区各季度果蔬人均日花费

(1) 计算模型的建立

2012年全国各地区各季度果蔬实际人均日花费  $W_s^{(k)}$  为:

$$W_s^{(k)} = \sum_i \frac{q_{it}}{365N_t} \cdot b_{is}^{(k)}$$

其中， $q_{it}$  为第  $t$  年果蔬  $i$  的消耗量， $N_t$  为第  $t$  年全国总人口数， $b_{is}^{(k)}$  表示地区  $k$  季度  $s$  的果蔬  $i$  价格， $k = 1, 2, \dots, 7$ 。

### (2) 模型的求解

根据该计算模型求解的全国各区各季度果蔬人均日花费结果如下表34所示。

表34 2012年全国当前各区各季度果蔬人均日花费 单位：元

区域 \ 季节	华北	东北	华东	华中	华南	西南	西北
春	4.76	4.43	4.60	4.74	4.19	4.12	4.21
夏	4.57	4.20	4.48	4.43	3.69	4.22	3.92
秋	4.91	4.26	4.57	4.65	3.79	4.14	3.84
冬	4.29	4.53	5.12	4.78	4.30	4.61	3.93

### 7.1.3 分类果蔬所富含元素的整理

根据问题一中的Ward系统聚类模型求得的果蔬聚类明细（见上表8，表9）和附件中常见的蔬菜营养成分表、常见的水果营养成分表，可整理出分类后的主要果蔬中所含营养元素，如下表35所示。

表35 果蔬聚类部分结果

聚类	富含元素
木耳、香菇、蘑菇	维生素D、铁等
生菜、韭菜、小白菜、菠菜、胡萝卜	膳食纤维素等
南瓜、丝瓜、冬瓜、西红柿、黄瓜、萝卜	碳水化合物等
土豆、蒜苗、油菜、圆白菜、大白菜、青椒、苦瓜、菜花	维生素C、铁等
...	...
无花果、柠檬、橘子、金橘、橙子	柠檬酸、钙等
山楂、桑葚、殷桃、草莓	维生素C、磷
火龙果、椰子、猕猴桃、榴莲、大枣、龙眼、柚子、香蕉	维生素B、钙

## 7.2 单目标规划模型的建立

由于同一营养成分，水果与水果之间、蔬菜与蔬菜之间、水果与蔬菜之间从营养学角度在一定程度上可以相互替代、相互补充，因此，为了使得成本尽可能的少，在同类可替代补充果蔬类中，应尽量选择购买价格较低的果蔬。本文基于上述原则建立了合理的人均主要果蔬日消费量的单目标优化模型。

模型的建立过程如下：

### (1) 目标函数的确定

在保证营养均衡满足健康需要条件下，主要果蔬人均购买成本尽可能少，故以各地区各季度果蔬人均日花费  $w_s^{(k)}$  最小为目标，即

$$\min w_s^{(k)} = \sum_i \bar{Q}_i^{(k)} \cdot b_{is}^{(k)}$$

其中， $\bar{Q}_i^{(k)}$  表示地区  $k$  主要果蔬  $i$  的人均日消费量

$b_{is}^{(k)}$  表示地区  $k$  季度  $s$  的果蔬  $i$  价格,  $k=1,2,\dots,7$ 。

**(2) 约束条件的确定**

(i) 为了达到营养均衡, 主要果蔬消费中各营养成分人均日摄入量应在营养均衡时各元素人均日摄入量标准范围内, 则约束条件为:

$$\bar{m}_j \leq \bar{Q}_i^{(k)} \cdot c_{ij} \leq \bar{M}_j$$

其中,  $c_{ij}$  表示果蔬  $i$  中营养成分  $j$  的含量

$\bar{m}_j$ 、 $\bar{M}_j$  分别表示果蔬消费中营养成分  $j$  的人均日摄入量的最小、最大值。

(ii) 为了保证居民营养均衡满足健康需要条件, 就要保证居民主要果蔬人均日消费量不大于主要果蔬人均日供给量<sup>[19]</sup>, 约束条件为:

$$\bar{Q}_i^{(k)} \leq \bar{V}_i^{(k)}$$

其中,  $\bar{V}_i^{(k)}$  为各地区果蔬  $i$  的人均日供给量。

综上所述, 合理的人均果蔬日消费量的单目标规划模型为:

$$\begin{aligned} \min & \sum_i \bar{Q}_i^{(k)} \cdot b_{is}^{(k)} \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \bar{m}_j \leq \bar{Q}_i^{(k)} \cdot c_{ij} \leq \bar{M}_j \\ \bar{Q}_i^{(k)} \leq \bar{V}_i^{(k)} \\ k = 1, 2, \dots, 7 \\ s = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \end{aligned}$$

**7.3 单目标规划模型的求解**

利用MATLAB, 首先求解得到满足约束条件的2012年7个区域各季度达到营养标准时合理的人均果蔬日消费量  $\bar{Q}_i^{(k)}$  及人均日花费  $w_s^{(k)}$ , 详见下表36和表37所示。为便于观察, 本文根据表31中的数据, 以华北地区、东北地区、西北地区为例, 绘制了各季度果蔬合理的人均日消费量, 见下图18, 图19, 图20。与此同时, 画出了2012年各地区各季度果蔬人均最低日花费的折线走势图, 见下图21所示。

表36 2012年各地区各季度合理的人均果蔬日消费量 单位: 克

地区	季节	水果				蔬菜			
		苹果	香蕉	...	樱桃	萝卜	胡萝卜	...	西红柿
华北	春	119.55	37.84	...	17.91	0.00	38.55	...	0.00
	夏	118.64	47.60	...	18.49	0.00	64.69	...	0.00
	秋	122.97	0.00	...	8.90	310.90	62.54	...	0.00
	冬	122.95	0.00	...	13.80	275.03	44.67	...	0.00
东北	春	118.40	49.79	...	17.89	11.59	66.66	...	0.00
	夏	115.36	81.02	...	30.33	0.00	50.66	...	0.00
	秋	119.93	32.31	...	22.60	210.34	106.40	...	0.00
	冬	118.76	45.44	...	20.89	243.45	103.50	...	0.00
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
西北	春	118.37	47.09	...	30.99	208.58	110.50	...	0.00
	夏	120.41	26.93	...	40.99	0.00	0.00	...	0.00

秋	118.49	47.42	...	32.56	0.00	29.81	...	0.00
冬	115.83	75.93	...	31.30	72.93	59.87	...	100.70

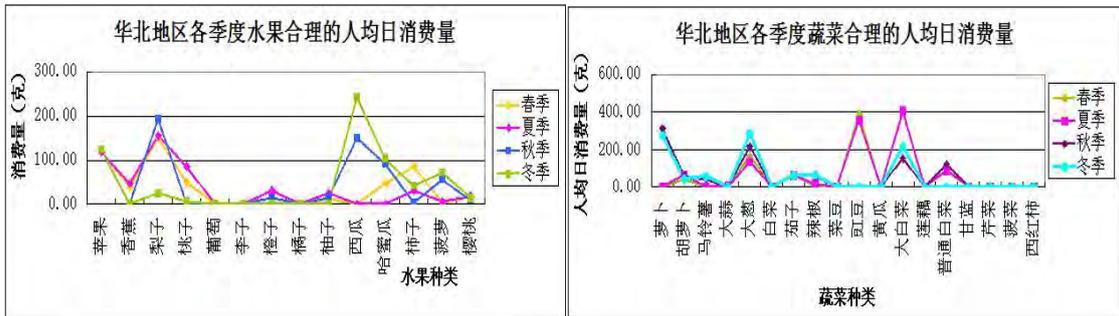


图 18 华北地区各季度果蔬合理的人均日消费量

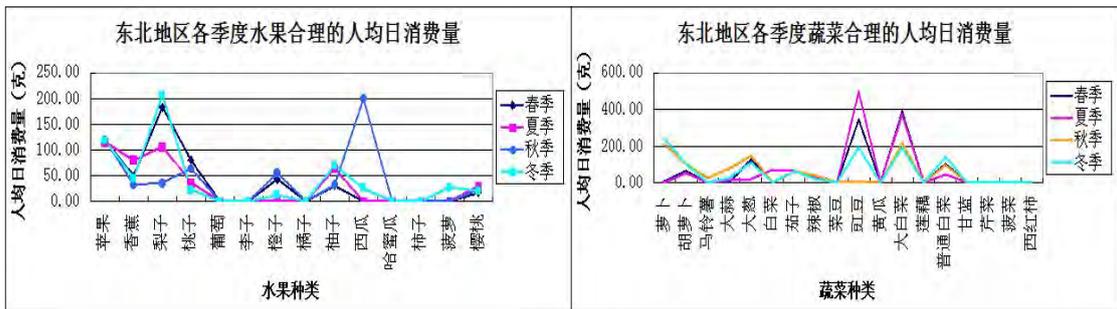


图 19 东北地区各季度果蔬合理的人均日消费量

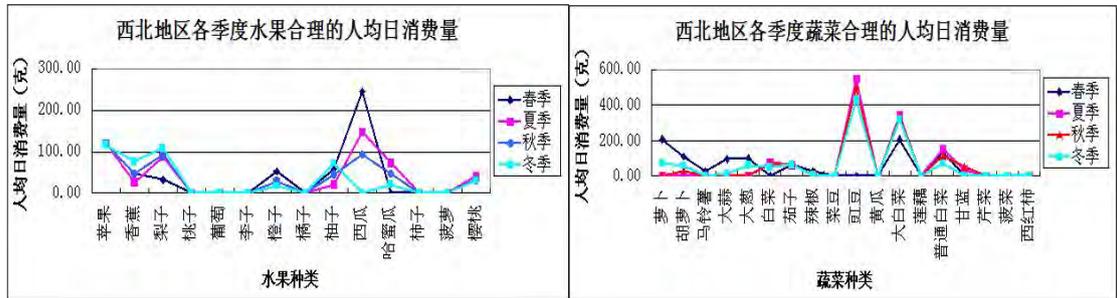


图 20 西北地区各季度果蔬合理的人均日消费量

表37 2012年各地区各季度果蔬人均合理日花费 单位：元

	华北	东北	华东	华中	华南	西南	西北
春	4.62	3.73	4.09	4.09	3.68	3.62	3.58
夏	4.17	3.45	3.62	3.28	2.96	3.49	2.67
秋	4.79	3.81	3.32	3.05	2.95	3.41	3.06
冬	4.01	4.48	4.76	3.94	3.68	3.81	3.24

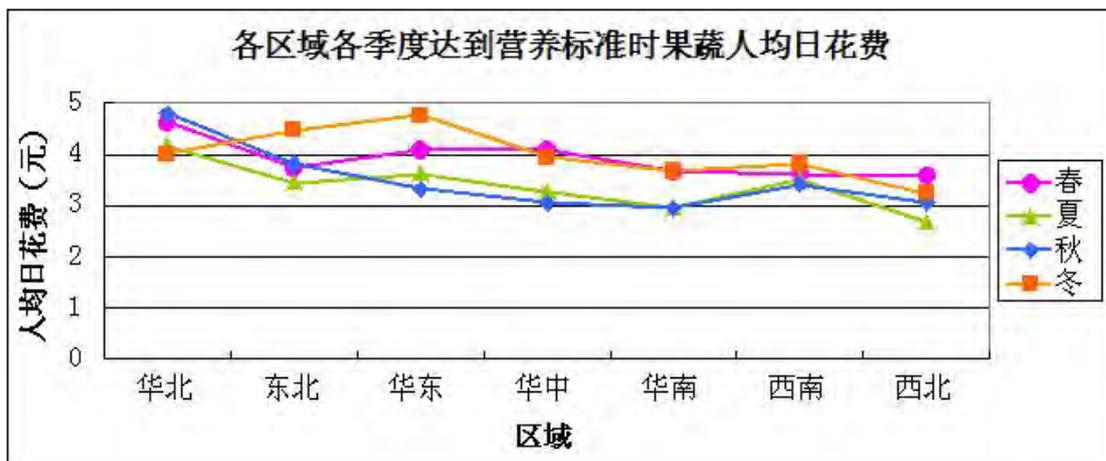


图 21 各区域各季度达到营养标准时的人均合理日花费

其次，根据求得的营养标准时合理的人均果蔬日消费量整理了中国居民年度果蔬的合理人均消费量，见下表38所示，相应的折线图如下图22所示。

表38 各地区年度合理的人均果蔬消费量 单位：千克

区域		华北	东北	华东	华中	华南	西南	西北
水果	苹果	43.57	42.52	41.12	32.44	42.26	41.67	42.58
	香蕉	7.69	18.77	33.39	23.42	20.98	29.29	17.76
	...	...	...	...	...	...	...	...
	樱桃	5.32	8.25	10.10	6.99	8.57	9.39	12.23
蔬菜	萝卜	52.73	41.88	0.00	5.81	56.10	8.70	25.34
	胡萝卜	18.94	29.45	22.56	17.88	35.95	24.73	18.02
	...	...	...	...	...	...	...	...
	西红柿	0.00	0.00	15.23	24.39	5.08	9.06	0.00

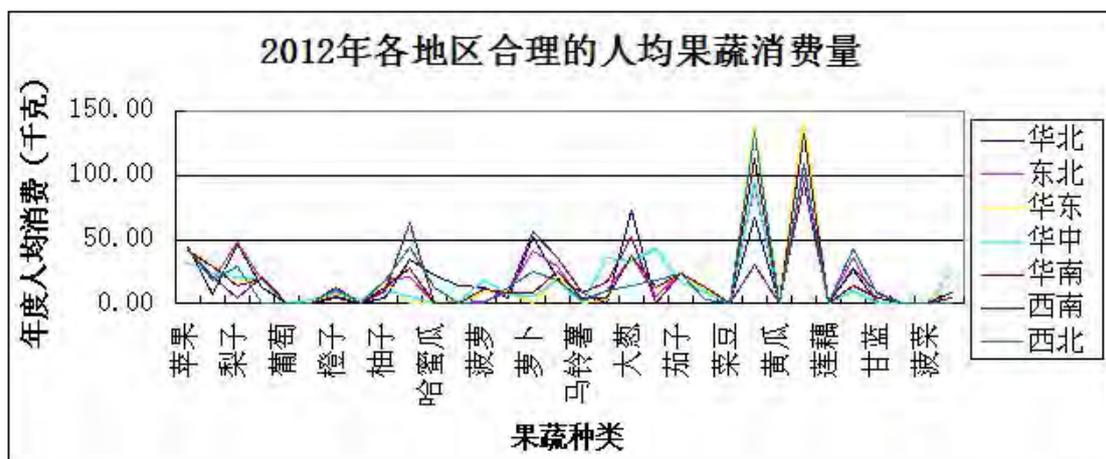


图 22 2012 年度各地区合理的人均果蔬消费量折线图

最后，本文将中国居民实际人均日花费与单目标规划求解所得的达到营养标准的合理人均日花费进行对比，计算出了实际人均日花费与合理标准人均日花费之间的差值，即居民目前在营养均衡的前提下，本可以节省的费用，详见表39

所示。

表39 果蔬实际人均日花费与达到营养标准时合理人均日花费的对比 单位：元

区域	华北			东北			华东			华中		
	实际花费	标准花费	节省费用									
春	4.76	4.62	0.15	4.43	3.73	0.70	4.60	4.09	0.51	4.74	4.09	0.65
夏	4.57	4.17	0.40	4.20	3.45	0.75	4.48	3.62	0.87	4.43	3.28	1.15
秋	4.91	4.79	0.13	4.26	3.81	0.45	4.57	3.32	1.25	4.65	3.05	1.59
冬	4.29	4.01	0.28	4.53	4.48	0.05	5.12	4.76	0.36	4.78	3.94	0.84
区域	华南			西南			西北					
	实际花费	标准花费	节省费用									
春	4.19	3.68	0.51	4.12	3.62	0.50	4.21	3.58	0.63			
夏	3.69	2.96	0.73	4.22	3.49	0.72	3.92	2.67	1.25			
秋	3.79	2.95	0.84	4.14	3.41	0.73	3.84	3.06	0.78			
冬	4.30	3.68	0.62	4.61	3.81	0.80	3.93	3.24	0.69			

#### 7.4 结果分析

**第一**，从人均果蔬日消费量来看，其因各季度各地区而异。

以华北、东北、西北地区为例：

①由表 36 和图 18 可知，华北地区居民要以最低的购买成本满足自身营养需要，春季应多食用苹果、梨子、柿子、大葱、胡萝卜、豇豆；夏季应多食苹果、梨子、桃子、大葱、豇豆、大白菜；秋季应多食梨子、西瓜、哈密瓜、萝卜、大葱、大白菜；冬季应多食苹果、哈密瓜、西瓜、萝卜、大葱、大白菜。

②由表 36 和图 19 可知，东北地区居民春季应多食苹果、梨子、桃子、豇豆、大白菜；夏季应多食苹果、香蕉、梨子、柚子、豇豆、大白菜；秋季应多食苹果、桃子、西瓜、萝卜、大葱、大白菜；冬季应多食苹果、梨子、柚子、萝卜、豇豆、大白菜、普通白菜。

③由表 36 和图 20 可知，西北地区居民春季应多食苹果、橙子、西瓜、萝卜、胡萝卜、大白菜；夏季应多食苹果、梨子、西瓜、豇豆、大白菜、普通白菜；秋季应多食苹果、梨子、西瓜、豇豆、普通白菜；冬季应多食苹果、香蕉、梨子、柚子、豇豆、大白菜、普通白菜。

**第二**，2012年度华北地区居民用于果蔬的人均合理日花费成本最高，西北地区最低。

由表37和图21可知，华北地区在春、夏、秋季的人均合理日花费均最高，分别为4.62、4.17、4.79；西北地区在春季、夏季、冬季三个季度的人均合理日花费均最低，分别为3.58、2.67、3.24。

**第三**，大白菜、豇豆、萝卜、大葱、苹果、梨子、西瓜为居民的几个较优果蔬选择。

由表38和图22可知，我国居民年度合理的各种类人均果蔬消费量均在150千克以内，其中，大白菜、豇豆、萝卜、大葱、苹果、梨子、西瓜为满足人体营养均衡且购买成本较低的几个最优果蔬选择。

**第四**，居民按照求解的人均果蔬日消费量进行购买和摄入，可以更小的果蔬

花费成本满足自身营养健康需要。

由表39可知，居民目前在营养均衡的前提下，本可以节省的费用均大于0。值得注意的是，居民每日最多可节约的费用达到1.59元（华中地区居民秋季日节约费用），最少也可节约0.15元（华北地区居民春季日节约费用）。这便初步验证了求解的果蔬人均日消费量的合理性。

### 7.5 单目标规划求得的2012年人均总花费值与实际值的比较与分析

由2012年全国当前各区各季度果蔬人均日花费（上表34），可求得，居民2012年人均果蔬实际总花费为1667.7元（以华北为例）；而在单目标规划求解而得的2012年果蔬人均标准年花费为1582.12元（见上表40），因此，本文可以较为清晰地得知，单目标规划所求的人均消费量是合理的。

### 7.6 结果合理性的进一步分析

#### （1）相对数 $Z$ 的计算模型

为进一步验证单目标规划模型求解的当今中国居民主要果蔬合理的人均消费量结果的正确性，本文拟通过即用一个相对数 $Z$ 值来增强结果的说服力。

$$\text{相对数 } Z = \frac{H}{B}$$

其中， $H$ 为2012年我国居民果蔬人均年花费； $B$ 为2012年全国食品人均年消费支出。

#### （2）相对数 $Z$ 的求解

本文首先根据表39求解出的2012年全国七区居民果蔬日标准花费，可得到居民果蔬的年标准人均消费额 $H$ ；其次从国家统计局收集了2012年全国人均食品消费支出，为6311.9元；最后，本文算出了2012年我国居民果蔬人均花费与全国人均食品消费支出 $B$ 的比值。相关数据详见下表40所示。

表40 2012年我国居民果蔬人均标准年花费与全国食品人均年消费支出的比较

地区	果蔬人均标准年花费 $H$ (元)	全国食品人均年消费支出 $B$ (元)	相对数 $Z = H/B$
华北	1582.12	6311.9	0.25
东北	1391.59	6311.9	0.22
华东	1421.10	6311.9	0.23
华中	1292.90	6311.9	0.20
华南	1195.18	6311.9	0.19
西南	1290.01	6311.9	0.20
西北	1130.10	6311.9	0.18

#### （3）结果分析

由表40可看出，相对数 $Z$ ，即我国居民果蔬人均标准年花费与全国食品人均年消费支出的比值最大为0.25，最小为0.18。这便进一步说明了求得的当前居民年度标准人均消费量的合理性。

## 八、问题四的模型建立与求解

问题四要求建立数学模型重新计算中国居民主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，并给出到2020年我国水果和蔬菜产品生产的调整战略。

首先，本文引入果蔬单价收益率、销售价格增长率两个系数并建立果蔬销售价格和成本价格计算模型求解出2013-2020年历年果蔬销售价格和成本价格。其次，为了实现人体营养均衡满足健康需要，本文建立了多目标规划模型对年度合理人均消费量进行求解。

## 8.1 模型的准备

### 8.1.1 数据的处理

将收集到的2012年七大区各季节主要果蔬价格（见上表4）的平均值作为2012年全国果蔬销售价格，如下表41所示：

表41 2012年全国果蔬销售价格 元/千克

	水果					蔬菜				
	苹果	香蕉	梨子	...	樱桃	萝卜	土豆	白菜	...	西红柿
2012	4.23	2.85	3.11	...	18.90	0.52	0.54	0.54	...	0.91

### 8.1.2 果蔬销售价格和成本价格计算模型的建立：

(1) 果蔬销售价格和成本价格计算模型的建立

为了计算2012-2020年历年果蔬销售价格和种植成本价格，本文引入果蔬单价收益率 $\alpha_{it}$ 、销售价格增长率 $\beta_{it}$ 两个系数，并假设这两个系数是 $[-0.1, 0.25]$ 之间的随机数。果蔬销售价格和成本价格计算模型为：

$$\begin{cases} \alpha_{it} = \frac{b_{it} - C_{it}}{b_{it}} \times 100\% \\ \beta_{it} = \frac{b_{it} - b_{i,t-1}}{b_{it}} \times 100\% \end{cases}$$

其中， $\alpha_{it}$ 为第 $t$ 年种植果蔬 $i$ 的单价收益率， $\beta_{it}$ 为第 $t$ 年果蔬 $i$ 的销售价格增长率， $b_{it}$ 为第 $t$ 年果蔬 $i$ 的销售价格， $C_{it}$ 为第 $t$ 年种植果蔬 $i$ 成本价格。

果蔬销售价格和成本价格计算模型的求解

运用该消费量计算模型，结合MATLAB模拟产生的果蔬单价收益率、销售价格增长率及2012年全国果蔬销售价格，易求得2013-2020年历年果蔬销售价格和成本价格，见下表42、表43。

表42 2012-2020年历年果蔬销售价格 单位：元/千克

年份	水果				蔬菜			
	苹果	香蕉	...	樱桃	萝卜	胡萝卜	...	菠菜
2012	7.16	4.83	...	29.14	0.70	0.54	...	1.25
2013	7.69	5.15	...	31.37	0.75	0.58	...	1.35
2014	8.16	5.59	...	33.64	0.80	0.62	...	1.44
2015	8.70	5.95	...	35.88	0.87	0.67	...	1.57
2016	9.34	6.35	...	37.63	0.93	0.73	...	1.68

2017	10.01	6.76	...	40.29	1.00	0.77	...	1.80
2018	10.77	7.29	...	42.84	1.08	0.83	...	1.93
2019	11.59	7.84	...	46.57	1.17	0.89	...	2.07
2020	12.39	8.46	...	49.25	1.26	0.96	...	2.24

表43 2012-2020年历年种植果蔬成本价格 单位：元/千克

年份	水果				蔬菜			
	苹果	香蕉	...	樱桃	萝卜	胡萝卜	...	菠菜
2012	4.23	2.85	...	18.90	0.52	0.36	...	0.82
2013	5.48	3.69	...	20.66	0.48	0.33	...	0.98
2014	5.82	3.65	...	18.39	0.55	0.36	...	0.82
2015	6.17	4.13	...	26.10	0.53	0.47	...	0.91
2016	4.70	3.49	...	25.48	0.65	0.41	...	1.14
2017	6.28	3.45	...	28.51	0.57	0.56	...	0.91
2018	7.24	4.08	...	26.69	0.71	0.62	...	1.37
2019	6.51	4.21	...	25.19	0.78	0.65	...	1.12
2020	7.57	6.19	...	31.90	0.72	0.67	...	1.39

## 8.2 多目标规划模型的建立

为实现人体营养均衡满足健康需要，一方面国家要考虑到居民人体的营养均衡，并使营养摄入量尽量在合理范围内；另一方面也要顾及居民的购买成本，使其购买成本尽量低；同时还要使种植者能够尽量获得较大收益；本文基于上述原则建立了合理的人均果蔬日消费量的多目标规划模型。

模型的建立过程如下：

### 8.2.1 目标函数的确定

(1) 考虑居民果蔬购买成本：通过主要果蔬消费获取营养成分时，居民愿意花费最少的成本来达到营养标准，故以各地区各季度果蔬人均日花费  $w_s^{(k)}$  最小为目标，即

$$\min w_s^{(k)} = \sum_i \bar{Q}_i^{(k)} \cdot b_{is}^{(k)}$$

其中， $\bar{Q}_i^{(k)}$  表示地区  $k$  主要果蔬  $i$  的人均日消费量

$b_{is}^{(k)}$  表示地区  $k$  季度  $s$  的果蔬  $i$  价格， $k=1,2,\dots,7$ 。

(2) 考虑种植者收益：对果蔬种植者来讲，果蔬买卖价格越高越好，则收益越大，故以各地区各季度种植者总收益  $E_s^{(k)}$  最大为目标，即

$$\max E_s^{(k)} = \sum_i (b_{is}^{(k)} - C_{is}^{(k)}) \cdot \bar{Q}_i^{(k)}$$

其中， $C_{is}^{(k)}$  为各地区各季度果蔬  $i$  的种植者所负担的成本价格。

(3) 考虑果蔬种植面积：在满足居民主要果蔬日消费量的条件下，果蔬种植面积越少越好，故以各地区果蔬种植面积  $H_s^{(k)}$  最小为目标，即

$$\min H_s^{(k)} = \sum_i a_{is}^{(k)} \cdot \bar{Q}_i^{(k)}$$

其中， $a_{is}^{(k)}$  为各地区各季度果蔬  $i$  的单位消费量种植面积。

### 8.2.2 约束条件的确定

(1) 考虑果蔬占用耕地约束：全国果蔬种植面积应不大于耕地面积，则约束条件为

$$\sum_{k=1}^7 \sum_{s=1}^4 \sum_i a_{is}^{(k)} \cdot \bar{Q}_i^{(k)} \leq D$$

其中， $D$  为当前瓜果蔬菜面积。

(2) 考虑营养均衡约束：为了达到营养均衡，主要果蔬消费中各营养成分人均日摄入量应在营养均衡时各元素人均日摄入量标准范围内，则约束条件为

$$\bar{m}_j \leq \bar{Q}_i^{(k)} \cdot c_{ij} \leq \bar{M}_j$$

其中， $c_{ij}$  表示果蔬  $i$  中营养成分  $j$  的含量

$\bar{m}_j$ 、 $\bar{M}_j$  分别表示果蔬消费中营养成分  $j$  的人均日摄入量的最小、最大值。

(3) 考虑人均购买量约束：为了保证居民营养均衡满足健康需要条件，就要保证居民主要果蔬人均日消费量不大于主要果蔬人均日供给量，约束条件为

$$\bar{Q}_i^{(k)} \leq \bar{V}_i^{(k)}$$

其中， $\bar{V}_i^{(k)}$  为各地区果蔬  $i$  的人均日供给量。

综上所述，合理的人均果蔬日消费量的多目标规划模型为：

$$\begin{cases} \min \sum_i \bar{Q}_i^{(k)} \cdot b_{is}^{(k)} \\ \max E_s^{(k)} = \sum_i (b_{is}^{(k)} - C_{is}^{(k)}) \cdot \bar{Q}_i^{(k)} \\ \min H_s^{(k)} = \sum_i a_{is}^{(k)} \cdot \bar{Q}_i^{(k)} \end{cases}$$

$$s.t. \begin{cases} \bar{m}_j \leq \bar{Q}_i^{(k)} \cdot c_{ij} \leq \bar{M}_j \\ \sum_{k=1}^7 \sum_{s=1}^4 \sum_i a_{is}^{(k)} \cdot \bar{Q}_i^{(k)} \leq D \\ \bar{Q}_i^{(k)} \leq \bar{V}_i^{(k)} \\ s = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2, \dots, 7 \end{cases}$$

### 8.3 多目标规划遗传算法优化流程

针对该多目标规划模型，本文拟采用Pareto多目标遗传算法<sup>[20-21]</sup>进行求解。算法流程如下：

Step1: 在函数 gamultiobj 中，先调用函数 gacommom 确定优化问题约束类型；

Step2: 在函数 gamultiobjsolve 中，调用函数 amultiobjMakeState 产生初始种群。

Step3: 判断是否可以退出算法，若退出，则得到 Pareto 最优解，若不退出，则进入 Step4；

Step4: 调用函数 stepgamultiobj 使种群进化一代；

Step5: 调用函数 gadsplot 绘图；

Step6: 调用函数 gamultiobjConverged 判断终止条件, 若满足终止条件, 就输出结果, 若不满足, 就进入 Step4。

Step7: 是否满足最大迭代次数, 若满足就输出结果, 若不满足就进入 Step4。

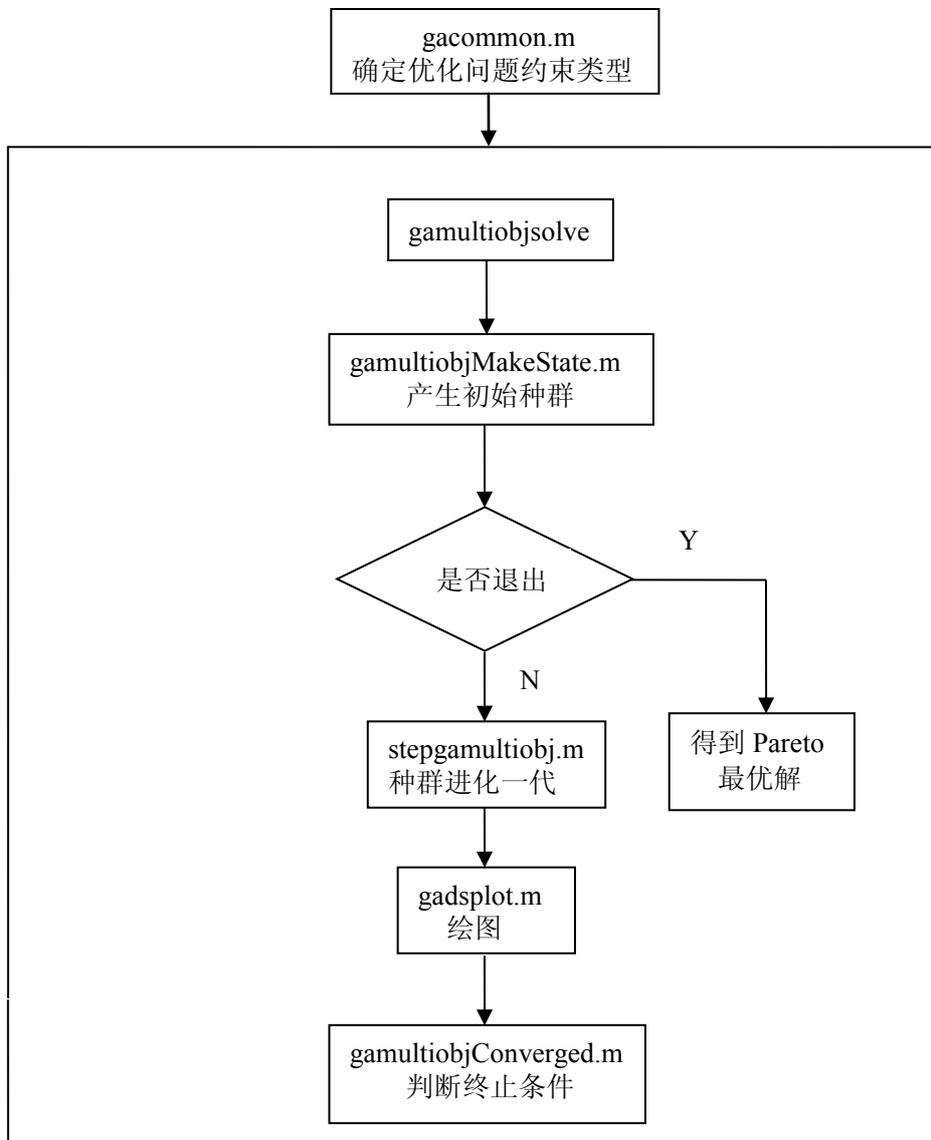


图23 函数gamultiobj的组织结构

函数stepgamultiobj结构及图形为：

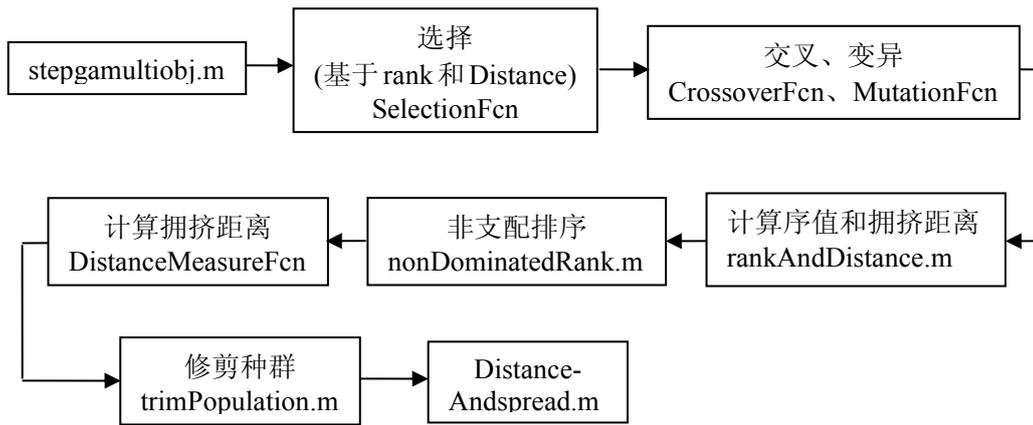


图24 函数stepgamultiobj结构

#### 8.4 基于遗传算法的多目标规划模型的求解及结果分析

可以看到，在基于遗传算法的多目标优化算法的运行过程中，自动绘制了第一前段中个体的分布情况，且分布随着算法进化一代而更新一次。当迭代停止后，得到如下图 所示的第一前段个体分布图。

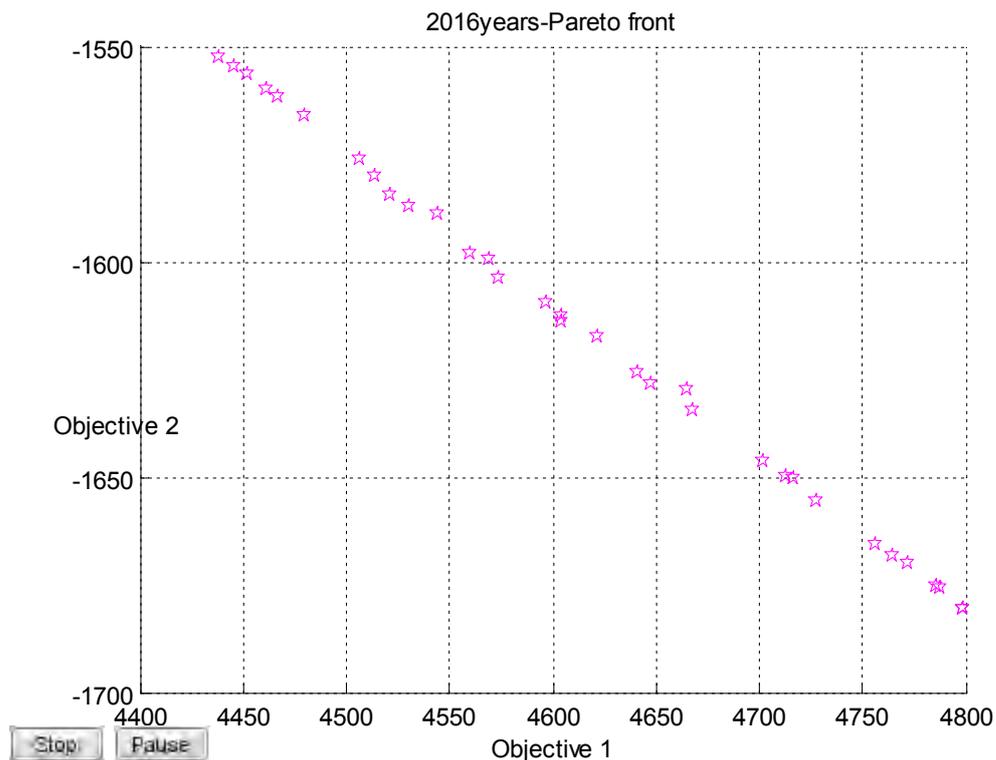


图 25 第一个前段个体分布图

##### (1) 2012-2020年人均日消费量与年消费量求解与分析

本文运用MATLAB，求解得到了2012-2022年中国居民主要果蔬的人均日消费量和年均人消费量，详见下表44，表45所示。

表44 2012-2022年合理的果蔬人均日消费量 单位：克

年份	水果				蔬菜			
	苹果	桃子	...	樱桃	萝卜	胡萝卜	...	大白菜
2012	122.80	64.07	...	22.01	297.50	105.02	...	64.86
2013	122.78	49.05	...	22.48	367.88	96.97	...	47.86
2014	122.78	49.05	...	22.48	367.88	96.97	...	47.86
2015	122.78	49.05	...	22.48	367.88	96.97	...	47.86
2016	122.80	64.07	...	22.01	297.50	105.02	...	64.86
2017	122.78	49.05	...	22.48	367.88	96.97	...	47.86
2018	122.78	49.05	...	22.48	367.88	96.97	...	47.86
2019	122.78	49.05	...	22.48	367.88	96.97	...	47.86
2020	122.80	64.07	...	22.01	297.50	105.02	...	64.86

表45 2012-2022年历年合理的果蔬人均年消费量 单位：千克

年份	水果				蔬菜			
	苹果	桃子	...	樱桃	萝卜	胡萝卜	...	大白菜
2012	44.21	23.06	...	7.92	107.10	37.81	...	23.35
2013	44.20	17.66	...	8.09	132.44	34.91	...	17.23
2014	44.20	17.66	...	8.09	132.44	34.91	...	17.23
2015	44.20	17.66	...	8.09	132.44	34.91	...	17.23
2016	44.21	23.06	...	7.92	107.10	37.81	...	23.35
2017	44.20	17.66	...	8.09	132.44	34.91	...	17.23
2018	44.20	17.66	...	8.09	132.44	34.91	...	17.23
2019	44.20	17.66	...	8.09	132.44	34.91	...	17.23
2020	44.21	23.06	...	7.92	107.10	37.81	...	23.35

为便于观察，本文按照表中数据绘制了2012-2020年合理的人均日消费量和人均年消费量的走势图，详见下图26所示。

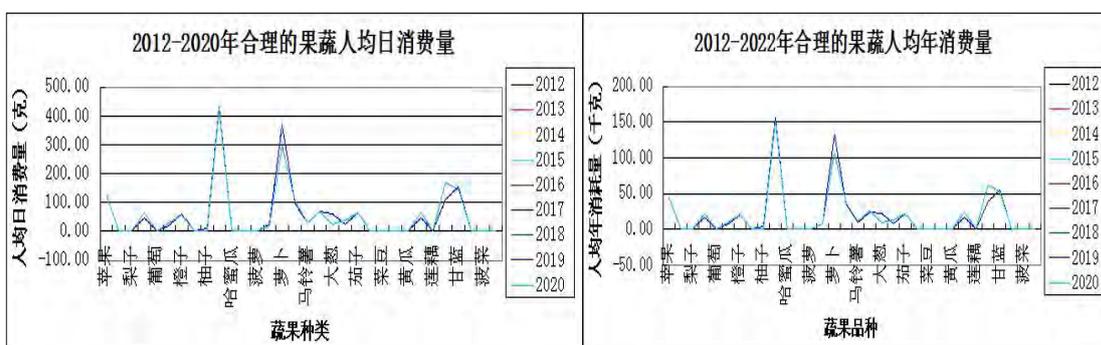


图 26 2012-2020 年合理的果蔬人均日和年消费量

由表44，表45及图26可得到如下结果：

第一，2012-2022年人均日消费量和人均年消费量的走势图基本一致。

第二，2012-2022年果蔬人均日消费量和人均年消费量基本稳定，无增长的趋势。

第三，西瓜、苹果、橙子、桃子、萝卜、普通白菜、甘蓝、胡萝卜为兼顾居民人体营养均衡、居民购买成本、种植者收益及土地面积等因素后最优果蔬选择品种。

### (2) 规划后2012-2020年的相关指标求解

基于多目标规划，本文用MATLAB求解了规划后2012-2020年水果和蔬菜的种植面积、居民果蔬人均总费用、居民年度果蔬总花费、种植者年度果蔬总收益及种植者果蔬利润率分年度的数据，详见下表46所示。此外，本文根据表中数据绘制了规划后2012-2020年果蔬种植面积趋势图、居民果蔬花费和种植者果蔬收益的变化趋势图及规划后种植者在2012-2020年的果蔬利润率，详见图27，图28，图29所示。

表46 规划后2012-2020年的相关指标数据

年份	水果种植面积 (千公顷)	蔬菜种植面积 (千公顷)	每年果蔬 人均总费用 (元)	居民年度 果蔬总花费 (亿元)	种植者年度果蔬 总收益 (亿元)	种植者果蔬 利润率
2012	11763.6	16396.8	1026.02	14085.71	5794.02	0.4113
2013	10921.3	16036.5	1103.26	15305.08	5309.78	0.3469
2014	10764.8	15865.2	1179.86	16450.54	6003.54	0.3649
2015	10686.5	15665.5	1265.80	17737.96	5652.19	0.3186
2016	10557.8	15540.0	1349.34	19004.39	7572.43	0.3985
2017	10325.0	15483.3	1445.63	20463.53	7573.18	0.3701
2018	10376.9	15340.1	1551.50	22073.22	7835.37	0.3550
2019	10196.3	15127.6	1672.76	23918.86	10033.70	0.4195
2020	10025.1	14934.7	1780.84	25593.13	9792.13	0.3826

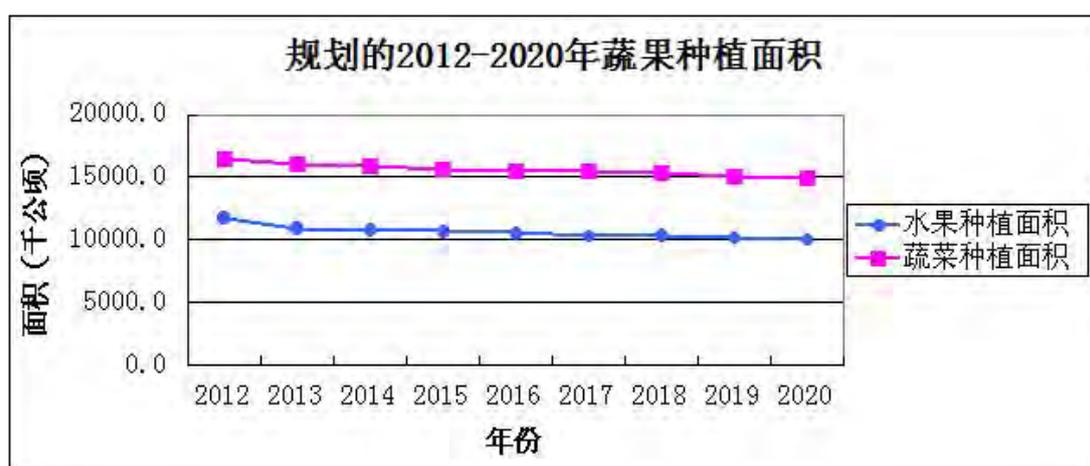


图 27 规划后 2012-2020 年果蔬种植面积的变化趋势

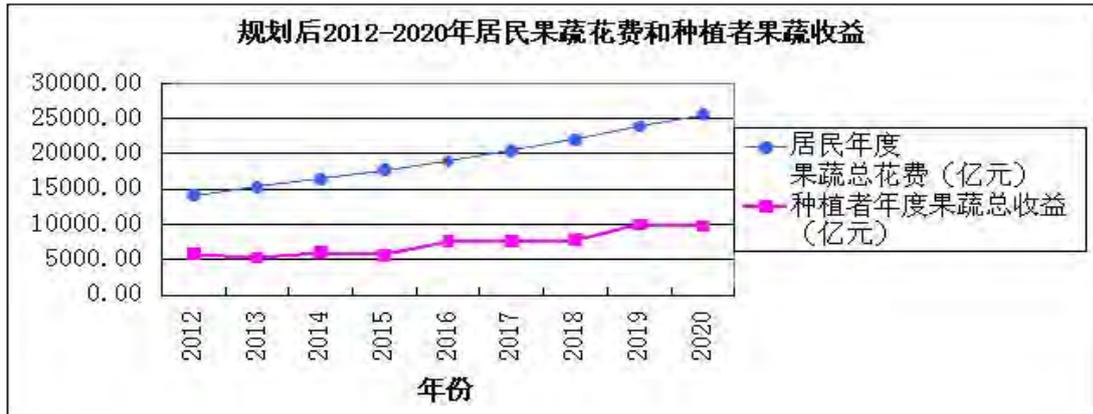


图 28 规划后 2012-2020 年居民果蔬花费和种植者果蔬收益

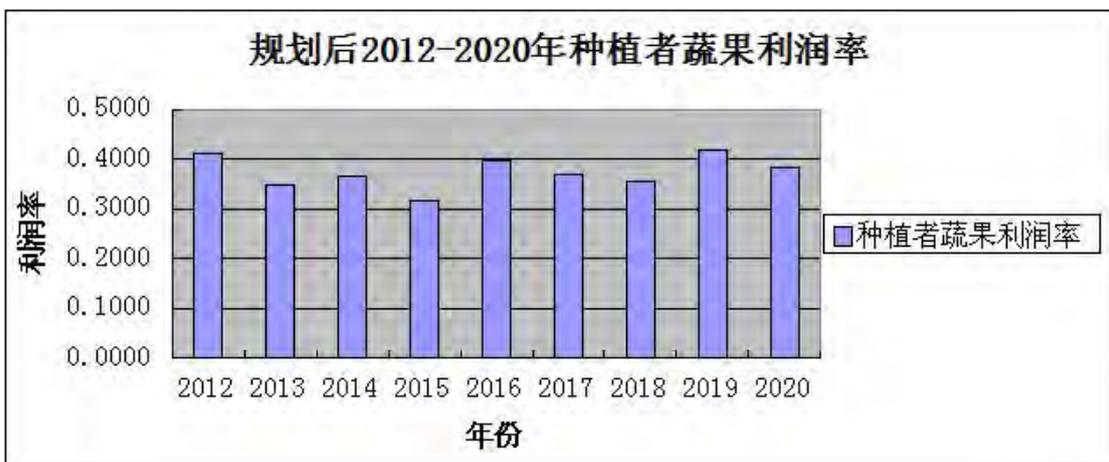


图 29 规划后的 2012-2020 年种植者果蔬利润率的变化趋势

由表 46 和图 27，图 28，图 29，可看出，规划后 2012-2020 年相关指标年度数据具有如下特点：

第一，水果和蔬菜的种植面积随年度变化很小，基本持平，且规划后的水果和蔬菜的种植面积分别在 10000~11800，15000-16400 千公顷范围之内。

第二，居民年度果蔬总花费和种植者年度果蔬总收益基本呈逐年上升的趋势，表明，我国居民的膳食水平在向小康水平过度。其中，居民年度总花费在 2020 年达到最高点，为 25593.13 亿元；种植者年度果蔬总收益在 2012-2019 年逐年上升，2019 年收益最高，为 10033.70 亿元，2020 年总收益略有下降，为 9792.13 亿元。

第三，规划后的种植者果蔬利润率大致在 0.3~0.45 范围之内，种植者能够获得较大的收益。其中，2019 年，种植者的收益率最高，为 0.4195，2012 年次之，收益率为 0.4113。

### 8.5 多目标规划后的结果与单目标规划和实际值的对比

#### (1) 年人均果蔬总花费值的对比

本文结合第三问中的单目标规划求得 2012 年人均果蔬总花费，实际人均果蔬总花费值，将其与表 46 中的多目标规划后求得 2012 年人均果蔬总花费进行对比。

表 47 2012 年人均果蔬总花费值的对比

	多目标规划	单目标规划	实际值
人均果蔬总花费（元）	1026.02	1582.12	1667.7

由表 47 可知，多目标规划下的人均果蔬总花费最低，为 1026.02 元，单目标规划的果蔬总花费值较高，为 1582.12 元。因而，就人均果蔬总花费而言，多目标规划求解的结果是最优的。

**(2) 2012 年人均果蔬日花费值的对比**

为更有效地提出 2012-2020 年我国水果和蔬菜产品生产的调整战略，本文将多目标规划求解的 2012 年的果蔬人均日消费量与第二问中的 2012 年人均果蔬日花费实际值，第三问中运用单目标规划求解的人均果蔬日花费（以华北地区春季为例）进行了对比，详见表 48 所示，相应的对比折线图如下图 30 所示。

表 48 三种人均果蔬日消费量的对比 单位：克

三种值对比 果蔬	多目标规划值	第二问中的实际值	单目标规划求解值
苹果	122.80	71.17369107	119.55
香蕉	0.00	13.50452325	37.84
桃子	64.07	21.01784492	50.86
...	...	...	...
菠菜	0.00	24.63179554	0.00
西红柿	0.00	79.88916428	0.00

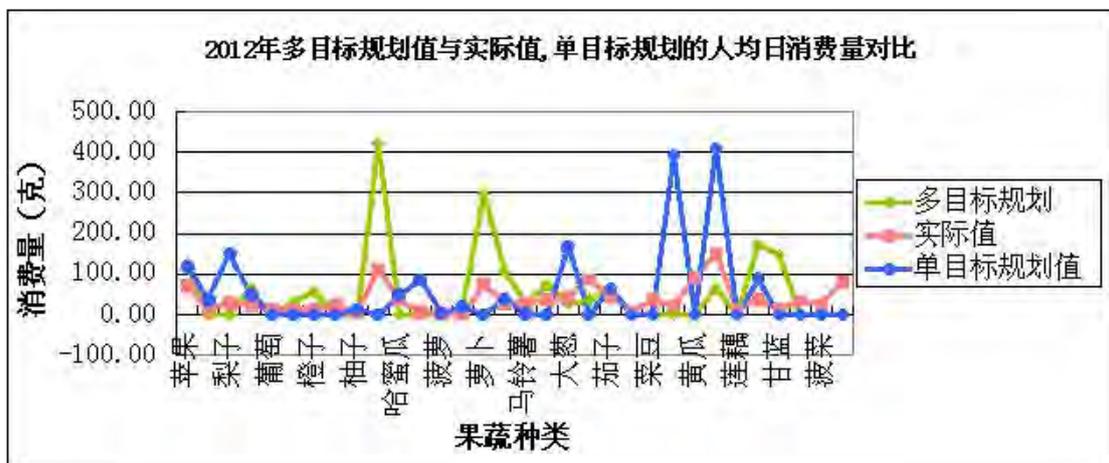


图 30 三种不同方法得出的人均果蔬日消费量对比

由表 48 和图 30 可知，相较于单目标规划的求解的果蔬人均日消费量，实际的果蔬人均日消费量，多目标规划求解的人均日消费量较小，其结果是最为合理的。

此外，根据图 30 可知，多目标规划求解的结果表明：西瓜、胡萝卜、普通白菜为满足战略思想的三个较优的果蔬品种。

## 8.6 截至 2020 年果蔬的调整战略

第一，要合理控制水果和蔬菜的种植面积，水果和蔬菜的种植面积分别在 10000~11800，15000-16400 千公顷范围之内。

第二，国家宏观政策要尽量鼓励西瓜、胡萝卜、普通白菜的果蔬种植。

第三，要合理保障果蔬种植者的利益，使种植者果蔬利润率大致在 0.3~0.45 范围之内，一方面增加果蔬种植者的积极性，另一方面，使得居民的膳食成本在合理区间内。

## 九、问题五的解答

本文从人体营养健康角度就中国果蔬发展战略研究问题给中华人民共和国农业部种植业管理司提供了以下五点政策建议<sup>[22-26]</sup>。

**第一，未来的果蔬发展战略应以人体营养均衡为基础。**

本文通过建立模糊综合评判模型求解得到 2003-2012 年我国居民的营养摄入水平综合值全部小于合理的营养均衡区间 $[3.6091, 4.2332]$ ，其中最大的居民的营养摄入水平综合值仅为 3.2983（2003 年），2007 年居民的营养摄入水平综合值最小，为 2.6163，这说明我国居民近十年的矿物质、维生素、膳食纤维等营养素的年摄入水平较低，营养均衡状况令人堪忧，居民生活水平与小康尚有一定的差距。

**第二，要加强宣传力度，合理引导居民的食物消费行为。**

本文运用精度值最高的灰色预测模型预测了 2013-2022 年我国居民营养素年摄入水平的综合值。其中，2017-2019 年这三年综合值均略高于营养均衡区间，分别为 4.2418，4.2418，4.2974，属于营养略剩余的情况，说明截至 2020 年，居民的膳食结构可能有“营养过剩”情况的发生。因此，为防止居民营养不良或营养过剩情况地恶化，有关部门应针对城乡居民食物消费的特点，运用新闻媒体、海报宣传等多种平台加强对居民营养知识知识的普及和教育，促进我国居民早日树立“合理、平衡、适量的食物消费”观念，增强我国居民的科学膳食意识。

**第三，建立完善的食物流通体制，促进食物区域交流。**

由表 37 和图 21 可知，华北地区在春、夏、秋季的人均合理日花费均最高，分别为 4.62、4.17、4.79；西北地区在春季、夏季、冬季三个季度的人均合理日花费均最低，分别为 3.58、2.67、3.24。这说明我国食物生产供应在结构上存在矛盾，因此，为在一定程度上缓和食物生产在在总量上、结构上的矛盾，应首先深化食物生产供给管理体制与食物价格体系改革，建立产业化的经营体制，实现农商结合，做到产、加、销利益均沾、风险共担，从商品生产发展、调动和保护农业生产者的生产积极性着手，使得我国果蔬的生产尽快纳入按市场供求规律的轨道健康发展。

**第四，加强果蔬播种面积的保护，避免耕地面积过快减少。**

为促进居民营养均衡，保障果蔬种植者的积极性，并尽可能地减少居民果蔬购买成本，本文运用多目标规划模型求解 2012-2020 年水果和蔬菜的种植面积分别应在 10000~11800，15000-16400 千公顷范围之内。因此，面临着人口增长、经济发展等多因素对非农业用地的需求增长趋势，必须确保主产区和主要农作物播种面积的保护和恢复，严格耕地保护制度。

**第五，加大对果蔬产业的政策支持力度。**

本文基于灰色预测模型，运用 MATLAB 软件，求解了2013-2022年的蔬菜和水果的消费量，数据显示，我国蔬菜和水果的消费量在2013-2022年将呈逐年稳定上升的趋势，其中，西瓜、苹果、萝卜的消费量在2022年的消费量将分别达到54999000吨、65044037吨、37237976.26吨。这在一定程度上说明未来十年我国果蔬的市场潜力较大，因而加大果蔬产业的政策支持力度，不仅可保障果蔬种植者的利益，而且加大西瓜、苹果、萝卜等果蔬的生产，可在一定程度上促进居民的营养健康均衡。

## 十、模型的评价、改进及推广

### 10.1 模型的评价

#### 10.1.1 模型的优点

(1) 对于蔬菜产量的数据的缺失，本文建立了拉格朗日多项式插值模型。插值结果为后文的研究奠定了良好的基础。

(2) 建立 Ward 系统聚类分析模型和 0-1 规划模型，增强了果蔬筛选的代表性；

(3) 建立了多元线性回归模型、灰色预测模型、三次指数平滑预测模型对主要果蔬品种消费量进行了估计，增强了估计的效度。

(4) 本文在预测主要果蔬品种消费量时，引入五个评价指标对模型的精度进行检验，并选用了精度最高的灰色预测模型，估计结果精确度高，能够较好地得到主要果蔬的消费量发展趋势。

(5) 使用隐枚举法对主要果蔬进行筛选，筛选结果令人满意。

(6) 建立模糊综合评价模型确定每个评价因子的协调度，从而对中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平做出了定量综合评价。

(7) 建立单目标规划模型，求得了居民以更小的果蔬花费成本满足自身营养健康需要的果蔬年度日消费量和年消费量，为居民合理膳食和节约成本提供了借鉴。

(8) 建立多目标规划模型，求得了满足自身营养健康需要条件下的居民购买成本尽可能少及种植者收益尽可能大的果蔬年度日消费量和年消费量，为居民合理膳食和节约成本提供了借鉴

#### 10.1.2 模型的缺点

(1) 对数据缺失部分的补充不够完全，选择的数据处理方式不一定符合实际情况，计算得到的结果有一定偏差。

(2) 在探讨果蔬人均消费量时，未考虑果蔬的时令性、价格波动、果蔬进出口贸易等相关影响因素。

### 10.2 模型的改进

(1) 在探讨主要果蔬消费量估计的多元线性回归模型中，应考虑到果蔬的时令性等其他自然因素。

(2) 在模糊综合评价模型选择评价指标的筛选中，应考虑到其他一般人体所需营养元素。

(3) 在探讨果蔬人均年消费量的多目标规划模型中，应考虑到果蔬进出口

贸易、耕地面积等其他约束。

### 10.3 模型的推广

目前模糊综合评判模型、灰色预测模型、多目标规划模型已得到较为广泛的应用。本文中的模型不仅适用于人体营养健康角度的果蔬发展战略研究方面,还可拓展适用于诸多方面:如模糊综合评判模型可以用于评价高科技企业发展能力、水资源承载能力的评价、风险分析、安全评估等;多目标规划模型可以广泛用于诸多规划问题,如车间的布局规划、给水广网的规划设计、水资源的规划配置等。

## 十一、参考文献

- [1]奚秀岩.基于模糊聚类模型的高科技产业集群集成创新研究[J].科技管理研究, 2012,24(1):1-4.
- [2]朱建平,王德青,方匡南.中国区域创新能力静态分析—基于自适应福泉主成份聚类模型[J].数理统计与管理, 2013,32(5):761-768.
- [3]高慧璇.应用多元统计分析[M].北京:北京大学出版社, 2005.
- [4]Rao,C.R. Cluster Analysis Applide to a Study of Race Mixture in Human Populations, Classification and Clustering[M]. Academic Press, 1977.
- [5]Giri, N, C(1977):Multivariate Statistical Inference[M].New York:Academic Press, 1977..
- [6]陶维国.T-0/1 规划法初探—论引入时间变量的 0/1 规划[J].数量经济技术经济研究, 2004,3:48-53.
- [7]王紫萍.资源任意分配的 0—1 规划模型[J].统计与决策, 2011,10:169-170.
- [8]Cohen A D.Strategies in Learning and Using a Second Language[M].Addison Wesley Longman Limited,1998:4-7.
- [9]O,Malley,J, M&A U Chamot. Learning Strategies in Second Language Acquisition[M].Cambridge University Press,1990:119-120.
- [10]牟世超.隐枚举法的改进及应用[J].预测, 1997,6:54-55.
- [11]董晔,安尼瓦尔·阿木提.多元线性回归探讨科技进步与民生发展关系[J].科技进步与对策, 2011,28(22):100-104.
- [12]刘思峰,郭天榜,党耀国.灰色系统理论及其应用(第一版)[M].北京:科学出版社, 1999.
- [13]陈海明,李东.灰色预测模型在股票价格中的应用[J].科研管理, 2003,24(2):28-31.
- [14]黄荣富,纂化乐,蔡军.三次指数平滑法在港口吞吐量预测中的应用研究[J].水运工程,2007,6: 38-40.
- [15]陈飞.三次指数平滑法在古滑坡复活预报中的应用[J].水电能源科学,2010,28(9):98-100.

- [16]段新光,栾芳芳.基于模糊综合评判的新疆水资源承载力评价[J].中国人口.资源与环境, 2014,24(3):119-122.
- [17]张彩庆,陈绍回,马金莉. 基于模糊综合评判理论的配电网运行风险评估[J].技术经济, 2010,29(10):53-56.
- [18]L.A.Zadeh. Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Process [M].New York: Academic Press, Inc,1975.
- [19]冯彪, 徐兆亮.城市蔬菜供需平衡问题的优化研究[J].西北师范大学学报(自然科学版)
- [20]Goldberg D E.Genetic algorithms in search optimization and machine learning,Reading[M]Addison Wesley,1989.
- [21]张伟,聂锐,王慧.基于多目标遗传算法的水资源优化配置研究——以徐州市为例[J].江苏社会科学, 2014 年第 3 期。
- [22]杜鹰等.农业发展战略与产业政策[M].中国农业出版社,2001:60-75.
- [23]柳江.21 世纪初中国农业发展战略[M].中国农业出版社,2000: 68-72.
- [24]Daniel J.Kim, Eric J. Holowaty, Brief, validated survey instruments for the measurement of fruit and vegetable intakes in adults: a review [J] Preventive Medicine. 2003 (36): 440-447.
- [25] Anna H. Baker, Jane Wardle. Sex differences in fruit and vegetable intake in older adults[J].Appetite, 2003, (40) :269-275.
- [26]Bogers R.P., Brug J., van Assem P.,Dagneliea P.C. Explaining fruit and vegetable consumption: the theory of planned behaviour and misconception of personal intake levels [J]. Appetite, 2004, (42):157-166.