

参赛密码 _____
(由组委会填写)

“华为杯”第十三届全国研究生
数学建模竞赛

学 校 南京航空航天大学

参赛队号 10287004

队员姓名 1.茅暑杰

 2.彭 勃

 3.花成旭

参赛密码 _____
(由组委会填写)



“华为杯”第十三届全国研究生 数学建模竞赛

题 目 多无人机协同任务规划

摘 要：

本文研究了多无人机协同任务规划问题，结合无人机特性，建立了分层规划模型，并使用改进的遗传算法显著提升了规划效率和精度，取得了如下成果：

问题一研究了无人机协同侦查任务规划。首先建立了分层规划模型，根据敌方目标分布特性，以总滞留时间最少为目标，将任务分解为三层模型：（1）目标群路线规划；（2）群内目标路线规划；（3）基于传感器性能的航迹优化。将模型抽象为不确定数量的多起点开环多旅行商问题（MDO_MTSP），并使用无性繁殖策略的多岛遗传算法，以较高的计算效率求得了最优的无人机数量、路线以及航迹。还建立了全局规划模型，其结果与分层规划模型基本一致，两者误差仅为 0.32%，分层规划模型结果在处理复杂模型时，不仅给出了更优解，还在效率和资源占用方面远远优于全局规划模型。

问题二研究了带通信约束的无人机调度问题。在完全不增加滞留时间的情况下，仅通过调整 FY-1 型无人机的起飞策略，根据问题一的路线将无人机间距降到了最小值，使得通信中继无人机能尽可能多地同时为多架无人机保障通信，降低了对 FY-2 型无人机的需求，并求出了 FY-2 型无人机的最少架次。

问题三研究了考虑目标威胁程度的无人机打击任务规划问题。应用本文提出的分层规划思想，考虑敌方目标的特殊分布，参考匈牙利算法将任务分解为三层模型：（1）雷达目标之间的路线规划；（2）打击雷达目标的航迹规划；（3）打击非雷达目标的路线和航迹规划。将三层模型分别抽象为背包问题、带几何约束的连续模型最优问题以及资源协同分配问题，分别使用了非线性内点法和遗传算法对第二层模型进行求解，并分析了两种算法处理不同问题的性能，最

终通过建立资源矩阵和调度矩阵规划了第三层的路线和航迹。

问题四研究了多种威胁目标的无人机打击任务规划问题。基于问题三的结论，进一步考虑两种雷达的威胁程度，将模型分解为四层：（1）远程雷达之间的路线规划；（2）打击远程雷达的航迹规划；（3）剩余普通雷达打击路线规划；（4）无雷达目标打击路线规划。通过分层简化模型，在求解第三第四层路线时直接使用问题三算法得出了结果。

问题五研究了算法复杂度以及无人机参数对作战效能的影响。首先论证了分层规划模型的科学性，详细分析了分层规划模型的算法的时间复杂度以及该模型在应对复杂目标情况的优化性能，阐述了分层规划模型在效率、解的规模以及灵活性方面对于全局优化模型的巨大优势。根据所建模型，讨论了无人机各项参数对于优化结果的影响，给出了提高无人机作战能力的改进方案。

关键词：分层规划、全局规划、多岛遗传算法、威胁程度、时间复杂度

目录

一、问题重述	-----	-----	-	4
二、模型假设	-----	-----	-	5
三、符号说明	-----	-----	-	6
四、问题一求解	-----	-----		6
4.1 问题分析	-----	-----		6
4.2 模型建立	-----	-----		8
4.2.1 第一层路线规划	-----	-----	-----	8
4.2.2 第二层路线规划	-----	-----	-----	9
4.2.3 第三层航迹规划	-----	-----	-----	10
4.3 侦查路线规划模型求解	-----	-----	-----	12
4.3.1 遗传算法的实现	-----	-----	-----	13
4.3.2 分层规划模型求解	-----	-----	-----	14
4.3.3 全局规划模型求解	-----	-----	-----	16
4.3.4 两种模型的对比	-----	-----	-----	18
五、问题二求解	-----	-----		19
5.1 问题分析	-----	-----		19
5.2 调度策略的调整	-----	-----	-----	19
5.3 FY-2 型无人机调度方案	-----	-----	-----	22
六、问题三求解	-----	-----		22
6.1 问题分析	-----	-----		22
6.1.1 打击单个雷达的滞留时间	-----	-----		23
6.1.2 打击多个雷达的滞留时间	-----	-----		24
6.2 目标打击三层规划模型	-----	-----	-----	25
6.2.1 第一层路线规划	-----	-----	-----	26
6.2.2 第二层航迹规划	-----	-----	-----	26
6.2.3 第三层路线和航迹规划	-----	-----	-	28
6.2.4 规划结果	-----	-----		30
七、问题四求解	-----	-----		32
7.1 问题分析	-----	-----		32
7.2 远程雷达四层规划模型	-----	-----	-----	33
7.2.1 第一层路线规划	-----	-----	-----	33
7.2.2 第二层航迹规划	-----	-----	-----	34
7.2.3 第三层路线规划	-----	-----	-----	35
7.2.4 第四层路线和航迹规划	-----	-----	-	35
7.2.5 规划结果	-----	-----		35
八、问题五	-----	-----	---	36
8.1 分层规划模型的效率和复杂度分析	-----	-----		36
8.2 优化算法分析	-----	-----		37
8.3 无人机参数分析	-----	-----		37
参考文献	-----	-----	-----	39
附录	-----	-----	-----	39

多无人机协同任务规划

一、问题重述

无人机 (Unmanned Aerial Vehicle, UAV) 是一种具备自主飞行和独立执行任务能力的新型作战平台, 不仅能够执行军事侦察、监视、搜索、目标指向等非攻击性任务, 而且还能够执行对地攻击和目标轰炸等作战任务。随着无人机技术的快速发展, 越来越多的无人机将应用在未来战场。

某无人机作战部队现配属有 P01~P07 等 7 个无人机基地, 各基地均配备一定数量的 FY 系列无人机(各基地具体坐标、配备的无人机类型及数量见附件 1, 位置示意图见附件 2)。其中 FY-1 型无人机主要担任目标侦察和目标指示, FY-2 型无人机主要担任通信中继, FY-3 型无人机用于对地攻击。FY-1 型无人机的巡航飞行速度为 200km/h, 最长巡航时间为 10h, 巡航飞行高度为 1500m; FY-2 型、FY-3 型无人机的巡航飞行速度为 300km/h, 最长巡航时间为 8h, 巡航飞行高度为 5000m。受燃料限制, 无人机在飞行过程中尽可能减少转弯、爬升、俯冲等机动动作, 一般来说, 机动时消耗的燃料是巡航的 2~4 倍。最小转弯半径 70m。

FY-1 型无人机可加载 S-1、S-2、S-3 载荷。其中载荷 S-1 系成像传感器, 采用广域搜索模式对目标进行成像, 传感器的成像带宽为 2km (附件 3 对成像传感器工作原理提供了一个非常简洁的说明, 对性能参数进行了一些限定, 若干简化亦有助于本赛题的讨论); 载荷 S-2 系光学传感器, 为达到一定的目标识别精度, 对地面目标拍照时要求距目标的距离不超过 7.5km, 可瞬时完成拍照任务; 载荷 S-3 系目标指示器, 为制导炸弹提供目标指示时要求距被攻击目标的距离不超过 15km。由于各种技术条件的限制, 该系列无人机每次只能加载 S-1、S-2、S-3 载荷中的一种。为保证侦察效果, 对每一个目标需安排 S-1、S-2 两种不同载荷各自至少侦察一次, 两种不同载荷对同一目标的侦察间隔时间不超过 4 小时。

为保证执行侦察任务的无人机与地面控制中心的联系, 需安排专门的 FY-2 型无人机担任通信中继任务, 通信中继无人机与执行侦察任务的无人机的通信距离限定在 50km 范围内。通信中继无人机正常工作状态下可随时保持与地面控制中心的通信。

FY-3 型无人机可携带 6 枚 D-1 或 D-2 两种型号的炸弹。其中 D-1 炸弹系某种类型的“灵巧”炸弹, 采用抛投方式对地攻击, 即投放后炸弹以飞机投弹时的速度作抛物运动, 当炸弹接近目标后, 可主动寻的攻击待打击的目标, 因此炸弹落点位于目标中心 100m 范围内可视为有效击中目标。D-2 型炸弹在激光制导模式下对地面目标进行攻击, 其飞行速度为 200m/s, 飞行方向总是指向目标。攻击同一目标的 D-2 型炸弹在整个飞行过程中需一架 FY-1 型无人机加载载荷 S-3 进行全程引导, 直到命中目标。由于某些技术上的限制, 携带 D-2 型炸弹的无人机在投掷炸弹时要求距目标 10km~30km, 并且要求各制导炸弹的发射点到目标点连线的大地投影不交叉(以保证弹道不交叉)。为达到一定的毁伤效果, 对每个目标(包括雷达站和远程搜索雷达)需成功投掷 10 枚 D-1 型炸弹, 而对同一目标投掷 2 枚 D-2 型炸弹即可达到相同的毁伤效果。

多架该型无人机在同时执行任务时可按照一定的编队飞行，但空中飞行时两机相距要求 200m 以上。由于基地后勤技术保障的限制，同一基地的两架无人机起飞时间间隔和降落回收的时间间隔要求在 3 分钟以上。无人机执行完任务后需返回原基地。

根据任务要求，需完成侦察和打击的目标有 A01~A10 等 10 个目标群，每个目标群包含数量不等的地面目标，每个目标群均配属有雷达站（目标以及各目标群配属雷达的位置示意图见附件 2，具体坐标参数见附件 4），各目标群配属雷达对 FY 型无人机的有效探测距离为 70km。

需要研究以下问题：

（1）一旦有侦察无人机进入防御方某一目标群配属雷达探测范围，防御方 10 个目标群的配属雷达均开机对空警戒和搜索目标，并会采取相应对策，包括发射导弹对无人机进行摧毁等，因此侦察无人机滞留防御方雷达探测范围内时间越长，被其摧毁的可能性就越大。现需为 FY-1 型无人机完成 10 个目标群（共 68 个目标）的侦察任务拟制最佳的路线和无人机调度策略（包括每架无人机起飞基地、加载的载荷、起飞时间、航迹和侦察的目标），以保证侦察无人机滞留防御方雷达有效探测范围内的时间总和最小。

（2）FY-1 型无人机对目标进行侦察时，须将侦察信息实时通过 FY-2 型无人机传回地面控制中心。鉴于 50km 通信距离的限制，需安排多架 FY-2 型无人机升空，以保证空中飞行的侦察无人机随时与 FY-2 型无人机的通信。FY-2 型无人机可同时与多架在其有效通信范围的侦察无人机通信并转发信息。为完成问题（1）的侦察任务，至少安排多少架次的 FY-2 型通信中继无人机？

（3）所有 FY-1 型无人机现已完成侦察任务并返回基地，均可加载载荷 S-3 用于为制导炸弹提供目标指示。现要求在 7 个小时内（从第一架攻击无人机进入防御方雷达探测范围内起，到轰炸完最后一个目标止）完成对 10 个目标群所有 68 个地面目标的火力打击任务，如何进行任务规划以保证攻击方的无人机滞留防御方雷达有效探测范围内的时间总和最小？请给出具体的无人机任务规划结果（包括每架无人机飞行路线、FY-3 型无人机携带炸弹的具体清单和攻击的目标清单）。

（4）由相关信息渠道获知在 A02、A05、A09 周边可能还配置有三部远程搜索雷达，该雷达对 FY 型无人机的有效作用距离是 200km。这三部雷达的工作模式是相继开机工作，即只有首先开机的雷达遭到攻击后才开启第二部雷达，同样只有第二部雷达被攻击后才开启第三部雷达。远程搜索雷达一旦开机工作，攻击方无人机群即可获知信号并锁定目标，而后安排距其最近的无人机对其摧毁。请基于防御方部署远程搜索雷达的情形重新考虑问题（3）。

（5）请对求解模型的算法的复杂度进行分析；并讨论如何有效地提高算法的效率，以增强任务规划的时效性。基于你们小组构建的数学模型和对模型解算的结果，讨论哪些技术参数的提高将显著提升无人机的作战能力？

二、模型假设

1、同一型号的无人机各项参数如速度、最长巡航时间等完全相同，忽略因制造工艺产生的性能差异。

2、无人机在执行任务过程中没有损失，即无人机从起飞至返回基地降落，

不会因为故障、碰撞以及被导弹击中而损毁。

3、忽略无人机大小，将无人机简化为质点。忽略天气、地形以及障碍物的影响。

4、因无人机质量小，起飞迅速，考虑到无人机飞行距离在百千米以上，忽略无人机起飞时长，并假设无人机起飞后立即达到巡航速度。

5、假设无人机在飞往下一目标时，立即改变方向后走直线，即无人机航迹为折线，忽略转弯半径，以燃料安全系数计算转向的额外能耗。

6、本文区分名词“路线”与“航迹”。规定“路线”指无人机侦查敌方目标的先后顺序，“航迹”指无人机的具体飞行路径。

三、符号说明

表 1 本文所用符号

符号	含义	符号	含义
G	旅行商问题解集	t_l	无人机起飞间隔时间
C	目标群集合	d_l	无人机 1-1 的位移向量
X	旅行商问题边集合	$p_{l,i}$	无人机航迹点
x_{ij}	目标 c_i 到目标 c_j 的边	$P_{l,i}$	第 i 段航迹的长度
D	距离集合	v	无人机飞行速度
m	无人机数量	f	无人机打击目标时的里程
s	燃料安全系数	TAR	待打击目标矩阵
b_i	无人机基地	k_1	携带 D-1 炸弹的无人机数
$L(T)$	无人机路径总和	k_2	携带 D-2 炸弹的无人机数
T	无人机路线集合	P	无人机起飞矩阵
$dist()$	距离函数	POW	炸弹存储矩阵
n	目标数量	F	目标需求矩阵
G	染色体	pi,j	基地 i 第 j 架无人机
p_c	变异概率	v_d	炸弹飞行速度
p_i	逃逸概率	t_{ij}	基地 i 第 j 号无人机起飞时刻
A_i	目标群 i 的普通雷达	B_i	目标群 i 的远程雷达
v_1	FY-1 型无人机速度	v_3	FY-3 型无人机速度

四、问题一求解

4.1 问题分析

问题一是无人机飞行路线规划问题，可以简单描述为：由于敌方在探测到我方无人机后发射导弹对无人机进行摧毁，因此需要在侦察敌方所有目标的情况下拟制最佳的路线和无人机调度策略，使得所有无人机滞留在敌方雷达侦测范围内的时间总和最小。

首先分析敌方目标和我方基地分布情况，以敌方雷达为圆心，探测距离

70km 为半径画圆，即可获得敌方目标雷达探测区域覆盖图：

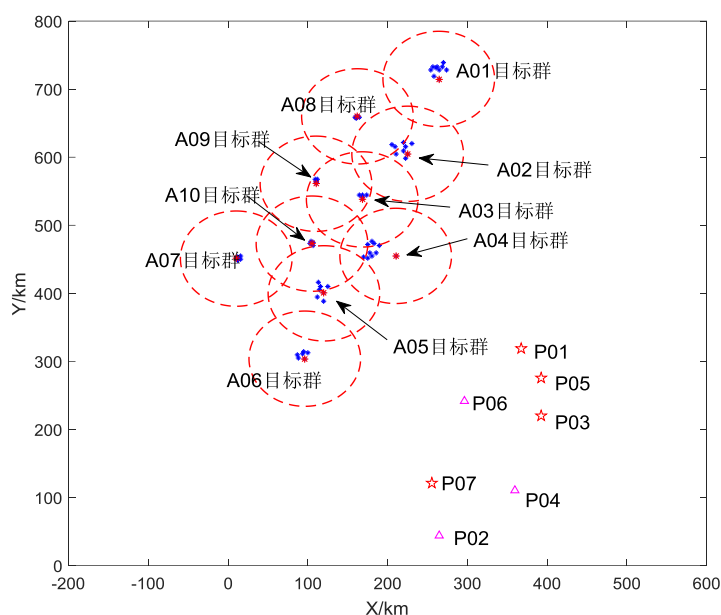


图 1 敌方雷达探测区域分布图

无人机燃料有限，且需要尽可能地减少滞留在雷达侦测范围内的时间，无人机在开始侦测某一目标后，必然会紧接着侦测该目标所属的目标群中所有其它点，而不是在某一目标群未侦查完毕后直接飞往下一目标群。因此本文将路线优化分层，首先考虑无人机在不同目标群之间的飞行路线，再考虑不同目标群内部的侦查路线。考虑到无人机在目标群内部的飞行路线不会影响到无人机在各目标群之间的飞行路线，先将各目标群简化到质心，绘制不同目标群之间所有可能路线：

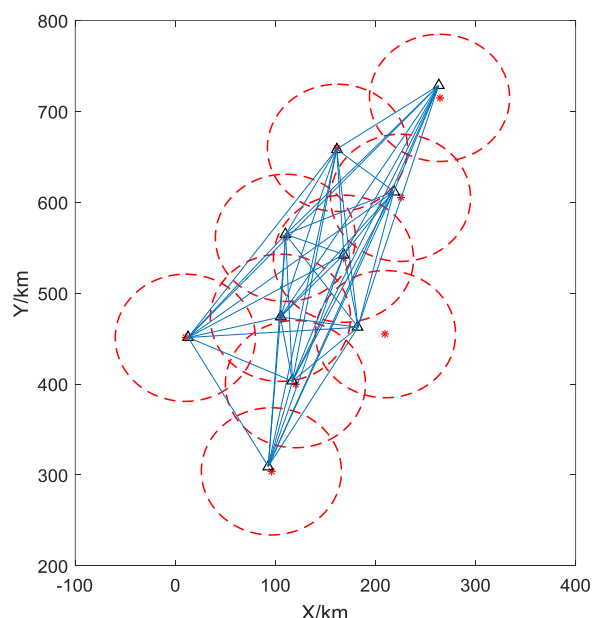


图 2 敌方目标群之间的可能路线

除目标群 A6 与 A7 之间的路线，雷达探测范围覆盖了所有可能的路线。根据下文计算，优化结果中并不存在 A6 与 A7 间的路线，由此可以得出结论：无人机在结束侦查前将一直滞留在雷达探测范围内。

受传感器性能限制，还需要根据规划的最优路线优化无人机的航迹，使得

无人机能够对所有目标成像。

本文的优化策略可以分为三层：

(i) 第一层，规划无人机在不同目标群之间的飞行路线，使得无人机在目标群之间的滞留时间最短；

(ii) 第二层，无人机进入某一目标群范围后，规划在目标群内不同目标之间的飞行路线，使得在这一特定目标群范围内滞留时间最短。

(iii) 第三层，考虑传感器性能限制，在既定路线上进一步规划无人机航迹，使得传感器能顺利成像。

4.2 模型建立

4.2.1 第一层路线规划

根据本文假设，问题一可以抽象为二维平面的路线规划问题，使得无人机在敌方雷达探测范围内的飞行路径最短。

首先规划无人机在各目标群之间的飞行路线。由于各目标群质心与雷达较为接近，可以近似认为无人机到达第一个目标群需要在雷达探测范围内必须飞过路程 R （该值为雷达探测半径），以及无人机从最后一个目标群飞出雷达探测范围时也必须飞过路程 R ，这两段距离是定值，不参与优化。因此只需要规划不同目标群之间的路线使路线最短，加之不同基地起飞的无人机应当遍历所有目标群，且不能重复侦查，第一层的优化可以归类为数目不确定的多旅行商问题（MTSP）。

多旅行商问题（MTSP: multiple traveling salesman problem）是旅行商问题（TSP: traveling salesman problem）的一般化形式^[1]。它是指给定一组城市以及 m 个在同一地点的旅行商，找出 m 条路径，使得 m 个旅行商从起点出发经过不同的城市后返回起点，每个城市必须被访问且只能访问一次，求使得 m 条路径之和最短^[2]。

但本题中有多架无人机从不同基地起飞，且最后并不返回第一次侦查的目标群，而是直接飞离最后侦查的目标群，有别于经典旅行商问题，属于多旅行商问题中的多源点开环问题 MDO_MTSP^[3]，且每一架无人机到达第一个目标群和离开最后一个目标群都会增加滞留在雷达探测区内的路程 $2R$ （ R 为雷达探测半径）。

关于此类问题的相关研究较少，本文根据传统的旅行商问题，通过将不确定旅行商数量的 MDO_MTSP 问题分解为多个 TSP 问题，建立了第一层级的无人机路线规划的数学模型，并使用传统 TSP 模型求解第二层级的路线规划。

第一层级路线规划模型可以描述为：

建立一个赋权无向完全图 $G=(C, X, D)$ ，其中目标群集合 $C=\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ ，边集合 $X=\{x_{ij} \mid i, j=0, 1, 2, \dots, n\}$ ，其中 x_{ij} 为目标群 c_i 到目标群 c_j 的边，表示该条飞行线路是否应该执行。距离集合 $D=\{d_{ij} \mid i, j=0, 1, 2, \dots, n\}$ ，表示目标群 c_i 到目标群 c_j 的距离。

给定 m 架无人机，无人机可以从任一基地 b_i 出发，首先飞向目标群 c_i ，沿一条路径侦查并且从目标群 $c_j(c_i \neq c_j)$ 离开。每架无人机都至少到达一个目标群，任一目标群都需要被一架无人机侦查且仅被侦查一次。求 m 条路径，使得 m 架无人机的路径总和 $L(T)$ 最小。

令 $S_i=\{c_{in}, c_k, \dots, c_{out}\}$ 为第 i 架无人机飞行的路线，其中 c_{in} , c_{out} 分别为第 i

架无人机侦查路线的起点和终点。

求总路线 $S=\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ ，使：

$$\begin{aligned} \min \quad & L(T) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} + 2mR \\ \text{s.t.} \quad & L(T) + \sum_i^m \text{dist}(c_{in}, b_i) + \text{dist}(c_{out}, b_i) < \frac{M}{s} \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i=1,2,3\dots n \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad j=1,2,3\dots n \\ & x_{ii} = 0 \quad \text{对所有 } i \end{aligned} \tag{1}$$

其中：

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{在最优路径上} \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

$\text{dist}()$ 为无人机从敌方目标群飞往基地的距离， s 为燃料安全系数， M 为无人机最大续航里程。约束条件使得所有目标都被侦查一次且只被侦查一次，且无人机至少要侦查一个目标。因此，各无人机轨迹无重合，题中要求无人机之间距离不得小于 200m 的约束条件自然满足。考虑到无人机在各点之间飞行需要进行转向，为增大安全性，初步计算一架无人机不可能飞完全程，转弯次数设为目标数的一半，即 34 次，每次转弯 180 度，则转弯里程为 23km，约为无人机续航的 1.15%，安全系数 s 设为 1.05。

4.2.2 第二层路线规划

在确定了无人机侦查目标群的路线后，对单个目标群内部的侦查进行规划。由于目标群已在 4.2.1 中分配给了不同的无人机，第二层路线规划退化为普通的 TSP 问题，即给定多个目标点，求一条路线，使得一架无人机遍历所有目标点，且每个目标点只被侦查一次。直接应用上文所述模型，将 m 设为 1 即可解出目标群内部的最短路线。

目标群优化的路线为无向路线，分别有一个入口和出口。因此需要根据上一目标群的位置选择进入方向，进一步缩短路线。具体的策略如下：

- (i) 分别规划所有目标群内的路线，并确定出入口；
- (ii) 计算在第一层规划获得的路线中相邻的两个目标群质心距离；
- (iii) 相邻两个目标群的出入口有四个，计算这四个出入口在两质心连线上的投影；
- (iv) 选择在两质心连线上投影距离最短的两个出入口作为两个目标群之间的路线。

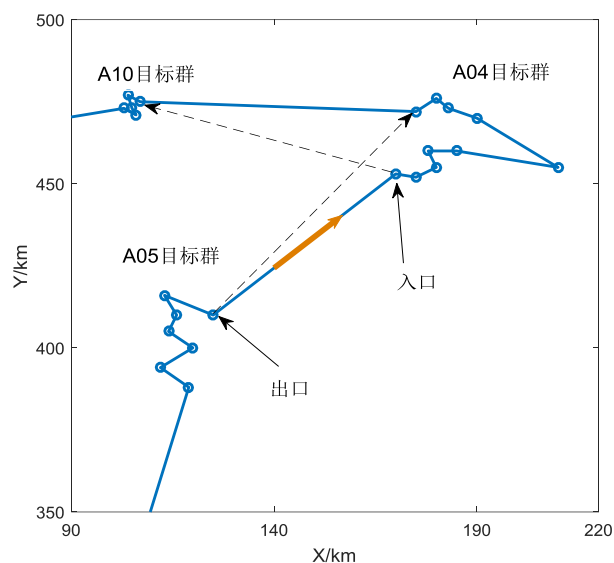


图 3 A5 目标群→A4 目标群的路线优化

图中虚线为错误的入口出口安排，导致无人机航线出现了交叉，而蓝色路线则根据各目标群分布规律，适当地调整了入口和出口，使得目标群内部路线在第一层优化的前提下达达到最短。

4.2.3 第三层航迹规划

确定了无人机侦查目标群内各目标点的顺序后，针对 FY-1 型无人机分别搭载 S-1 和 S-2 型传感器的航迹进行优化。

(1) FY-1 型无人机搭载 S-1 型传感器

S-1 型传感器拍摄带宽为 2km，且该段成像区域距离无人机大于 2km，小于 8km。为尽量接近 4.2.2 中求出的最优侦查路线，统一规定无人机在侧向距离目标 3km 时对目标进行成像。

不失一般性，以目标群 A5 为例。下图为第二层路线规划出的 A5 目标群最优侦查路线：

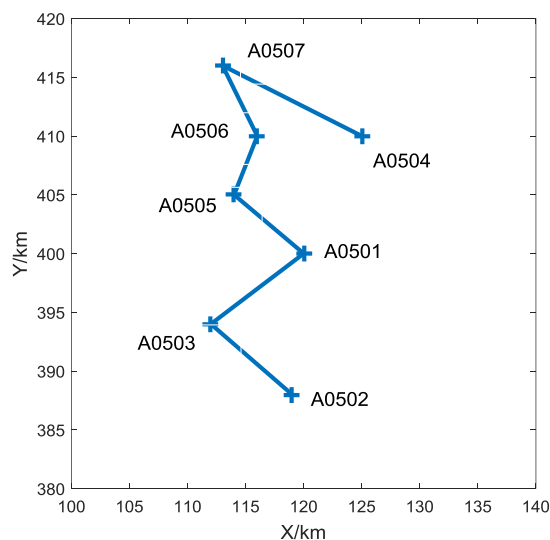


图 4 A5 目标群内最优路线

为无人机侦查制定航迹规则：

(i) 无人机起点为基地，终点为基地；

(ii) S-1 传感器安装在无人机右侧；

(iii) 两目标点之间的路线为 $c_{i,i+1}$ ，无人机离开目标 i ，飞往下一目标点 $i+1$ 。其中路线 $c_{i,i+1}$ 起点 i 为路线 $c_{i-1,i}$ 的终点，而终点则是目标 $i+1$ 的以 3km 为半径画圆的切点。

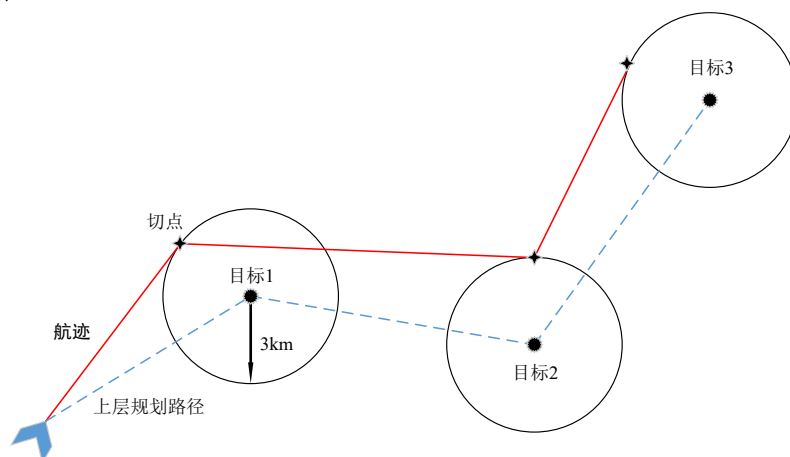


图 5 安装 S-1 型传感器的无人机航迹示意图

图中蓝色虚线为依据 4.2.2 获得的目标群内的最短路线，红色直线为根据传感器限制而安排的无人机航迹。无人机从基地起飞后，飞往目标 1 时，直接到达与目标 1 所在圆的切点，在侦查完目标 1 后，飞往目标 2，直接到达目标 2 所在圆的切点，直至侦查完毕后飞回基地。

目标点散落分布，在路线向左偏移时，航迹里程要小于最短路线，而路线向右偏移时，航迹里程要大于最短路线。在真正的无人机侦查中，除非目标点分布为接近圆形，且其最优路线沿逆时针方向，无人机的航迹才能小于最优路线，考虑到实战中敌方目标的分布无明显规律，因此可以认为规划获得的最优路线在无人机飞行方向上向左和向右偏移的概率一致，航迹里程很可能大于直接飞过目标的最短路线。此航迹规划在保证了传感器成像条件的情况下，最大程度上接近了最优规划路线。

上图仅作解释，目标点的具体分布状况非常复杂，包括多个圆相交，单个圆包含多个目标点等情况，本文在编写代码时已作考虑，故文中不再赘述。

(2) FY-1 型无人机搭载 S-2 型传感器

S-2 型传感器有别于 S-1 型传感器，只需要无人机进入目标 7.5km 范围内即可完成侦查。因此可以对 4.2.2 中获得的最短路线做进一步优化。

为无人机侦查制定航迹规则：

(i) 无人机起点为基地，终点为基地；

(ii) S-2 传感器可瞬间拍摄任意方向目标；

(iii) 两目标点之间的路线为 $c_{i,i+1}$ ，无人机离开目标 i ，飞往下一目标点 $i+1$ 。其中路线 $c_{i,i+1}$ 起点 i 为路线 $c_{i-1,i}$ 的终点，而终点则是目标 $i+1$ 的以 7.5km 为半径画圆的交点。

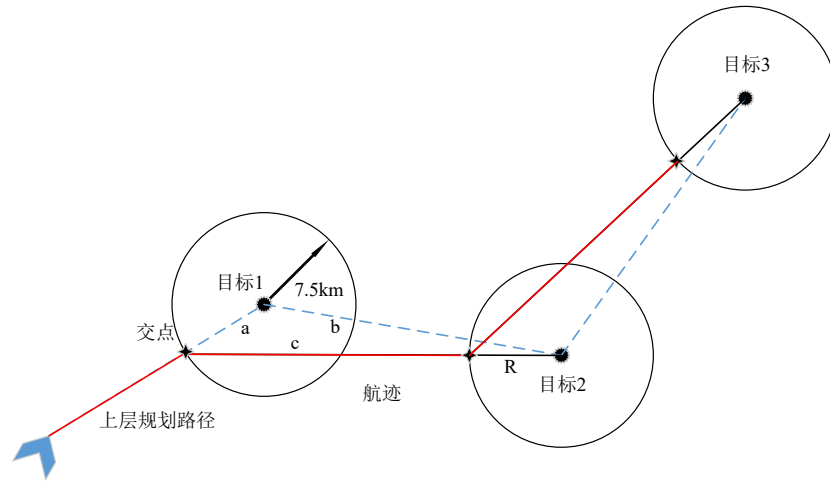


图 6 安装 S-2 型传感器的无人机航迹示意图

图中蓝色虚线为依据 4.2.2 获得的目标群内的最短路线，红色直线为根据传感器特性而安排的无人机航迹。无人机从基地起飞后，飞往目标 1 时，直接到达与目标 1 所在圆的交点，在侦查完目标 1 后，飞往目标 2，直接到达目标 2 所在圆的交点，直至最终飞回基地。

图中线段 a 和线段 b 分别为无人机根据最短路线飞往目标 1 和目标 2 的里程，线段 c 则是无人机侦查目标 1 后飞往目标 2 的里程。由于从基地起飞路线一定，依据三角形特性 $a+b>c$ 可知，红色路线必然优于蓝色路线。由于传感器 S-2 的特性，在一段路线中，如果下一目标点包含当前起点，则无人机已经可直接侦查到下一目标点，因此无人机略过下一目标点，飞往之后的目标点。

航迹规划利用了 S-2 型传感器的特性，进一步优化了侦查路线。同上文，实际的目标分布非常复杂，本文在编程时已作考虑，不再赘述。

(3) 调度安装了不同传感器的无人机

根据 4.2.1 和 4.2.2，要使得无人机在雷达探测范围内滞留时间最少，需要规划敌方雷达探测范围内的最短侦查路线，而每一个敌方目标都需要分别用安装有 S-1 和 S-2 传感器的 FY-1 型无人机进行侦查。由此可以认为，如果要满足上述条件，安装 S-2 传感器的无人机应当与安装 S-1 型无人机按照相同路线进行侦查，然后依据上文的航线规划，为安装有相同传感器的无人机进行航迹规划即可，无需为安装不同传感器的 FY-1 型无人机分别进行路线规划。

为节省燃料，可使相同路线的安装有 S-2 传感器无人机与安装有 S-1 传感器无人机从相同基地起飞。不同基地起飞的无人机被分配了不同的目标群，彼此距离在千米以上，自然满足无人机相距超过 200m 的条件。同一基地起飞的无人机虽然路线一致，但由于传感器的差异，其航迹完全不一致，因此也能满足其距离超过 200m 的条件。此外，安装不同传感器的无人机从相同基地起飞且路线相同，也满足了同一目标被两种传感器侦查间隔不超过 4 小时的条件。

4.3 侦查路线规划模型求解

旅行商问题属于 NP 问题，若使用精确求解方法，运算量随着网格的增大呈指数增长。因此本文采用启发式优化算法——遗传算法进行求解。

遗传算法在求解 m 个旅行商和 n 个城市的 MTSP 问题时，可行解的数量为 $(n+m-1)!^{[4]}$ 。为提高效率，增大收敛于全局最优解的可能性，本文改进了基本的

遗传算法，并采取以下求解方案：

(1) 求解 MDO_MTSP 问题的改进遗传算法：

- (i) 只保留最优父代，加速收敛；
- (ii) 采用多岛遗传^[5]形式，保持解的多样性；
- (iii) 使用无性繁殖策略^[6]加速收敛，并通过多种交叉、变异方式，避免提前收敛于局部最优解。

(2) 分别建立分层规划模型和全局规划模型

- (i) 依据本文的分层规划模型，首先规划各目标群之间的侦查路线，再规划目标群内部的侦查路线，最后根据传感器的限制规划无人机航迹；
- (ii) 不使用分层规划，直接全局规划所有目标的侦查路线，再根据传感器的限制规划无人机航迹。

4.3.1 遗传算法的实现

(1) 编码

每一个体的染色体长度为 $n+m-1$ ，其中染色体前 n 位为随机的整数，呈乱序排列，按大小排序后即即为无人机侦查各目标点的顺序。后 $m-1$ 位为断点位置的号码，断点用来表示目标在不同无人机之间的分配。一条染色体 G 如下所示：

$$G=\{4, 7, 1, 9, 3, 6, 3, \dots | 2, 5\}$$

其中，该染色体对应的目标数为 n ，对应的无人机数量为 $m=3$ ，后半部分的断点 2 和 5 表示三架无人机分别侦查以下标号的目标：

$$\begin{aligned} &4 \rightarrow 7 \\ &1 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \\ &6 \rightarrow 3 \rightarrow \dots \rightarrow n \end{aligned}$$

(2) 种群

种群分为多组，每组有 8 个个体，组的数量根据模型需要设置为 10 个。每组内的个体之间交叉无障碍，交叉和变异概率 p_c 取 0.875，组中个体有极低的概率 p_i 逃逸到另一组， p_i 设置为 0.01。初始种群随机生成。

(3) 适应度计算及选择策略

适应度函数取优化目标函数，每个岛屿中取适应度最高（目标函数最小）的个体作为父代，为加速收敛，直接删除该岛屿中其他个体。

(4) 遗传运算

本文采用多种遗传方式来生成子代：

- (i) 对换染色体前半段的任意两个数；
- (ii) 对换染色体前半段的两个数段，即同时将多个数进行对换；
- (iii) 对染色体前半段的数进行左移操作；
- (iv) 随机更新染色体后半段；
- (v) 同时进行 (i) (iv)；
- (vi) 同时进行 (ii) (iv)；

(vii) 同时进行 (iii) (iv);

(viii) 染色体不变。

根据 (3) 中产生的父代，使用上述八种规则，产生新一代个体。

(5) 终止规则

采用最大迭代次数作为终止条件，最大迭代次数设为 10000。

(6) 算法流程图

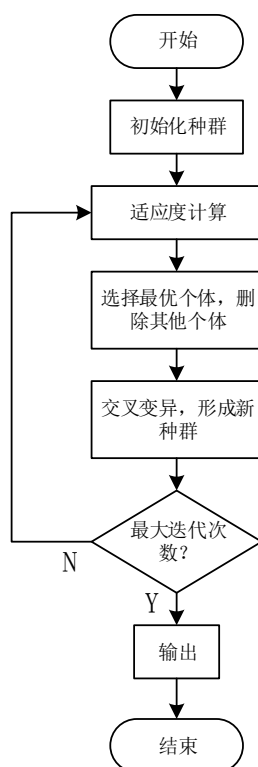


图 7 遗传算法流程图

4.3.2 分层规划模型求解

(1) 第一层规划求解

首先将敌方十个目标群质心设置为目标，即 $n=10$ 。按照 4.2.1 中模型和 4.3.1 中算法，使用 MATLAB 编程，计算最短路线。根据计算结果，安排两架无人机分别侦查目标群能最大程度减少滞留在敌方雷达探测区域的时间。

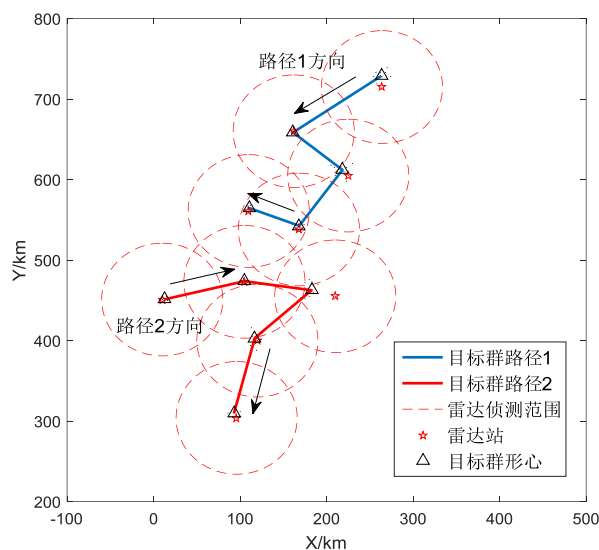


图 8 目标群之间的路线优化结果

(2) 第二层规划求解

根据 (1) 中求出的路线，分别对每一目标群内路线进行计算， n 为目标群内目标数量。根据本文 4.2.2，控制了目标群内部路线的进出，避免了路线出现交叉，并进一步优化了路线。

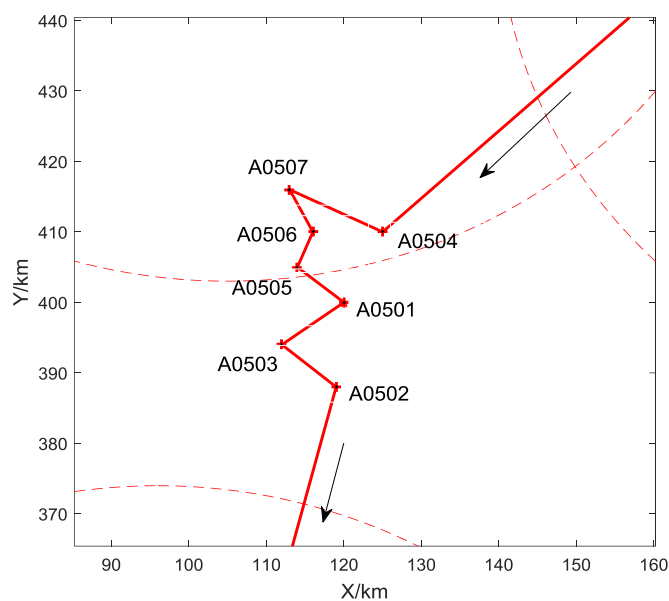


图 9 A5 目标群内部路线优化结果

(3) 第三层规划求解

根据 (2) 中求出的路线，根据 4.2.3 中内容分别给出安装 S-1 和 S-2 型传感器的 FY-1 无人机航迹图，令所有 S-1 型传感器安装在无人机右侧。

安装 S-1 型传感器的无人机航迹优化结果和局部放大图如下：

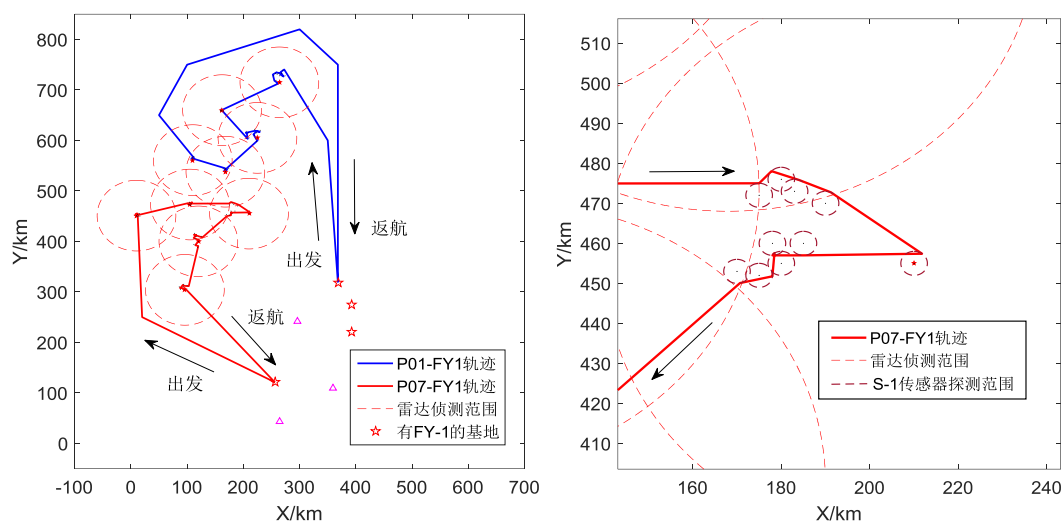


图 10 S-1 无人机航迹及 A4 目标群放大图

安装 S-2 型传感器的无人机航迹优化结果：

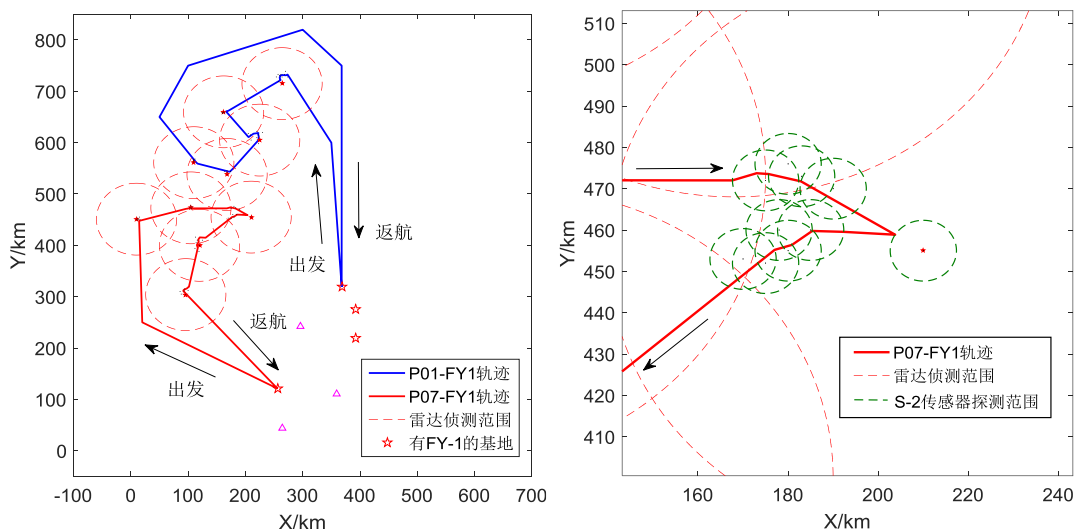


图 11 S-2 无人机航迹及 A4 目标群放大图

分层规划后，无人机按照最优路线的顺序依次侦查目标，并且航迹契合了不同传感器的性能。由于 S-2 型传感器优异的成像性能，安装 S-2 型传感器的无人机航迹要明显短于第二层优化的路线。

(4) 无人机调度策略

根据 4.2.3 中 (3) 的分析，基地 P7 和 P1 分别安排一架 FY-1 型无人机安装 S-1 传感器同时起飞，三分钟后同一基地再分别安排一架 FY-1 型无人机安装 S-2 传感器起飞。

4.3.3 全局规划模型求解

根据本文建立的模型，无人机在确定目标群侦查顺序后，再优化目标群内部的侦查路线，虽然这样显著地提升了优化速度，但也带来一个问题：无人机实际上在进入某目标群区域内和离开目标群时并不在目标群质心处，无人机首先探测的目标和最后探测的目标位置，将影响到无人机整体路线的长度。

所以本节考虑更具一般性的情况：基于全局优化思想，根据本文假设，将所有目标点统一规划，不考虑敌方目标的聚散情况。

(1) 考虑所有点的全局路线规划

将所有敌方目标点设置为目标， $n=68$ ，最大迭代次数设为 10000，直接求出所有目标点之间的路线。在全局规划的结果中，可以看出各目标群之间的整体路线与分层规划中第一层的路线完全一致，印证了本文分层规划思想的科学性。

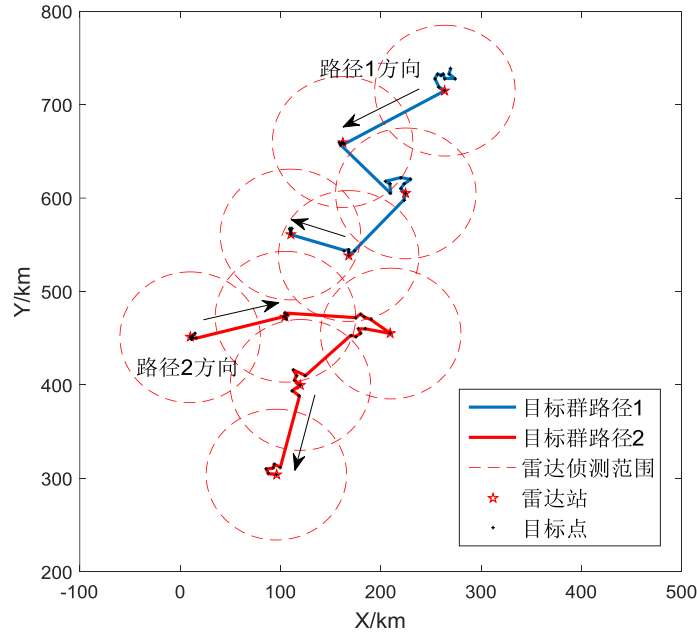


图 12 全局规划路线

(2) 考虑传感器性能的航迹规划

根据上文的最优路线，分别给出安装 S-1 和 S-2 型传感器的 FY-1 无人机航迹图，令所有 S-1 型传感器安装在无人机右侧。

安装 S-1 型传感器的无人机航迹优化结果如下：

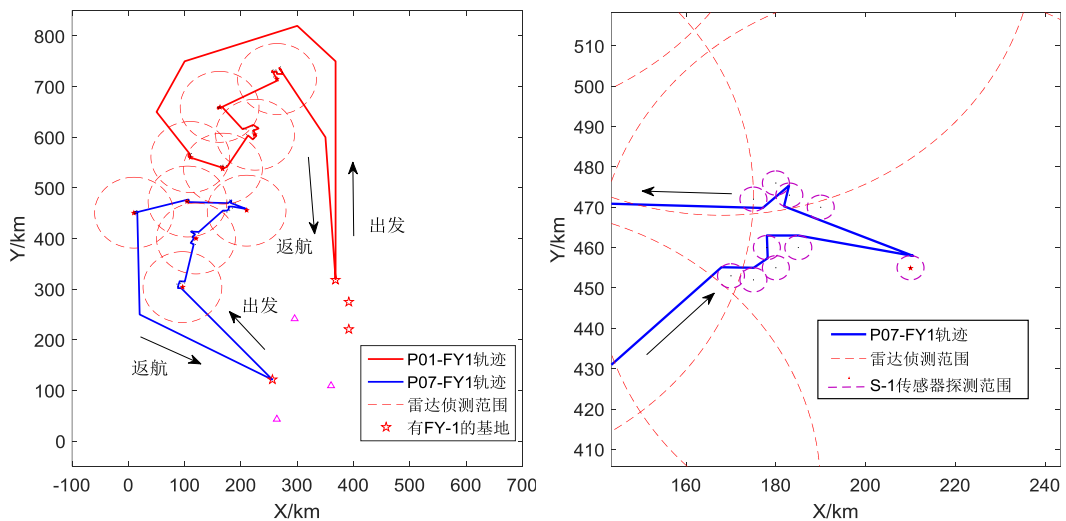


图 13 S-1 无人机航迹及 A4 目标群放大图

安装 S-2 型传感器的无人机航迹优化结果：

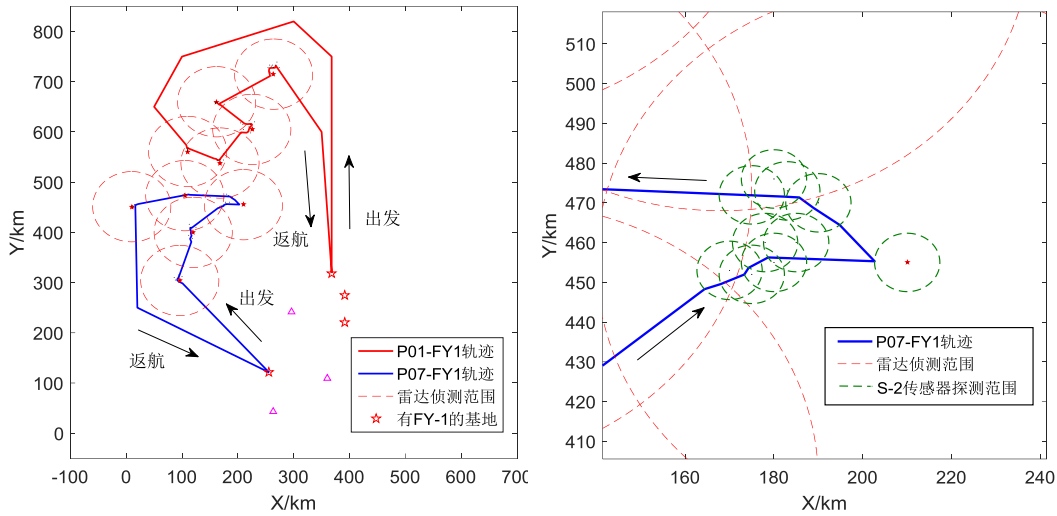


图 14 S-1 无人机航迹及 A4 目标群放大图

同分层规划模型类似，无人机按照最优路线的顺序依次侦查目标，并且航迹契合了不同传感器的性能。

(3) 无人机调度策略

基地 P7 和 P1 分别安排一架 FY-1 型无人机安装 S-1 传感器同时起飞，三分钟后同一基地再分别安排一架 FY-1 型无人机安装 S-2 传感器起飞。

4.3.4 两种模型的对比

本文使用 MATLAB 编程，所用计算机和求解情况如下：

表 2 计算机具体信息

品牌	型号	CPU 型号	CPU 主频	内存	系统
联想	Y460	Core i3M330	2.13GHz	4GB	Win7 旗舰版

表 3 不同模型计算结果对比

模型	无人机	起飞基地	载荷	滞留时间/min	不考虑载荷滞留/min	侦查路线	总里程/km
分层规划	1-1	P1	S-1	191.06	186.79	A9,A3,A2,A8,A1	1896.5
	1-2		S-2	154.44	186.79	A9,A3,A2,A8,A1	1770.8
	7-1	P7	S-1	193.63	193.06	A6,A5,A4,A10,A7	1224.9
	7-2		S-2	165.19	193.06	A6,A5,A4,A10,A7	1127.7
总和	4 架			704.32	759.70		6019.9
全局规划	1-1	P1	S-1	188.98	183.00	A9,A3,A2,A8,A1	1886.2
	1-2		S-2	156.04	183.00	A9,A3,A2,A8,A1	1764.9
	7-1	P7	S-1	193.06	192.56	A6,A5,A4,A10,A7	1218.6
	7-2		S-2	168.50	192.56	A6,A5,A4,A10,A7	1130.4
总和	4 架			706.58	751.12		6000.1
差异				0.32%	-1.14%		0.32%

表 4 不同模型计算耗时对比

模型	迭代次数	可行解规模	计算耗时/s
分层规划	$16 \times 11 = 176$	11!	$2.6 \times 11 = 28.6$
全局规划	3597	68!	490
差异（倍）	20.44	6.21×10^{88}	17.13

分析以上数据，可以得出以下结论：

（i）两种模型结果相近，相差仅为 0.32%，且分层规划模型得出的目标群之间的总体路线与全局规划的结果一致，这证明了本文分层规划模型的科学性，提高了结果可信度；

（ii）分层规划模型效率远高于全局规划模型，累计迭代次数仅为全局规划的 4.9%，累计耗时仅为全局规划模型的 5.3%，无论是迭代次数、解的规模，分层规划模型都远远优于全局规划模型，针对大规模的侦察任务规划时具有巨大优越性；

（iii）分层规划模型的解优于全局规划模型，仅在不考虑无人机载荷的情况下，全局规划模型在结果上优于分层规划模型。说明本文建立的分层规划模型能更好地适应复杂约束情况，第一层规划接近全局最优解，且在第二层和第三层规划中能更好地根据敌方各个目标群特点，对线路和航迹进行优化；

（iv）由于本文对遗传算法进行了改进，两种模型均能在普通配置的电脑上迅速计算出结果，这样的规划效率对于在瞬息万变的真实战争中迅速做出反应和调整策略具有重大意义。

五、问题二求解

5.1 问题分析

根据题意，FY-2 型无人机可同时与多架 FY-1 型无人机通讯，且 FY-2 型无人机与基地间的通讯不受距离限制。因此问题可以简化为：基于问题一的侦察任务，如何调度最少数量的 FY-2 型无人机，使所有 FY-1 型无人机均能位于 FY-2 无人机 50km 范围内。

FY-2 型无人机巡航速度为 300km/h，不同于 FY-1 型无人机，根据本题需要，考虑到问题一的模型中，无人机调度的自由度较大，因此对问题一的调度策略进行调整，便于求解。

5.2 调度策略的调整

为不影响问题一的路线和滞留时间，本题仅对同一基地的无人机起飞间隔进行调整，并借此改变先后起飞的两架无人机之间的最大间距，将无人机之间的最大间距限制在 100km 以内。如果无人机间距在 100km 以内，FY-2 型只需保持在两架 FY-1 型无人机连线中点即可满足通讯需求。

考虑到无人机执行转弯等机动动作会耗费额外能量，且精确调整无人机航迹困难较大，本章通过调整起飞间隔，将两架 FY-1 型无人机间隔最小化，为调度 FY-2 型无人机提供方便。

(1) P1 基地起飞策略调整

以 P1 基地出发的两架无人机为例，将其分别编号为 1-1,1-2，1-1 号无人机安装 S-1 型传感器，1-2 号无人机安装 S-2 型传感器。

设 1-1 号无人机于时间 0 先从基地起飞，1-2 号无人机在时间间隔 t_l 从同一基地起飞，则在 t 时刻，两架无人机位置如下：

$$d_1 = p_{1,i} + \frac{vt - \sum_{i=0}^k P_{1,i}}{P_{1,i}} (p_{1,i+1} - p_{1,i}) \quad (2)$$

$$d_2 = p_{2,i} + \frac{v(t+t_1) - \sum_{i=0}^k P_{2,i}}{P_{2,i}} (p_{2,i+1} - p_{2,i}) \quad (3)$$

其中 d_i 表示无人机 1-1 的位移向量， $p_{l,i}$ 表示上文规划的无人机航迹点， $P_{l,i}$ 表示第 i 段无人机航迹的长度。

则两架无人机的距离为：

$$dist = |d_1 d_2| \quad (4)$$

求出在某一 t_l 情况下，两无人机的间距图：

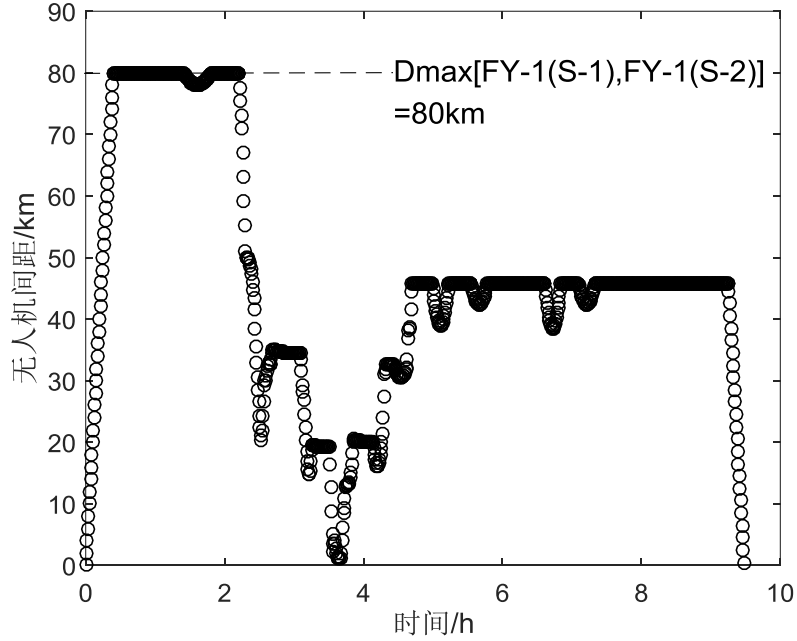


图 15 $t_l=0.2h$ ，P1 基地起飞的两无人机间距随时间变化

再以 X 坐标轴为起飞间隔 t_l ，Y 坐标轴为时间 t ，Z 坐标为无人机间距，作图如下：

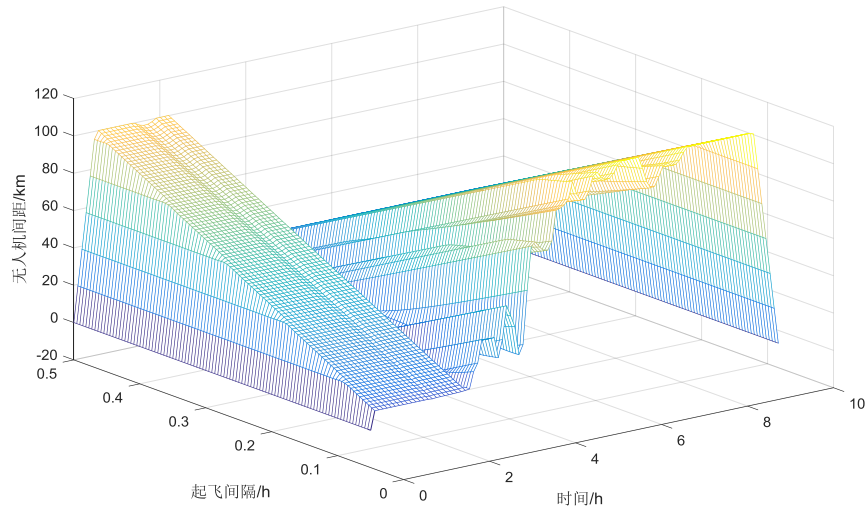


图 16 P1 基地起飞的无人机间距与间隔 t_I 和时间 t 的关系
由此可以求出不同起飞间隔的无人机最大间距关于间隔 t_I 的函数：

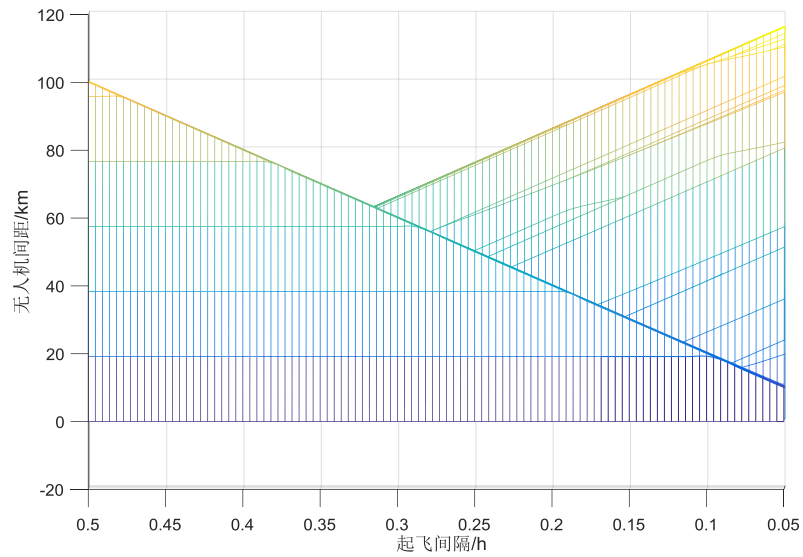


图 17 P1 基地起飞的无人机最大间距与起飞间隔的关系
据此调整： $t_I=0.38h$ ，使得两架无人机之间最大距离为 65km。

(2) P7 基地起飞策略调整

对 P7 基地出发的两架无人机采用相同的处理方式，作图如下：

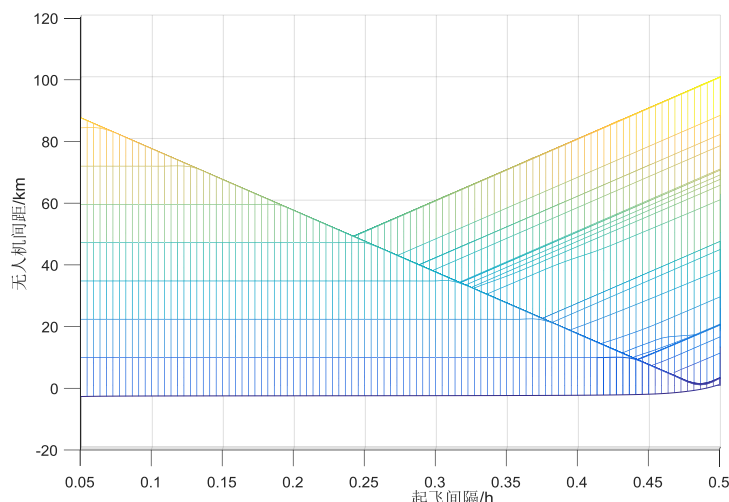


图 18 P7 基地起飞的无人机最大间距与起飞间隔的关系
调整 $t_2=0.24h$ ，使得两架无人机之间最大距离为 55km。

5.3 FY-2 型无人机调度方案

由于不同基地起飞的无人机路线无任何重合，彼此间距显然大于 100km，从而不可能与其他基地起飞的无人机共享一架 FY-2 型无人机，因此分别对每个基地的 FY-2 型无人机进行调度。

首先分析 P7 基地起飞的两架 FY-1 型无人机，由 4.3.3 和 5.2 可知，两架无人机飞行总里程分别为 1224.9km 和 1127.7km，起飞间隔为 0.24h，空中有任一架无人机的累计时间为 6.36 小时，且两架无人机间距永远小于 55km。而 FY-2 型无人机巡航时间长达 8 小时，由此可以判断，FY-2 型无人机只要跟随两架 FY-1 型无人机，如果航迹超越了 FY-1 型无人机就进行盘旋，保持其位置在两架 FY-1 型无人机之间，即使考虑到转弯等机动动作，其能耗也足以支撑全程。因此 P7 基地起飞的 FY-1 型无人机仅需一架 FY-2 型无人机即可满足通讯需求。

再分析 P1 基地起飞的两架 FY-1 型无人机，两架无人机飞行总里程分别为 1896.5km，1770.8km，起飞间隔为 0.38h，空中有任一架无人机的累计时间为 9.86h，两架无人机间距永远小于 65km。由于 FY-2 型无人机巡航时间为 8 小时，再考虑到其中转向等机动动作，因此一架 FY-2 型无人机不能满足需求，至少需要两架。

于是，从 P7 基地起飞的两架无人机，仅需要一架 FY-2 型无人机即可满足通讯要求，而 P1 基地起飞的两架无人机，需要两架 FY-2 型无人机。

结论：至少需要 3 架 FY-2 型无人机，才可保证问题一中侦察任务的通讯需求。

六、问题三求解

6.1 问题分析

问题三依然是无人机协同任务规划，可以简单描述为：规划无人机路线，在 7 小时内打击所有敌方目标，并使无人机滞留在敌方雷达探测范围内的时间

最短。

一个雷达被打击后失去探测能力，其所在目标群内目标将失去雷达的保护，而打击附近目标的无人机也不会再进入雷达探测范围内，多数目标都只被一个雷达覆盖，于是可以制定以下基本打击策略：

- (i) 优先打击有雷达目标；
- (ii) 在雷达被击毁后，再指派其他无人机打击无雷达保护的目标；
- (iii) 以总滞留时间最短为优化目标，兼顾打击雷达的总耗时，为后续打击节省时间。

首先安排无人机对所有雷达目标进行打击，保证总滞留时间最短的情况下，优化打击路线，节省飞行时间，再根据雷达被打击情况，调度其他无人机，使得其他无人机在无雷达侦测情况下打击目标，并优化打击路线，使打击耗时最少。

6.1.1 打击单个雷达的滞留时间

FY-3 型无人机可以携带 D-1 和 D-2 型炸弹，两种炸弹引导方式和飞行速度不同，首先考虑使用不同炸弹的滞留时间，并且假设通过调度可以让无人机按要求到达指定点。考虑到无论 D-1 还是 D-2 型炸弹，一架无人机都不足以炸毁一个目标，分别就单个雷达使用两架无人机打击的情况进行分析。

(1) D-1 型炸弹打击策略

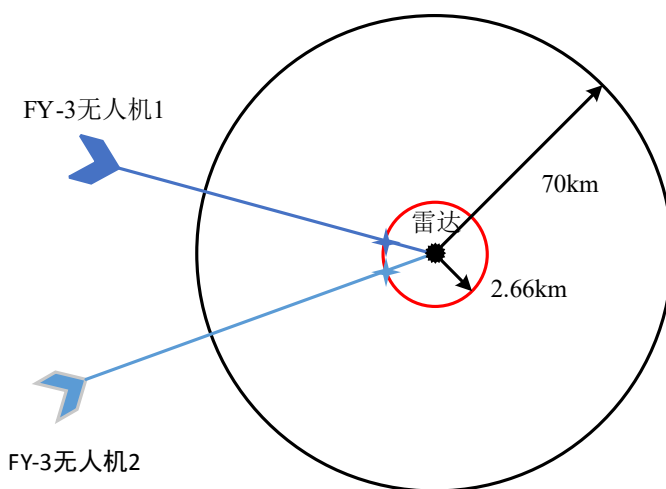


图 19 D-1 型炸弹打击示意

分析 D-1 型炸弹的打击方案，最佳打击策略为：两架 FY-3 型无人机同时到达距离雷达 2.66km 处，投放共 10 枚 D-1 炸弹，然后 D-1 炸弹沿抛物线飞向目标并将目标炸毁，可以算出两架无人机在该雷达范围内的总滞留时间为：0.47h。

(2) D-2 型炸弹打击策略

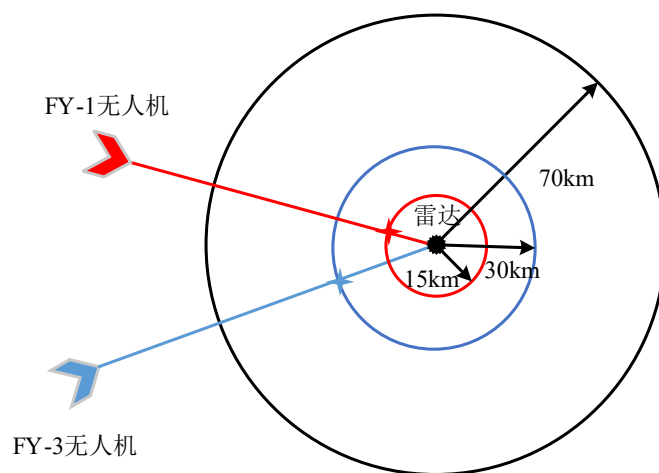


图 20 D-2 型炸弹打击示意

分析 D-2 型炸弹的打击方案，最佳打击策略为：FY-3 无人机距离雷达 30km 时，FY-2 无人机到达距离雷达 15km 的位置，此时两枚 D-2 炸弹发射，FY-1 无人机在雷达半径 15km 范围内飞行，引导 D-2 炸弹直至雷达被炸毁。这样可以计算出两架无人机在该雷达范围内的总滞留时间为：0.49h。

6.1.2 打击多个雷达的滞留时间

就单个雷达而言，很明显使用 D-1 型炸弹的滞留时间更少，但是本文分析敌方目标分布规律后发现，使用 D-2 型炸弹打击多个雷达，其总滞留时间存在一定的优化空间，因此需要考虑三种打击方案的最少滞留时间。

(1) 使用 D-1 型炸弹的最少滞留时间

如果不考虑雷达探测范围的重叠，并且事实上可以同时出动 20 架 FY-3 型无人机，分别从不同方向同时进入各个雷达区域，且不进入雷达重叠区域，同时投放 D-1 炸弹。考虑到两架 FY-3 型无人机只能携带共 12 枚 D-1 炸弹，这两架无人机在打击完雷达后不应当再进入其他雷达覆盖区域，因为无人机仅剩两枚炸弹，不仅无法炸毁雷达，还会增加滞留时间。所以，使用 D-1 型炸弹的最少滞留时间应当为 $0.47 \times 10 = 4.7h$ 。

(2) 使用 D-2 型炸弹的最少滞留时间

考虑如下情况，一雷达被另一雷达探测范围覆盖：

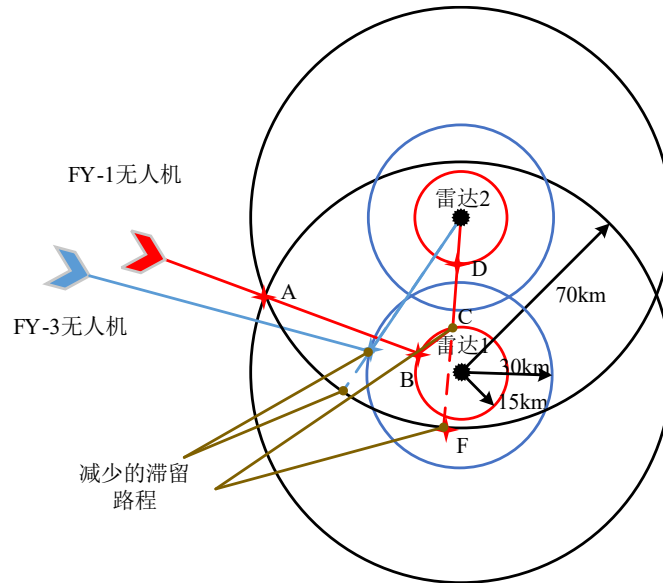


图 21 使用 D-2 型炸弹依次打击两个目标

在打击敌方雷达 1 后，FY-1 无人机直接飞向了雷达 2，因此其在雷达 2 探测范围内的滞留路程为 CD，而如果是 6.1.1 中的情况，滞留路程应当为 FD，图中虚线段的存在可明显降低总滞留时间。

(3) 混合装弹

考虑到一旦 FY-3 型无人机携带 D-2 炸弹，就必须有一架 FY-1 为其提供引导。在无人机第一次进入雷达 1 范围内时，已经开始计算滞留时间，而混合装弹的 FY-3 型无人机不可能使用 D-1 炸弹摧毁雷达 1，必须首先使用 D-2 型炸弹炸毁雷达 1。根据上文的分析可知，FY-1 型无人机已经进入雷达 2 的探测范围，而此时如果使用该架 FY-3 无人机则无法摧毁雷达 2，即使此时派出另一架 FY-3 型无人机使用 D-1 型炸弹打击雷达 2，则总滞留时间也必然大于上文的情况，因此就打击雷达的策略，本文不再考虑混合装弹。

6.2 目标打击三层规划模型

针对 D-2 型炸弹的打击模式，建立数学模型。根据上文的分析可知，FY-1 型无人机在引导完雷达 1 之后，存在一个最优路径，使得 FY-1 无人机在最短时间内到达雷达 2 的附近，进行引导，因此对于雷达 2 的最小总滞留时间是定值，故 FY-3 无人机的路线已没有优化空间，因此对于每一段路线，只需要针对 FY-1 航迹进行优化。

按照本文的分层规划思想，可以建立如下分层规划模型：

- (i) 第一层，规划目标群之间的打击路线，使得存在 6.1.2 中可优化情况的路线数量最多，该种路线采用 D-2 型炸弹打击，其余路线则采用 D-1 型炸弹打击；
- (ii) 第二层，根据第一层的路线，针对每一段采用 D-2 型炸弹的打击路线，计算 FY-1 无人机最短航迹；
- (iii) 第三层，根据第二层的无人机航迹，规划无人机的调度和整体路线。

6.2.1 第一层路线规划

首先求的所有雷达站间距，两个雷达站间距小于雷达探测范围 70km 并大于 15km 为 6.1.2 中的可优化情况。

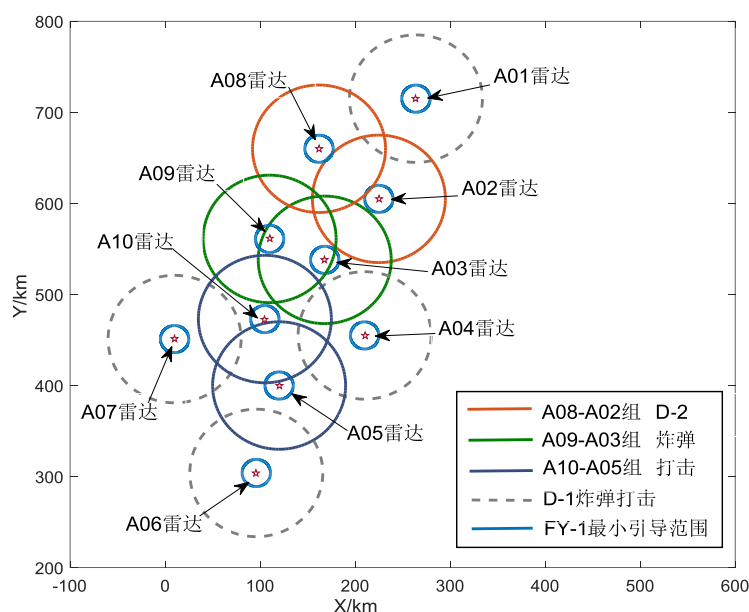


图 22 可优化路线示意图

将图中的同色雷达（实线）划为一组，设置为必经路线，其余目标（虚线）则直接使用 D-1 型炸弹直接打击，则可以使总滞留时间最少。

6.2.2 第二层航迹规划

设 FY-1 无人机与雷达 I 探测范围交点为 A，到达雷达 I 的引导位置为 C，离开雷达 I 引导范围的位置为 B，到达雷达 O 的引导位置为 D。

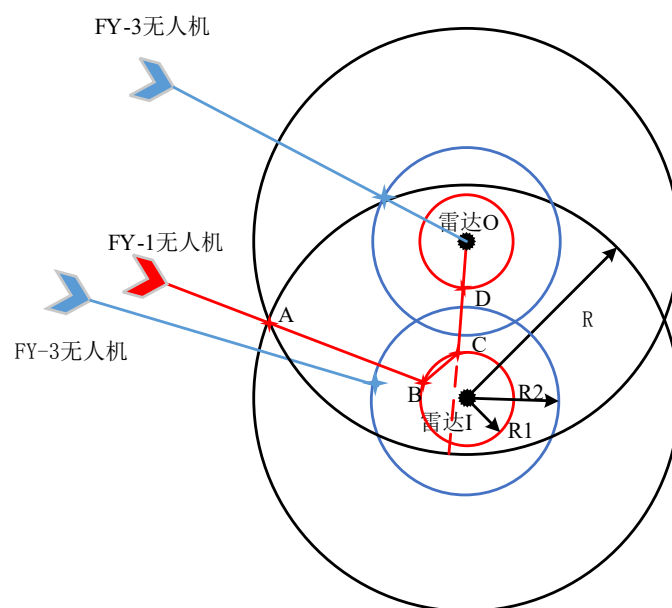


图 23 FY-1 航迹优化

目标函数为：

$$\min f(A,B,C,D)=|AB|+|BC|+|CD| \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & |AI|=R \\ & |BI|=|CI|=|DO|=R_1 \\ & |BC| \geq \frac{R_2 \times v}{v_d} \end{aligned}$$

其中， $R=70\text{km}$ ， $R_1=15\text{km}$ ， $v=200\text{km/h}$ ， $v_d=200\text{m/s}$ 。

考虑到目标函数是连续函数，使用遗传算法很有可能收敛于局部最优解，且运算量较大。本问使用非线性内点法^[7]规划无人机航迹，并在之后附上遗传算法的结果供比较分析。

使用非线性内点法结果如下：

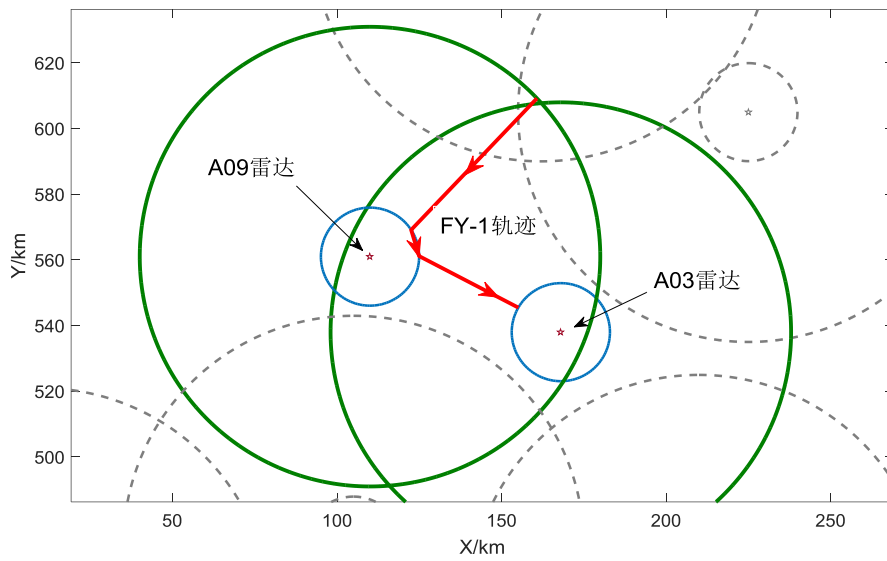


图 24 非线性内点法优化航迹结果

遗传算法结果如下：

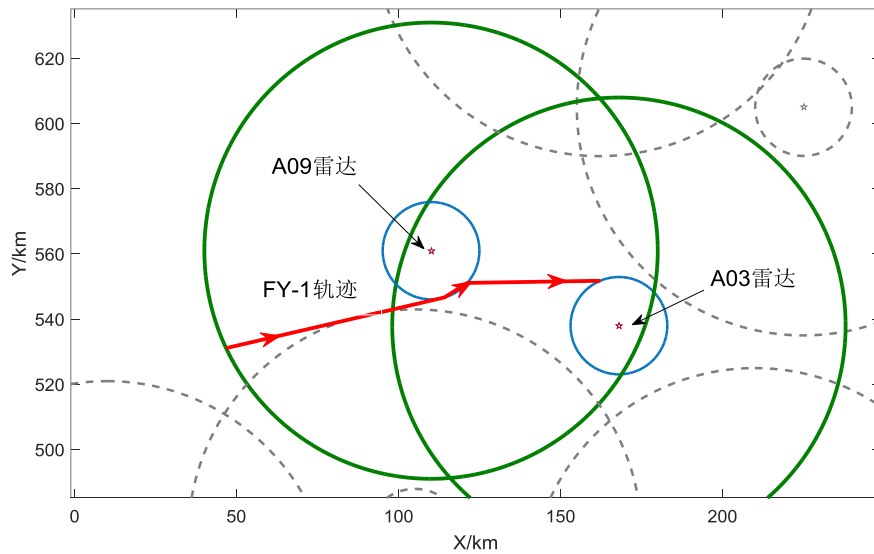


图 25 遗传算法优化航迹结果

两种算法结果对比如下：

表 5 非线性内点法与遗传算法对比

算法	滞留时间/h	优化率	迭代次数	计算耗时/s
非线性内点法	0.80	14.32%	34	1.72
遗传算法	0.90	3.12%	88000	41.94
差异	12.5%	4.59 倍	2588 倍	24.38 倍

可以看出，处理连续的目标函数时，遗传算法容易收敛到局部最优解，且运算量巨大。而非线性内点法在计算效率、优化程度上都远远优于遗传算法，故本文在之后处理类似问题时均采用了非线性内点法。

6.2.3 第三层路线和航迹规划

(1) 模型的建立

第二层已经规划出打击雷达的路线，因此总路线的规划目标只有一个：降低打击所有目标的耗时，从第一架无人机进入雷达探测范围起，7 小时内完成打击任务，将打击雷达和非雷达目标的无人机统一规划，算法如下：

Step1：基于上一层的雷达打击路线，将所有目标群两个一组，将 6.2.2 中可优化的两个目标群设置在同一组，共五组，设定目标群打击矩阵：

$$TAR = [A_{i_1,j_1}, A_{i_1,j_2} | \cdots | A_{i_2,j_1}, A_{i_2,j_2} | \cdots \cdots | A_{i_5,j_1}, A_{i_5,j_2}] \quad (6)$$

其中 i_5 表示第五组目标。

Step2：计算每组目标所需要的携带 D-1 炸弹无人机数量为 k_1 ，目标数量为 n ，首先假设所有无人机携带 D-1 炸弹，则需要的无人机数量：

$$k_1 = \text{int}(\frac{n}{6}) + 1 \quad (7)$$

可知 $k > 97$ ，显然不满足条件，因此使用如下迭代方式计算携带 D-2 炸弹的无人机数量 k_2 ，卸载一架无人机的所有 D-1 炸弹，使其全部携带 D-2 炸弹，则

$$k_2 = k_1 + 1 \quad (8)$$

则携带 D-1 炸弹的无人机数量：

$$k_1 = \text{int} \left[\frac{10(n - 3k_2)}{6} \right] \quad (9)$$

重复此步骤直至：

$$k_1 + k_2 \leq 97 \quad (10)$$

Step3：安排每一架无人机的起飞基地，首先建立基地的无人机储备矩阵：

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1,13} & \cdots & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & & & p_{2,15} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \vdots \\ p_{71} & p_{72} & p_{73} & \cdots & p_{7,13} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

考虑到每个基地 3 分钟只能起降一架无人机，因此对于每一组目标，优先从不同基地调度无人机，即按矩阵列的顺序调度无人机，可以有效简化调度方

案，避免 3 分钟内同时起降无人机。矩阵中下一列的无人机则在 3 分钟之后起飞，直至飞往目标的无人机足够打击所有目标。

Step4: 建立无人机的炸弹存储矩阵 POW ，将所有 D-2 炸弹排在前，D-1 炸弹排在后，其中 Y 表示 D-2 炸弹， Z 表示 D-1 炸弹。

$$POW = [Y_{1,1} \cdots Y_{6,1} | Y_{1,2} \cdots Y_{6,2} | \cdots | Y_{5,k_2}, Y_{6,k_2} || Z_{1,1} \cdots Z_{6,1} | \cdots | \cdots | Z_{5,k_1} Z_{6,k_1}] \quad (12)$$

按照规划好的打击顺序，建立目标的炸弹需求矩阵 F ：

$$F = [Y_{1,1} \cdots Y_{2,1} | Y_{1,2} \cdots Y_{2,2} | \cdots | Y_{1,k_2}, Y_{2,k_2} || Z_{1,1} \cdots Z_{10,1} | \cdots | Z_{1,k_1} \cdots Z_{10,k_1}] \quad (13)$$

参考 C++ 编程语言中队列的思想，将矩阵 D 按队列放入矩阵 F 中，即可得到无人机分配到的打击目标。

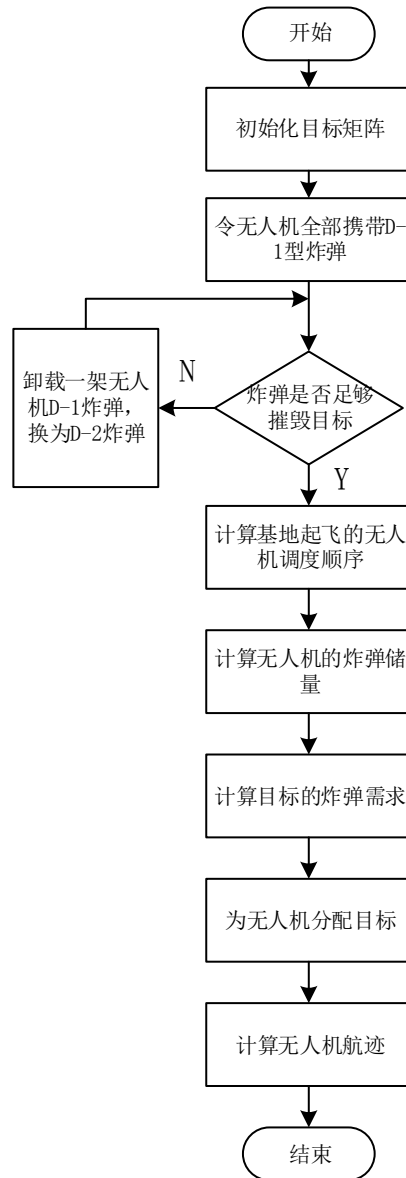


图 26 无人机协同打击路线规划模型

(2) 打击时间的计算

再次考虑矩阵基地的无人机矩阵 P :

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1,13} & \cdots & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & & & p_{2,15} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \vdots \\ p_{71} & p_{72} & p_{73} & \cdots & p_{7,13} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

该矩阵是各基地 FY-3 型无人机的分布情况, 其中行数是基地编号, 列数是基地内的无人机编号。根据上文算法, 按矩阵的列派出无人机, 即首先派出第一列无人机, 3 分钟后派出第二列无人机, 直至打击目标所需要的最后一架无人机出发。假设第一架无人机出发时刻为 0, 则第 i 行第 j 列的无人机出发时刻为:

$$t_{i,j} = \Delta t \times j \quad (14)$$

其中 $\Delta t=3\text{min}$ 。

上文算法求出了每一架无人机分配的目标和航迹, 因此任一无人机都有唯一对应的目标, 设为 $tar_{i,j}$ 。于是, 每一架无人机执行完打击任务的绝对时刻 $et_{i,j}$ 为:

$$et_{i,j} = t_{i,j} + \frac{dist(p_{i,j}, A_{i,j})}{v} \quad (15)$$

其中, $A_{i,j}$ 表示无人机 $p_{i,j}$ 分配到的打击目标, $dist()$ 为求无人机到目标的路线长度的函数, v 为无人机的飞行速度。

考虑到所有派出的无人机投放炸弹后能够摧毁所有目标, 最后一架投出炸弹的无人机打击的必定是最后一个目标。因此只需求出无人机第一次进入雷达探测范围的时刻 t_{in} , 再求出最大的 $et_{i,j}$, 即可求出打击的总时间 T :

$$T = et_{i,j} - t_{in} \quad (16)$$

6.2.4 规划结果

(1) 总滞留时间

$$T_z = 4T_{D1} + T_{A08,A02} + T_{A10,A05} + T_{A09,A03} \quad (17)$$

最少滞留时间为: $T_z=4 \times 0.465 + 0.900 + 0.856 + 0.798 = 4.42\text{h}$ 。

(2) 规划路线

为保证作图效果, 路线图将规划路线按本章顺序拆分。具体的每架无人机飞行路线、FY-3 型无人机携带炸弹的具体清单和攻击的目标清单在附录中给出。

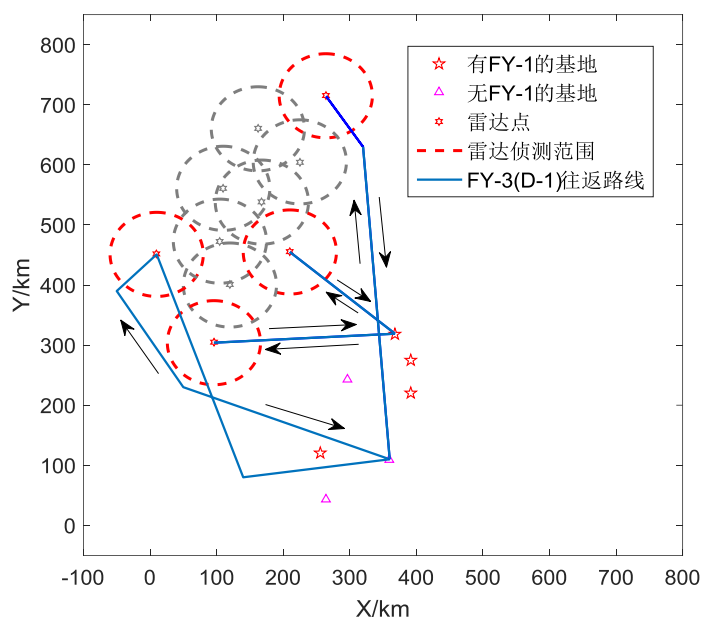


图 27 携带 D-1 炸弹的无人机打击路线

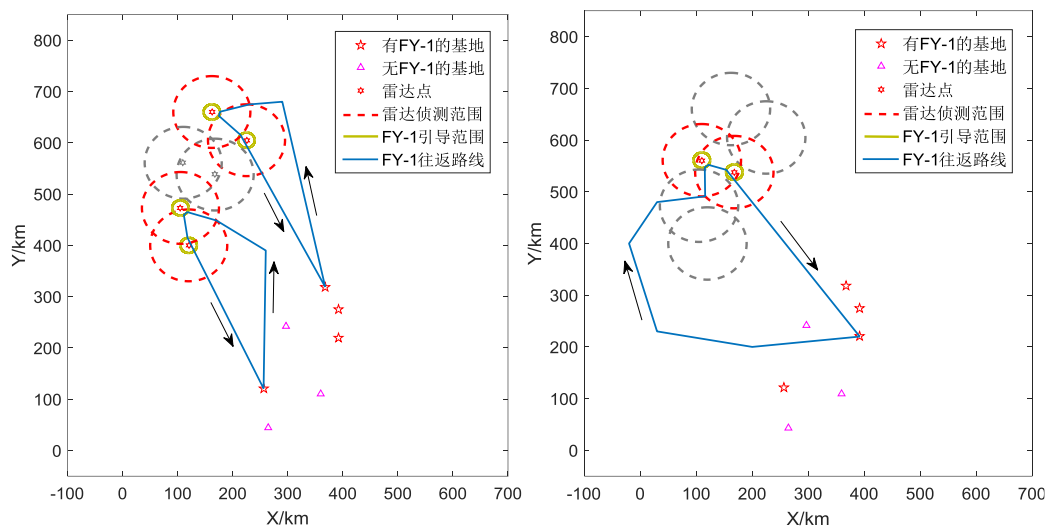


图 28 携带 D-2 炸弹的无人机打击路线

根据 6.2.2 中内容, 由于 FY-3 型无人机的航迹由 FY-1 型无人机决定, 且不影响滞留时间, 因此图中省略了 FY-3 型无人机的航迹, 仅给出 FY-1 型无人机航迹。

(3) 任务耗时

$$T = et_{i,j} - t_{in} \quad (18)$$

任务总耗时 $T=3.93h < 7h$ 。

七、问题四求解

7.1 问题分析

问题四在第三问的基础上，增加了三部远程雷达，其他条件不变。不失一般性，假设远程雷达位于 A02、A05、A09 目标群的某一目标点处，绘制远程雷达的覆盖范围。

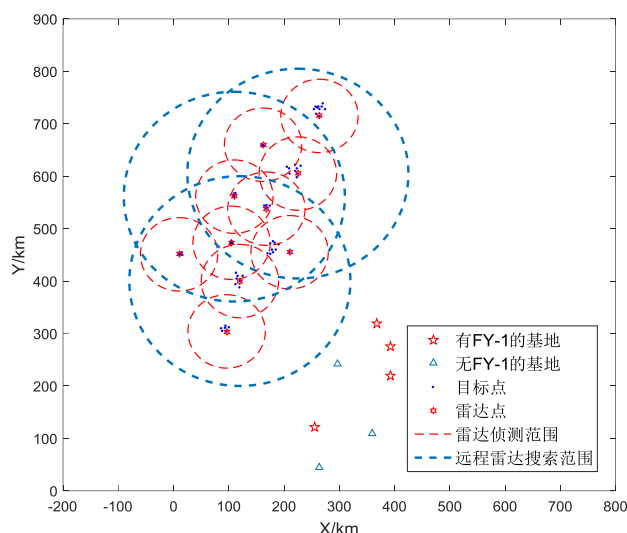


图 29 远程雷达探测范围

可以看出，远程雷达至少能覆盖五个目标群以上，且三个远程雷达覆盖了所有目标。所以远程雷达一旦开机，即使原有雷达全部被炸毁，所有无人机都将处于雷达探测范围之内，总滞留时间将成倍增长。文献^[8]在讨论无人机目标规划时，根据威胁程度对目标进行了分级。本题中远程雷达威胁程度最大，普通雷达目标威胁程度较大，而非雷达目标无威胁。在远程雷达探测范围内，如果经过普通雷达，总滞留时间并不会增加。于是根据问题三模型，可以制定如下的优化策略：(i) 优先打击远程雷达；(ii) 摧毁远程雷达后立即打击普通雷达；(iii) 后出发的无人机在雷达被摧毁后再打击剩余目标。

远程雷达开机顺序未知，且为相继开机模式，由此可以判断，应当在尽可能维持上一问的结果的基础上，尽量减少滞留在远程雷达探测范围内的无人机数量，又要保证在远程雷达开机后，有距离较近的无人机立即对其进行打击。

参考本文 6.2.2，进一步分析后可以发现，如果在摧毁远程雷达时先打击无人机路过的普通雷达，则可以减少约 $R=70\text{km}$ 的滞留路径，而在摧毁远程雷达后，继续摧毁远程雷达附近的普通雷达，又能减少可观的滞留路径，于是可以根据目标威胁程度，将打击路线规划分为四层：

(i) 第一层，远程雷达打击路线规划，尽可能使得无人机在飞往远程雷达时经过某一普通雷达，并立即摧毁该普通雷达，之后摧毁远程雷达，再摧毁远程雷达所在目标群的普通雷达；

(ii) 第二层，打击远程雷达的航迹规划。合理规划无人机航迹，使得无人机能顺利摧毁沿途普通雷达和远程雷达；

(iii) 第三层，为剩余普通雷达打击路线规划；

(iv) 第四层，无雷达目标打击路线规划。

7.2 远程雷达四层规划模型

7.2.1 第一层路线规划

由于一架无人机需要打击至少两个目标，于是在远程雷达打击路线规划时，不再考虑携带 D-1 炸弹，而是采用 FY-1 引导，FY-3 携带 D-2 炸弹的方案。

考虑进入远程雷达探测范围的位置，使无人机在飞往远程雷达的路线经过一个普通雷达，因此只需求出远程雷达和其范围内的普通雷达连线和该远程雷达的交点即可，但交点有多个，考虑到远程雷达开机顺序未知，因此应当规避其他远程雷达的覆盖。

判断该交点是否在其他远程雷达范围内，选取不被其他远程雷达覆盖的交点作为进入点，即求取切入点

$$\begin{aligned}
 & H \\
 \text{s.t. } & \frac{HA_k \cdot A_k B_i}{|HA_k| |A_k B_i|} = 1 \\
 & |HB_i| = 200\text{km} \\
 & |B_i A_i| < 200\text{km} \\
 & |B_j H| > 200\text{km}, j \neq i
 \end{aligned} \tag{19}$$

其中， B_i 为目标群 i 的远程雷达， A_k 为目标群 k 的普通雷达。最终得到的路线如下：

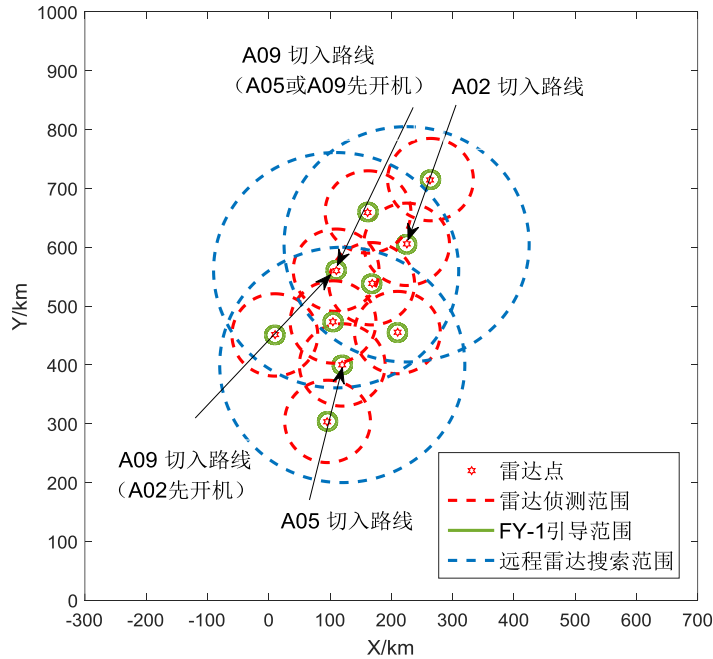


图 30 远程雷达打击路线

以图中 A02 为例，A01，A08，A09，A03，A04 均在远程雷达范围内，但是只有经过 A01 的路线与远程雷达范围的交点不被其他远程雷达覆盖，因此选择此点作为切入点，并且在打击远程雷达后，立即打击远程雷达所在目标群的普通雷达。

7.2.2 第二层航迹规划

根据第一层的规划路线，FY-3 需要连续打击三个目标：普通雷达 O1、远程雷达、普通雷达 O2，而 D-2 型炸弹需要 FY-1 型无人机引导，因此需要规划 FY-3 的航迹，使得 FY-1 到达下一目标引导范围内以后，FY-3 已经到达投弹位置。并且考虑到规避其他普通雷达，避免路程落入其他普通雷达范围内，即求取航迹点，使得：

$$\min |AB| + |BC| \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \frac{|A_1B_1|}{v_1} = \frac{|AB|}{v_3}, \frac{|B_1C_1|}{v_1} = \frac{|BC|}{v_3} \\ & |O_1B_1| = |O_2C_1| \leq 15\text{km} \\ & 10\text{km} \leq |O_1B| = |O_2C| \leq 30\text{km} \end{aligned}$$

求得结果如下：

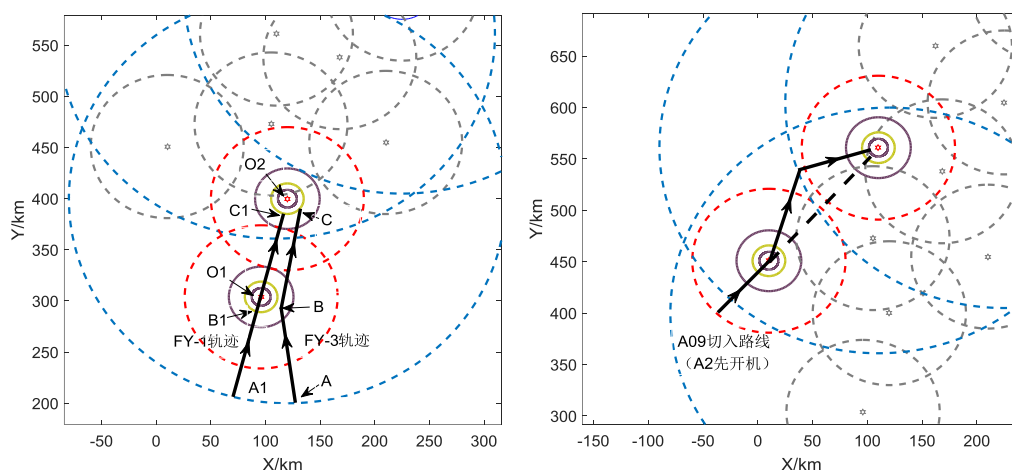


图 31 远程雷达内部的 FY-3 航迹规划

于是第二层模型中，FY-3 的最优航迹有以下三种：

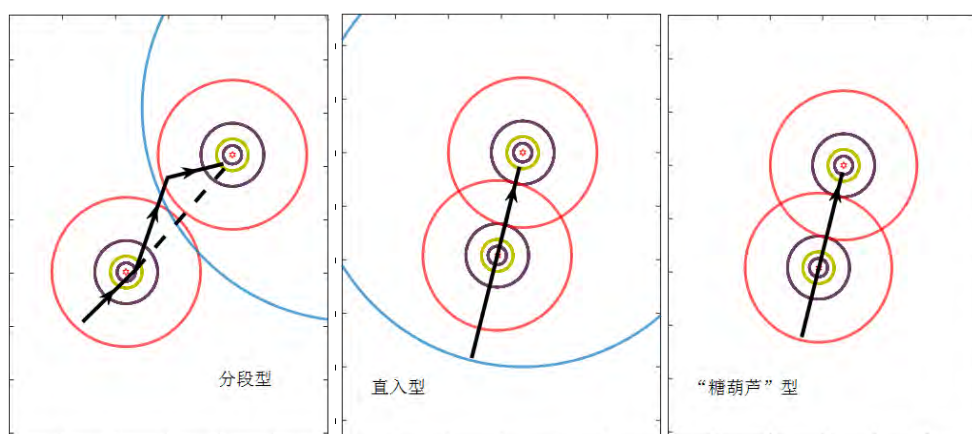


图 32 FY-3 的三种航迹图：分段、直入、“糖葫芦”型

7.2.3 第三层路线规划

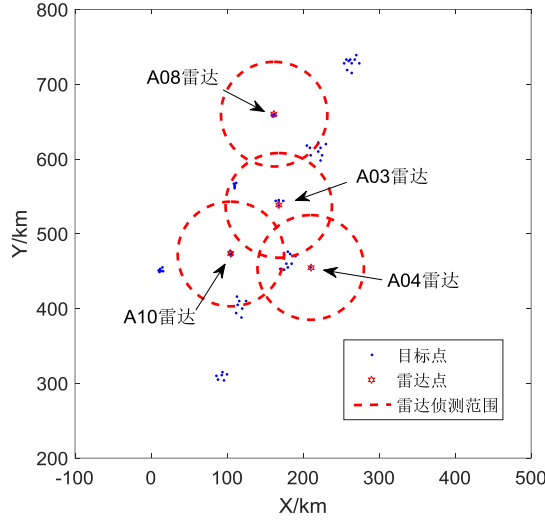


图 33 剩余雷达目标分布图

图为剩余雷达目标,根据 6.2.2 的模型,剩余雷达彼此之间不存在包含情况,无优化空间。因此对四个雷达目标分别指派两架 FY-3 型无人机携带 D-1 炸弹进行打击,可使总滞留时间最少。

7.2.4 第四层路线和航迹规划

无雷达目标的模型与问题三 (6.2.3) 中一致,因此直接使用 6.2.3 中模型求解即可。

7.2.5 规划结果

(1) 总滞留时间

$$T_z = T_{A02} + T_{A05} + T_{A09} + 4T_{D1} \quad (21)$$

TA_{02} , TA_{05} , TA_{09} 在远程雷达不同的启动状态下分别等于:

$$\begin{cases} T_{\text{double}} = 2 \left(\frac{r - d_{s3}}{V_{FY1}} + \frac{r - D_{D2}}{V_{FY3}} + \frac{2D_{D2}}{V_{D2}} \right) \\ T_{\text{section}} = 2 \left(\frac{r - d_{s3}}{V_{FY1}} + \frac{r - D_{D2}}{V_{FY3}} + \frac{2D_{D2}}{V_{D2}} \right) + \frac{R - d_{o2o} - r}{V_{FY1}} + \frac{R - d_{o2o} - r}{V_{FY3}} \\ T_{\text{straight}} = 2 \left(\frac{(R - d_{s3})}{V_{FY1}} + \frac{2d_{D2}}{V_{D2}} \right) - \left(\frac{R - d_{o1o2} + d_{s3}}{V_{FY1}} - \frac{D_{D2}}{V_{D2}} - \frac{R - d_{o1o2} - D_{D2}}{V_{FY3}} \right) \end{cases} \quad (22)$$

其中, T_{double} , T_{section} , T_{straight} , 分别为图 32 中的“糖葫芦”、分段、直入三种航迹。

于是不同雷达启动次序情况下的滞留时间为:

表 6 滞留时间统计

初始启动雷达	A02 组计算类型 和时间/h	A05 组计算类型 和时间/h	A09 组计算类型 和时间/h	总滞留时间/h
A02 远程雷达	直入型	“糖葫芦”型	分段型	5.3063
	1.6274	0.9843	0.8284	
A05 远程雷达	“糖葫芦”型	直入型	“糖葫芦”型	5.4326
	0.9843	1.5978	0.9843	
A09 远程雷达	分段型	“糖葫芦”型	直入型	5.5109
	1.0412	0.9843	1.6192	

(2) 规划路线

各层优化路线已在上文给出，具体路线数据在附录中给出。

(3) 任务耗时

$$T = et_{i,j} - t_{in} \quad (23)$$

任务总耗时 $T=2.58h<7h$ 。

八、问题五

8.1 分层规划模型的效率和复杂度分析

本文基于分层规划思想，将问题一、三、四分解为多层模型求解，极大降低了模型复杂度，提高了计算效率。在问题一中，本文分别使用分层规划和全局规划模型进行了计算，在问题三、四中，由于敌方目标情况复杂，很难建立可以迅速求解的全局规划模型，故本文依然采用分层规划模型。

问题一中，敌方目标性质一样，仅无人机侦查能力受到传感器的约束。故可以建立全局规划模型和分层规划模型，而且注意到：

(i) 分层规划模型的第一层与全局规划模型是完全一致的，这首先证明了分层规划策略的科学性；

(ii) 第二层的结论与全局规划模型仅有 1.14% 的差别（第二层模型不考虑传感器约束），略逊于全局规划模型，因为全局规划模型直接求解全局最优解，而第一层和第二层规划会相互影响，故前两层优化结果不如全局最优解在预料之中；

(iii) 第三层规划中考虑了无人机传感器性能对航迹的影响，无人机并不严格按照前两层规划的路线飞行，在第三层规划中，分层规划模型出现了明显优于全局规划模型的结果，并且即使综合了全部的三层规划结果，分层规划依然优于全局规划 0.32%。

而且在问题一中，分层规划模型在效率和规模上远远优于全局规划模型。全局规划模型的迭代次数和耗时分别为分层规划模型的 20.44 倍和 17.13 倍，解的规模更是达到了 6.21×10^{88} 倍。

事实上，全局规划模型的求解规模随着敌方目标数量的增加呈指数级增长，而分层规划模型则呈线性级别的增长，本文模型仅有 68 个敌方目标，但在真实

战争中，敌方目标数量巨大，全局规划模型求解几乎不可能，且战机稍纵即逝，因此使用分层规划模型有效提升规划效率，及时应对突发情况，有着不可估量的重大意义。

问题三和问题四中，敌方目标的特性变得很复杂，不同目标对无人机的威胁程度不同，且敌方还布置了两种性能的雷达，其中一种雷达的开机顺序和布置地点存在未知情况。在存在多种不确定因素的战场环境下，直接求取全局最优解已不可能，即使能够建立模型，可行解必然是海量的。而通过分层规划思想，将不同敌方目标分成不同的威胁等级，根据敌方目标特性多层分析，可以迅速建立规划模型。

值得注意的是，问题四建立的四层规划模型求解过程中，有两层模型直接套用了问题三建立的三层模型，并且使用了相同的算法求解。对于复杂或存在不确定因素的问题，分层规划模型具备良好的灵活性，并能基于现有理论有效简化模型。

可以得出结论，分层规划模型可以快速有效应对突发状况，并且能根据敌方目标和己方设备的不同特性调整和简化模型，最终求得接近全局最优解的优化解，更加契合战争需求。

8.2 优化算法分析

本文分别在问题一、三、四中采用改进的遗传算法求解模型，问题三还使用了非线性内点法。本文通过对遗传算法的改进，采用了多岛繁殖的遗传模型，并使用无性繁殖策略加速收敛，均在一分钟内求解出了优化结果。

由于 6.2.2 的航迹规划是连续模型，且模型简单，约束条件较少，因此用非线性内点法能更快地求出优化结果，而遗传算法需要根据模型设置参数，且只收敛到了局部最优解，处理 6.2.2 中的模型时，遗传算法在效率和结果上逊于非线性内点法。

可以得出结论，在针对离散型多目标多约束规划模型时，使用本文的分层规划模型，改进的遗传算法能够以极快的速度求出接近于全局最优解的结果，并且能根据敌方目标和己方设施调整参数，可以适应复杂的战场情况。而在求解小型连续模型时，可以直接通过非线性内点法快速求得优化结果，为下一层次的模型提供更好的输入。

8.3 无人机参数分析

问题一中无人机航迹根据不同传感器性能的约束做出了调整，并且注意到，S-1 型传感器成像条件极为苛刻，因此在航迹调整时，不可避免地出现了飞行里程增加的情况，而 S-2 型传感器则凭借其优异的成像性能，使得无人机的航迹相比于上层规划路线有了可观的缩短，可以推断出：传感器成像范围越广，成像约束越少，无人机的航迹越优。

本文中无人机的巡航速度为常数，而在问题二中，由于 FY-3 无人机巡航速度大于 FY-1 型无人机，因此为保证 50km 的通讯范围，FY-3 无人机需要进行大量的盘旋、转弯等机动动作，不仅缩短了无人机的续航时间，还增大了无人机调度的难度。如果无人机能够拥有不同速度巡航的能力，无疑将大大简化无人机的编队和调度。

本文基于无人机以折线为飞行路径的假设，并忽略了无人机的转向半径。

文献^[9]指出，基于战术需求规划的航迹没有考虑无人机的机动性能，无法精确实现，故需要对航迹进行平滑。这无疑增大了模型求解的难度和不确定性，因此无人机若具备更小的转弯半径或更大的转向速度，可明显提高规划精度。

无人机的通讯方式对线路规划和作战方案有很大影响，事实上，FY-2 中继无人机仅起到了通讯作用，但在作战中没有任何攻击能力，反而增大了我方无人机编队暴露的危险。

炸弹的制导方式也对无人机的作战效能有很大影响。根据本文 6.2 的分析，如果 D-2 型炸弹的引导器能安装在 FY-3 型无人机上，打击一个雷达目标仅需一架 FY-3 无人机即可，如果炸弹的破坏力更高，总的滞留时间的减少非常可观。

可以得出结论，传感器成像性能、巡航速度、续航时间、机动性能、通讯方式、炸弹制导方式、炸弹破坏力等参数都对于无人机的作战效能有显著影响。

参考文献

- [1]万彬菲,田东红,王景辽.基于多旅行商问题的最优邮路规划[J].中国民航飞行学院学报,2008,05:55-59.
- [2]旷东林.混合遗传算法在 mTSP 中的应用[D].中南大学,2009.
- [3]刘代波.最短路径优化算法的研究与实现[D].电子科技大学,2012.
- [4]俞庆生,林冬梅,王东.多旅行商问题研究综述[J].价值工程,2012,02:166-168.
- [5] Hong B, Soh T Y, Pey L P. Development of a helicopter blade FE model using MIGA optimization[J]. AIAA Journal,2004,4:1-8.
- [6]董宏光,秦立民,王涛,姚平经.应用无性繁殖单亲遗传算法实现精馏分离序列优化综合[J].大连理工大学学报,2004,06:781-785.
- [7]王涛.基于内点法与蚁群算法的无功优化研究[D].东北电力大学,2008.
- [8]周林,娄寿春,赵杰.基于 MADM 的威胁评估排序模型[J].系统工程与电子技术,2001,01:18-19+41.
- [9]胡中华.基于智能优化算法的无人机航迹规划若干关键技术研究[D].南京航空航天大学,2011.

附录

由于本文所使用的程序过于庞杂，代码以附件的形式给出。附录中给出所有无人机起飞基地、加载的载荷、起飞时间、航迹和侦察的目标等参数。

问题一的数据

分层规划模型			
S1-1 于基地 P1 起飞		S1-2 于基地 P7 起飞	
航迹拐点坐标 (X,Y)		航迹拐点坐标 (X,Y)	
272.62765	740.447568	12.0033145	455.140982
266.147366	735.359608	9.87867966	455.12132
271.41966	726.469692	7.87867966	453.12132
265.719957	730.457997	11.8966655	451.862864
264.912072	733.720998	13	453
260.173168	733.994998	16	453
259.195065	735.044918	102.23	475.8995
252.341966	730.500185	102.010249	473.247763
255.072939	718.342496	105.400254	473.93944
262.117296	712.664315	108.664101	477.496151
162.610435	660.65878	106.151982	474.909791
164.12132	657.87868	174.996069	474.999997

163.986295	659.286433	177.794911	478.034105
160.661458	661.497911	184.004794	475.826727
162.518155	658.630612	191.179631	472.758346
207.672511	603.107173	211.792003	457.405977
206.030296	614.574723	185.045492	457.000345
204.16032	615.119907	178.000147	457
220.699015	619.082573	178.456513	457.572479
229.320585	617.077947	177.9904	451.760187
223.448739	617.966249	170.672717	450.076397
217.828449	612.069871	127.087585	407.845473
222.353065	603.588004	112.001361	413.171092
225.33694	599.881146	116.126255	412.997342
171.872722	546.115346	111.577403	406.76947
165.878683	540.121323	121.156322	402.768198
171	542	114.528706	392.385798
168	542	119.818231	390.88626
166.794987	545.089975	102.934567	311.376851
110.955127	563.843894	93.7936437	312.007106
113	563	92.5757359	313.969848
111.153846	562.230769	88.4304208	308.241292
107.467647	564.420873	87.1795273	307.885624
112.365665	565.022368	96.2948194	306.985478
S2-1 于基地 P1 起飞		S2-2 于基地 P7 起飞	
273.665582	732.631051	14.568483	447.664211
273.665582	732.631051	14.568483	447.664211
273.665582	732.631051	14.568483	447.664211
270.627067	731.175214	14.568483	447.664211
269.189401	731.479307	14.568483	447.664211
267.338494	731.382766	14.568483	447.664211
264.260178	731.864302	95.9357423	470.976077
260.876891	730.590051	97.8281388	471.398623
259.77032	726.132038	98.660258	471.358033
261.38996	721.86933	100.26567	472.059116
170.144912	662.029896	100.26567	472.059116
169.130365	661.777048	167.651533	472.005813
167.954007	661.375245	173.008189	473.738456
166.102808	660.884174	175.671518	473.54162
166.102808	660.884174	182.866218	471.763281
205.460712	610.778829	203.748368	458.862265
205.460712	610.778829	192.334976	459.554881
205.460712	610.778829	185.344929	459.771931
214.182609	617.510238	185.344929	459.771931

222.740909	618.857371	180.875166	456.41389
222.740909	618.857371	177.011134	455.200908
222.172347	617.020036	130.546577	414.82032
223.317245	612.153204	120.331918	415.507065
223.164675	605.346624	120.331918	415.507065
178.595531	549.734204	117.79294	411.293934
172.924783	543.454036	118.590622	407.212049
172.924783	543.454036	115.280201	400.575734
172.924783	543.454036	116.915654	395.046666
171.334758	543.551304	101.466683	319.200614
117.068023	558.989268	100.404524	318.603064
116.391189	559.373335	98.1269624	316.264433
115.51556	560.14422	92.528826	313.3726
114.062303	561.673361	91.4961719	311.463496
114.062303	561.673361	92.203307	310.291671

全局规划模型			
S1-1 于基地 P7 起飞		S1-2 于基地 P1 起飞	
航迹拐点坐标 (X,Y)		航迹拐点坐标 (X,Y)	
93.7660476	301.997637	109.55524	566.261279
87.9987708	302	106.316718	565.658359
88.975638	309.618452	107.316718	563.658359
90.3086338	312.325348	107	563
91.0759282	315.670674	107	561
100.222075	314.991769	162.998679	541.17204
116.067126	388.63107	168.468475	542.036804
110.665815	391.313003	165	542
117.49687	401.653584	165	538
113.715725	402.013499	174.906508	541.140237
118.391728	408.189023	212.567444	603.448153
111.196338	413.602751	220.979329	595.782594
125.13026	412.997171	227.266736	603.034827
167.894337	455.136863	222.627054	611.448651
175.05754	454.999448	221.118509	612.663337
178.178778	457.383936	231.242358	617.269332
178	463	221.807928	624.394033
185	463	207.714551	617.71065
210.581776	457.943049	202.905028	615.852654
188.821211	467.241295	166.307826	659.916752
181.818243	470.242565	160.039714	659.999737
182.931504	475.362596	159	656
177.059518	469.818627	158.230769	657.846154

106.906699	472.001451	161.275837	657.088714
106.999472	476.943696	265.406315	712.350042
103.954807	475.812041	260.583862	720.524355
103.065415	471.623064	256.74396	729.212718
102.398811	475.939145	255.006182	730.758418
15.7959613	452.107519	258.317942	728.515914
13.8081029	450.606099	263.000162	730.17163
12.1466038	448.904268	264	725
9.65835921	451.683282	274	725
11.6583592	452.683282	270.829454	733.997091
15.7759762	452.991624	267.904102	736.853559
S2-1 于基地 P7 起飞		S2-2 于基地 P1 起飞	
100.83686	298.467841	107.568077	573.861575
94.5492972	301.667328	107.568077	573.861575
91.2623948	304.870945	108.055231	572.086457
91.2623948	304.870945	108.462043	570.185728
92.0827031	307.906061	108.786544	568.247587
93.4725515	308.624735	157.271756	546.954781
116.750185	381.004406	160.77056	546.317268
114.522784	387.098148	161.690901	545.76766
117.128411	393.235831	163.367049	543.704013
115.888522	397.898346	166.654376	543.795522
115.93231	402.651843	205.75295	599.00312
114.576708	408.822675	215.663929	598.42668
117.697963	409.175225	218.991433	600.769501
164.367468	448.280405	219.201823	602.695008
168.063722	449.573471	220.832651	607.978419
173.3104	451.958741	225.544035	614.156681
174.297987	453.652158	224.241606	615.999268
178.679705	456.25115	216.332727	615.480747
202.657387	455.293315	212.173364	616.405369
194.793588	464.430304	169.562041	653.197532
188.94476	468.680298	166.828372	654.284611
185.687008	471.346191	165.294736	655.20839
182.334756	471.551275	165.294736	655.20839
114.340781	474.663949	165.294736	655.20839
111.167844	475.380736	257.714765	711.192662
111.167844	475.380736	257.731709	711.65643
111.167844	475.380736	255.63577	720.835905
110.054891	475.056336	256.180987	725.697314
22.1901594	456.517105	256.180987	725.697314
18.9463598	455.397517	257.420558	727.252939

16.5948294	454.241639	257.420558	727.252939
16.3626616	454.024128	266.658979	727.669217
16.3626616	454.024128	266.658979	727.669217
16.3626616	454.024128	267.921679	731.951555

问题三的数据

基地编号	无人机编号	载弹种类	目标 1	目标 2	目标 3
P01	1	D-2	A1001	A1002	A1003
	2	D-2	A0501	A1005	A1004
	3	D-2	A0901	A0902	A1004
	4	D-2	A0801	A0802	A0803
	5	D-2	A0201	A0805	A0804
	6	D-1	A0202		
	7	D-1	A0601		
	8	D-1	A0601	A0602	
	9	D-1	A0602		
	10	D-1	A0401		
	11	D-1	A0401	A0402	
	12	D-1	A0402		
	13	D-1	A0402	A0403	
P02	1	D-1	A0502		
	2	D-1	A0502	A0503	
	3	D-2	A0301	A0905	A0904
	4	D-1	A0202	A0203	
	5	D-1	A0203		
	6	D-1	A0203	A0204	
	7	D-1	A0602	A0603	
	8	D-1	A0603		
	9	D-1	A0403		
	10	D-1	A0404		
	11	D-1	A0404	A0405	
	12	D-1	A0405		
	13	D-1	A0405	A0406	
P03	1	D-1	A0503		
	2	D-1	A0503	A0504	
	3	D-1	A0302		
	4	D-1	A0204		
	5	D-1	A0205		
	6	D-1	A0604		

	7	D-1	A0604	A0605	
	8	D-1	A0605		
	9	D-1	A0406		
	10	D-1	A0407		
	11	D-1	A0407	A0408	
	12	D-1	A0408		
	13	D-1	A0408	A0409	
P04	1	D-1	A0504		
	2	D-1	A0505		
	3	D-1	A0302	A0303	
	4	D-1	A0205	A0206	
	5	D-1	A0206		
	6	D-1	A0605	A0606	
	7	D-1	A0606		
	8	D-1	A0701		
	9	D-1	A0409		
	10	D-1	A0410		
	11	D-1	A0410	A0101	
	12	D-1	A0101		
	13	D-1	A0101	A0102	
P05	1	D-1	114450	A0506	
	2	D-1	A0506		
	3	D-1	A0303		
	4	D-1	A0206	A0207	
	5	D-1	A0207		
	6	D-1	A0701	A0702	
	7	D-1	A0702		
	8	D-1	A0702	A0703	
	9	D-1	A0102		
	10	D-1	A0103		
	11	D-1	A0103	A0104	
	12	D-1	A0104		
	13	D-1	A0105		
P06	1	D-1	A0506	A0507	
	2	D-1	A0303	A0304	
	3	D-1	A0304		
	4	D-1	A0208		
	5	D-1	A0208	A0209	
	6	D-1	A0703		
	7	D-1	A0704		

	8	D-1	A0704	A0705	
	9	D-1	A0105		
	10	D-1	A0106		
	11	D-1	A0106	A0107	
	12	D-1	A0107		
	13	D-1	A0107	A0108	
P07	1	D-1	A0507		
	2	D-1	A0305		
	3	D-1	A0305		
	4	D-1	A0209		
	5	D-1	A0209		
	6	D-1	A0705		
	7	D-1	A0705	A0706	
	8	D-1	A0706		
	9	D-1	A0108		
	10	D-1	A0109		
	11	D-1	A0109	A0110	
	12	D-1	A0110		
	13	D-1	A0110		

问题四的数据

基地编号	无人机编号	载弹种类	目标 1	目标 2	目标 3
P01	1	D-1	A0102		
	2	D-1	A0102	A0103	
	3	D-1	A0103		
	4	D-1	A0202		
	5	D-1	A0202	A0203	
	6	D-1	A0301		
	7	D-2	A0401	A0402	
	8	D-2	A0602	A0603	A0604
	9	D-1	A0702		
	10	D-1	A0801		
	11	D-1	A0902		
	12	D-1	A1001		
	13	D-1	A1001	A1002	
P02	1	D-1	A0103	A0104	
	2	D-1	A0104		
	3	D-1	A0203		
	4	D-1	A0203	A0204	

	5	D-1	A0301	A0302	
	6	D-1	A0302		
	7	D-2	A0404	A0405	A0406
	8	D-2	A0605	A0606	
	9	D-1	A0702	A0703	
	10	D-1	A0801	A0802	
	11	D-1	A0902	A0903	
	12	D-1	A1002		
P03	1	D-1	A0105		
	2	D-1	A0105	A0106	
	3	D-1	A0204		
	4	D-1	A0205		
	5	D-1	A0302	A0303	
	6	D-1	A0303		
	7	D-1	A0407		
	8	D-1	A0703		
	9	D-1	A0703	A0704	
	10	D-1	A0802		
	11	D-1	A0903		
	12	D-1	A1002	A1003	
P04	1	D-1	A0106		
	2	D-1	A0106	A0107	
	3	D-1	A0205	A0206	
	4	D-1	A0206		
	5	D-1	A0304		
	6	D-1	A0407	A0408	
	7	D-1	A0408		
	8	D-1	A0704		
	9	D-1	A0705		
	10	D-1	A0802	A0803	
	11	D-1	A0903	A0904	
	12	D-1	A1003		
P05	1	D-1	A0107		
	2	D-1	A0108		
	3	D-1	A0206	A0207	
	4	D-1	A0207		
	5	D-1	A0304	A0305	
	6	D-1	A0408	A0409	
	7	D-1	A0409		
	8	D-1	A0705		

	9	D-1	A0803		
	10	D-1	A0804		
	11	D-1	A0904		
	12	D-1	A1004		
P06	1	D-1	A0108	A0109	
	2	D-1	A0109		
	3	D-1	A0208		
	4	D-1	A0208	A0209	
	5	D-1	A0305		
	6	D-1	A0410		
	7	D-1	A0502	112394	A0504
	8	D-1	A0706		
	9	D-1	A0804	A0805	
	10	D-1	A0805		
	11	D-1	A0905		
	12	D-1	A1004	A1005	
P07	1	D-1	A0109	A0110	
	2	D-1	A0110		
	3	D-1	A0209		
	4	D-1	A0209		
	5	D-1	A0305		
	6	D-1	A0410		
	7	D-1	A0505	A0506	A0507
	8	D-1	A0706		
	9	D-1	A0805		
	10	D-1	A0905		
	11	D-1	A1005		
	12	D-1	A1005		