



参赛密码 _____
(由组委会填写)



“华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

学 校 中国科学院上海技术物理研究所

参赛队号 80143001

1.陈其聪

队员姓名 2.杨天杭

3.朱含露

无人机的巡查路线，保证了 72 小时内规划区域在 3 小时之内的二次巡查，共需要 24 架无人机完成任务。

针对问题二，实现在海拔 3000 米以下、探测范围 1000 米内的生命迹象探测，使得探测面积尽可能大，且从第一架无人机出发到最后一架无人机返回基地的时间尽可能短。利用海拔分层理论和区域划分原则，对 3000 米以下范围进行 400 米高度层的 5 个区域划分，并结合多障碍情况关键点坐标选取原则和遗传算法建立模型，分析从两个基地 H(110,0)和 J(110,55)出发的最优搜寻航迹，得到最短的探测时间和最大的探测面积，并最终确定从 J 基地出发 7 架无人机可以在 5.26h 内对面积为 901.45km^2 的范围实现搜寻。

针对问题三，该题的关键点在于任意两个终端设备，在 12 小时内能够进行不间断通信，并且终端设备还具有 2km 的移动范围。故本题的方案采用每个终端设备上空均有一架无人机在以最小转弯半径进行盘旋，确保终端与无人机之间的不间断通信。如果无人机之间的距离如果超出 6000 米，则再增加其他无人机进行中继通信。最后可转换为各终端设备间最短连线距离的问题。采用 K-means 聚类算法和遗传算法分别计算，求得最优解，最终确定只需要 94 架无人机。

针对问题四，该题的解题思路是先计算各终端之间的距离，将可以使用无人机同时进行传输的终端设备列出来，组合成合集，最终可以将 72 个终端设备缩减为 51 个合集点。然后使用 K-means 聚类算法对 51 个合集分成三类，使得 3 架无人机分别负责一类区域内的终端设备的信息传输。对于各个区域内的路线规划，可以转换为 TSP 问题求解，采用遗传算法得出最短路径。无人机的航线和速度说明在 6-1 节，所服务的用户在表 7-5，分配的功率在表 7-3，最终完成所有任务的时间为 13.3 小时。

关键字：无人机 航迹规划 遗传算法 K-means 算法 分层规划

目 录

1. 问题重述	6
1.1. 问题背景.....	6
1.2. 需要解决的问题	6
1.2.1. 问题一：灾情巡查	6
1.2.2. 问题二：生命迹象探测	7
1.2.3. 问题三：灾区通信中继	7
1.2.4. 问题四：无人机对地的数据传输	7
2. 模型假设	8
3. 模型算法简介	9
3.1. 旅行商问题.....	9
3.2. 遗传算法求解最优路径的基本思想：	9
4. 问题一：模型的建立与求解	12
4.1. 模型分析：	12
4.2. 模型建立.....	13
4.2.1. 邻接矩阵的基本原理：	14
4.3. 模型求解	15
4.3.1. 算法实现	15
4.3.2. 目标群路径优化	16
4.3.3. 目标群中小目标优化	19
4.3.4. 模型调整	26
4.4. 模型评价	33
5. 问题二：模型的建立与求解	34
5.1. 问题分析.....	34
5.2. 模型建立	34
5.2.1. 探测范围模型分析	34
5.2.2. 确定最优搜寻方法	35
5.2.3. 各搜寻高度层直径的确定	36

5.2.4. 飞行轨迹规划	37
5.2.5. 山体表面搜寻无人机任务分配	39
5.2.6. 各区域起始点确定与距离、耗时分析	40
5.3. 结论与分析	41
6. 问题三：模型的建立与求解	44
6.1. 问题分析.....	44
6.2. 模型建立.....	44
6.2.1. K-means 聚类算法	45
6.2.2. TSP 问题的遗传算法求解	48
6.3. 结论与分析	49
7. 问题四：模型的建立与求解	50
7.1. 问题分析.....	50
7.2. 模型建立	50
7.2.1. 探测范围	50
7.2.2. 无人机加速度说明	50
7.3. 结论与分析	55
参考文献.....	60
附录：遗传算法求最优路径.....	61

1. 问题重述

1.1. 问题背景

2017年8月8日,四川阿坝州九寨沟县发生7.0级地震,造成了不可挽回的人员伤亡和重大的财产损失。由于预测地震比较困难,及时高效的灾后救援是减少地震损失的重要措施。无人机作为一种新型运载工具,能够在救援行动中发挥重要作用。为提高其使用效率,请你们解决无人机优化运用的几个问题。

附件1给出了震区的高程数据,共有2913列,2775行。第一行第一列表示(0,0)点处的海拔高度值(单位:米),相邻单元格之间的距离为38.2米,即第 m 行第 n 列单元格中的数据代表坐标 $(38.2(m-1), 38.2(n-1))$ 处的高度值。震区7个重点区域的中心位置如下表所示(单位:千米):

中心点	X 坐标	Y 坐标
A	30.3	89.8
B	66.0	84.7
C	98.4	76.7
D	73.7	61.0
E	57.9	47.6
F	86.8	22.0
G	93.6	48.8

除另有说明外,本题中的无人机都假设平均飞行速度60千米/小时,最大续航时间为8小时,飞行时的转弯半径不小于100米,最大爬升(俯冲)角度为 $\pm 15^\circ$,与其它障碍物(含地面)的安全飞行距离不小于50米,最大飞行高度为海拔5000米。所有无人机均按规划好的航路自主飞行,无须人工控制,完成任务后自动返回原基地。

1.2. 需要解决的问题

目前有地震灾情区域的高程图数据,共有2913列,2775行,相邻单元格之间的距离为38.2米,即高程图覆盖范围是垂直方向0到 $38.2 \times (2912) = 112.2384$ 千米,水平方向是0到 $38.2 \times (2774) = 105.9668$ 千米。指挥中心处于水平110千米,垂直0公里处。

1.2.1. 问题一: 灾情巡查

前提:大地震发生后,需要及时了解灾区情况来制订救援方案。为此,使用无人机携带视频采集装置巡查7个重点区域中心方圆10公里(并集记为 S)以内的灾情。

条件:假设无人机飞行高度恒为4200米,将在地面某点看无人机的仰角大于 60° 且视线不被山体阻隔视为该点被巡查。所有无人机均从基地 $H(110,0)$ (单位:千米)处派出,并且完成任务后再回到 H ,时间不超过8小时,再出发的间隔大于等于1小时。

目标: 设计无人机的飞行路线,使得在 4 小时之内区域 S 内 3000 米以下的地方能够尽可能多的被巡查到,保证无人机的数量最少,同时确定覆盖率。设计无人机的飞行时间和路线在高度低于 4000 米的区域再次巡逻,使得 72 小时之内这些巡查的区域两次巡查的时间间隔在 3 小时之内,保证无人机的数量最少。

1.2.2. 问题二: 生命迹象探测

前提: 使用无人机携带生命探测仪搜索生命迹象,能够给灾后救援提供准确的目标定位。

条件: 从基地 $H(110,0)$ 和 $J(110,55)$ (单位: 千米) 分别派出 15 架无人机执行任务,结束后返回各自出发的基地。探测仪的有效探测距离不超过 1000 米,探测仪到可探测处的连线与铅垂线之间的夹角,即最大侧视角为 60 度。

目标: 设计无人机飞行路线,使在所给高程图海拔 3000 米下的区域能被探测的面积最大,并保证第一架飞机出发到最后一架飞机返回基地的时间间隔最短。

1.2.3. 问题三: 灾区通信中继

前提: 大地震发生后,地面电力设施被破坏,灾区通信中断。太阳能无人机(白天不受续航能力限制,其余条件同前述)可作为地面移动终端之间的通信中继,为灾区提供持续的通信保障(地面终端只能与无人机进行通信,无人机之间只要不超过最大通信距离就可以互相通信,地面与地面之间的通信由无人机转接)

条件: 假设无人机在空中飞行时,可与距离 3000 米以内的移动终端通信,无人机之间的最大通信距离为 6000 米,地面终端的移动距离不超过 2 千米。

目标: 设计无人机的飞行路线和所需数量,使得在白天 12 小时内,所给地面终端位置数据中的任意两个地面终端之间都能实现不间断通信。

1.2.4. 问题四: 无人机对地的数据传输

前提: 指挥中心拟从 H 派出 3 架无人机携带通信装备向灾区内的 72 个地面终端发送内容不同,总量均为 500M (1M 按 10^6 比特计算) 的数据。

条件: 设每台通信装备的总功率是 5 瓦,可同时向不超过 10 个地面终端发送数据。数据传输过程简化为:当地面终端 i 看无人机的仰角大于 30° 、距离不超过 3000 米且没有山体阻隔时,如果无人机当前服务用户少于 10 个,则开始向 i 发送数据,并瞬间完成所有用户的功率再分配,否则,搁置 i 的需求,直到有地面用户退出,若此时 i 仍在可服务区域,则为 i 服务(先到先服务)。如果在一个服务时间区间(即无人机和终端之间满足可传输数据条件的的时间范围)内不能传完全部数据,则以后区间可以续传。再设 i 用户在时刻 t 接收到无人机发送的

信息速率为 $r_i(t) = B_i \log_2 \left(1 + \frac{p_i(t)}{\rho_0 d^2(u,i)} \right)$ (比特/秒),其中 B_i 表示无人机服务 i 的子

信道带宽 (单位: Hz), $p_i(t)$ 表示 t 时刻无人机为第 i 个地面用户所在的子信道

分配的功率 (单位: 瓦), $d(u,i)$ 表示 t 时刻无人机与 i 之间的欧氏距离 (单位:

米), ρ_0 为信道特性参数,为简单起见,取为 4.314×10^{-10} (单位省略)。假设假设

无人机飞行速度在 60~100 千米/小时之间可调(水平面内最大加速度 ± 5 米/秒²,铅垂面内最大加速 ± 2 米/秒²,可同时在两个方向上加速)。

目标: 设计无人机的航线、速度以及所服务的用户,并且为每一个用户分配恰当的功率,使得无人机完成所有任务的时间总和尽量短。

2. 模型假设

1. 假设同一型号的无人机各项参数如速度、最长巡航时间等完全相同，忽略因制造工艺产生的性能差异。
2. 假设无人机从基地出发都是直接加速到飞行速度并且在其工作高度，不考虑在基地加速减速以及升降问题。
3. 假设无人机在执行任务过程中没有损失，即无人机从起飞至返回基地降落，不会因为故障及碰撞而损毁。
4. 假设无人机在执行任务时不存在台风、暴雨等天气问题影响。
5. 假设无人机为质点，忽略无人机大小。
6. 假设无人机基地对无人机的控制不存在异常状态。
7. 假设无人机在飞往下一目标时，立即改变方向走直线，即无人机的轨迹为折线，忽略转弯半径。
8. 假设成像传感器和光学传感器可以瞬时完成收集信息的任务，忽略时间影响。
9. 假设通信中继无人机正常工作状态下可随时保持与地面控制中心的通信。

3. 模型算法简介

3.1. 旅行商问题

在此次无人机灾区路径规划问题的模型选择过程中，采用了基于遗传算法解决旅行商（TSP）问题的基本方法，对普通的 TSP 问题中的路径进行了改进，以适应实际灾区中的高海拔区域（山区等复杂地形条件）。

无人机灾区搜寻会面临复杂的地形条件，当地形起伏不定或者岩石无规律的杂乱分布时，会给无人机的搜寻飞行造成很大限制，在进行这些区域的搜寻任务之前，必须为无人机规划出一条安全、高效的搜寻路径，以确保无人机的飞行安全。

但在无人机山区搜寻路径规划中，只知道搜寻范围，不知道目标所在地，需要整个区域全覆盖搜寻。知道某一范围，标注出关键搜寻点，将所有关键搜寻点遍历一次的最快路径，可以类似的看作旅行商问题（TSP）。旅行商是一个相对而言十分成熟的问题，其可以被简单的描述为：一名推销员要到 N 个城市进行推销时，怎样才找到去每一个推销城市再回到原点的最短路径。

旅行商问题通常来讲，可以按照两顶点之间路径的对称性分为非对称旅行商和对称旅行商两大类：非对称旅行，顾名思义是指对于任意两点 i, j ，从 i 点到 j 点的距离不等于 j 点到 i 点的距离。即 $(d_{ij} \neq d_{ji}, \exists i, j = 1, 2, 3, \dots, n)$ ；反之，对称旅行商，是指对于任意两点 i, j ，从 i 点到 j 点的距离等于 j 点到 i 点的距离。即 $(d_{ij} = d_{ji}, \exists i, j = 1, 2, 3, \dots, n)$ 。目前所遇到的 TSP 问题一般来讲是对称旅行商，如本次所要解决的无人机抢险救灾的路线规划应用，对于关键搜寻点 $A = (A_1, A_2, A_3, \dots, A_n)$ 的一个访问顺序为 $S = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_i, \dots, s_n)$ ，其中 $s_i \in A (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ ，记 $t_{n+1} = t_1$ ，则旅行商问题的数学模型为：

$$\min L = \sum_{i=1}^n d_{t_i t_{i+1}} \quad (3.1)$$

3.2. 遗传算法求解最优路径的基本思想：

旅行商的路线可以看作是对 n 个城市所设计的一个环形，或者是对一列 n 个城市的排列。由于对 n 个城市所有可能的遍历数目可达 $(n-1)!$ 个，即路径之和将达到 $\frac{(n-1)!}{2}$ 个。在这种情况下，通过遗传算法的搜索能力，用来解决旅行商问题。

遗传算法的形成是借鉴了生物界的自然遗传、选择机制。遗传算法的基本思想是，模拟人工种群的进化过程，同样经历选择、交叉和变异，3 个过程构成一次完整的迭代，每一次迭代后，保留下一组候选个体，反复这一过程，种群进行若干代进化后，其适应度达到近似最优。简而言之，遗传算法就是通过种群不断的进化，淘汰我们不想要的染色体，将最想要的染色体保留下来。遗传算法的组成包括：编码、个体、适应度函数、遗传算子、运行参数。算法流程图如下：

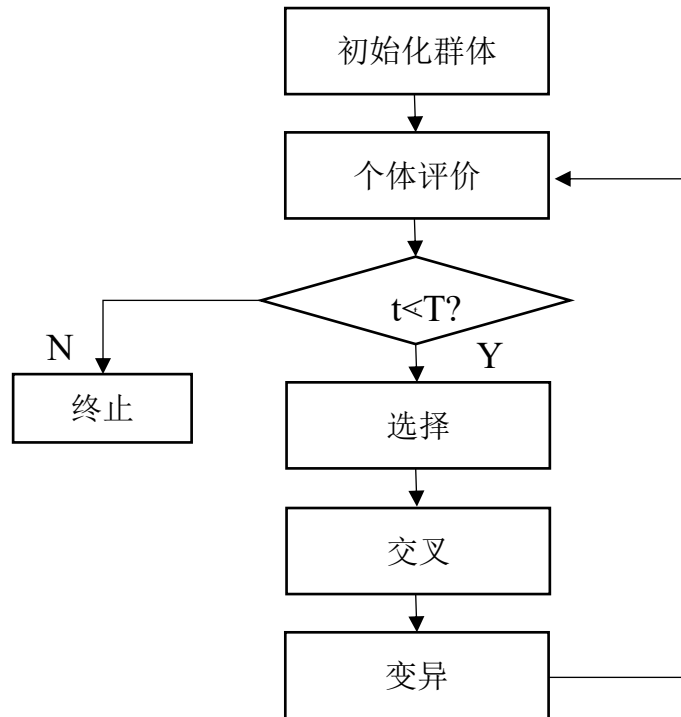


图 3-1 遗传算法求解过程

采用遗传算法解决任何一种问题，第一步要做的工作是确定正确的编码方式。就旅行商问题而言，路径的表示方式采用 n 个城市的排列，因此遗传算法中传统二进制编码中的交叉与变异算子则不能适用于旅行商问题。为解决此问题，后来有学者提出了两种专门针对旅行商问题的编码方式：

顺序表示。将 n 个城市按照次序排列为一个顺序表。对任意一条路径来说，跟据经过的前后顺序来编排城市的顺序，任一城市在顺序表里的顺序便是该城市遗传因子的表示，每编排完一个城市，就将该城市从顺序表中删除。当所有城市都编排完以后，把遗传因子表示全部都连接起来，便形成了一条路径的染色体编码。例如，顺序表 $A = (1,2,3,4,5,6,7,8,9)$ ，一条线路为 $(1-2-4-3-8-5-9-6-7)$ ，此路线编码为 $L = (112141311)$ 。

路径表示。例如，路线 $(1-2-3-4-5-6-7-8-9)$ ，直接表示为 (123456789) ，路径表示是对路线对应的基因编码最简单、最自然的表示方法。如果采用该编码方法，那么任意一条路径的染色体编码中都绝对不能够出现重复的基因，即任一城市仅仅只能被访问一次。

对于旅行商问题中遗传算法的适应函数，将 n 个城市看作 n 个顶点，知道各顶点 V_x 、 V_y 的边长度 $d(V_x, V_y)$ ，将 V_{x1} 到 V_{xn} 间的一条路线长度定义为适应函数：

$$f(x) = \sum_{r=1}^{n-1} d(V_{xr}, V_{xr+1}) \quad (3.2)$$

无人机路径规划需要求解的最短路径，也就是使上述目标函数最小化，则自适应度函数 $F(x)$ 应为：

$$F(x) = \begin{cases} L_{max} - f(x), & f(x) < L_{max} \\ 0, & f(x) \geq L_{max} \end{cases} \quad (3.3)$$

其中， L_{max} 为适当的相对较长的路线。

遗传算法中，遗传算子可谓至关重要的一个组成部分。在求解旅行商问题时

选择哪一种选择、交叉、变异算子，会有一些针对性的特定规定和要求：

选择算子：通常而言，可以将轮盘赌、最佳个体保存、期望值模型等选择机制；

交叉算子：若是采用顺序表示的编码方式，那么均匀交叉、多点交叉、两点交叉、单点交叉等均可作为交叉算子。若是采用路径表示的编码方式，可以将循环交叉、顺序交叉、匹配交叉用作交叉算子；

变异算子：若是采用顺序表示的编码方式，可以将高斯变异、基本为变异、边界变异、均匀变异、非均匀变异作为变异算子。若是采用路径表示的编码方式可以用插入变异、对换变异、逆转变异、位点变异。

4. 问题一：模型的建立与求解

4.1. 模型分析：

使用无人机进行灾区巡查，无人机飞行高度恒定，为 4200 米，平均飞行速度为 60 千米/小时，飞行时间最大为 8 小时，所给出的地震中心为 7 个，即目标群为 7 个。巡查目标为，以地震中心所处位置为圆心，方圆 10 千米为半径所画的圆的范围，这 7 个地震中心所构成的目标区域的并集记为 S 。一轮巡查为 4 小时内尽可能多的巡查到 S 区域内 3000 米以下的区域，二轮巡查为多次巡查 4000 米以下区域。

为了系统的建立路径模型，可将巡查任务分为两级考虑，第一级是对目标群中心（即地震中心）的路线巡查，建立模型一，求的是各个目标群之间的最优路线，不考虑目标区域内的轨迹情况，只考虑经过中心点位置即可；第二级为对每个目标群中的若干目标进行巡查，需要考虑巡查的基本条件进行判断，采用了目标群关键点确定的方法。此时模型一将不再适用，需要对模型一进行修正或建立新的模型进行求解。

根据提供的高程数据，共 2775 行，2913 列，对高程数据进行二维图像的作图，坐标原点 (0,0) 即代表 (0,0) 处的海拔高度值，横纵坐标均代表距离，单位为千米，最小间隔是 38.2 米，水平方向（即横轴）的最大距离为 105.9668 千米，垂直方向（即纵轴）的最大距离为 112.2384 千米。地震中心共有 7 个，编号分辨为 A 到 G，根据它们的坐标信息在高程图上标出来，并以 10 千米为半径作出灾情区域，如图 4-1 所示。

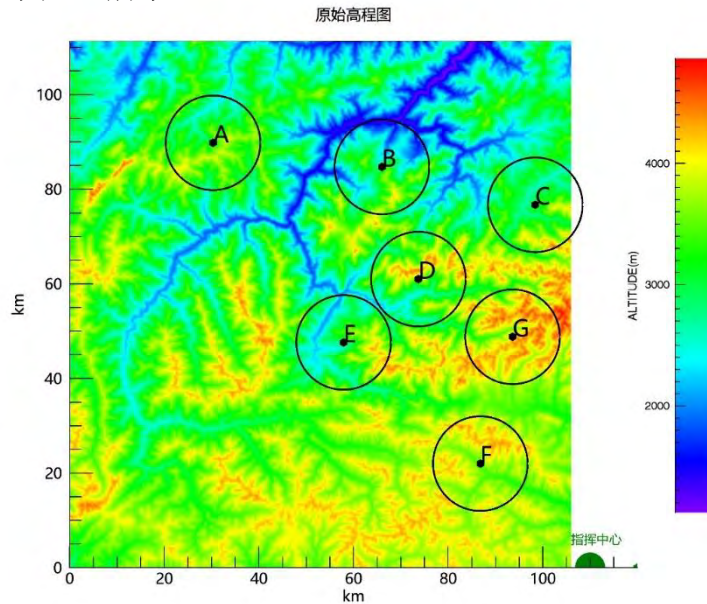


图 4-1 高程图，地震中心及巡查范围

图中，右下角绿色半圆填充位置中心 (110,0) 千米处，为指挥中心，无人机的巡查将从这里出发，完成任务后返回。从高程图的显示可以看出，颜色越接近红色（暖色），代表海拔更高，反之（冷色），则代表海拔较低。地震中心距离指挥中心最远，经过计算，飞行距离为 120km，其它各个地震中心与指挥中心的距离见表 4-1。

表 4-1 地震中心与指挥中心距离

中心点	中心 X /千米	中心 Y /千米	指挥 X /千米	指挥 Y /千米	距离/千米
A	30.3	89.8	110	0	120.067
B	66	84.7	110	0	95.446
C	98.4	76.7	110	0	77.572
D	73.7	61	110	0	70.983
E	57.9	47.6	110	0	70.570
F	86.8	22	110	0	31.972
G	93.6	48.8	110	0	51.482

问题中所规定的飞行时间为 4 小时，即最大航程为 240 千米，计算后的飞机所剩的最大航程如表 4-2 所示。

表 4-2 无人机抵达地震中心后能继续飞行的航程

中心点	距离/千米	能飞行的最大距离/千米	剩余飞行航程/千米
A	120.067	240	0
B	95.446	240	49.106
C	77.572	240	84.855
D	70.983	240	98.032
E	70.570	240	98.859
F	31.972	240	176.055
G	51.482	240	137.035

从表中可以看出，从指挥中心飞往地震中心 A 点的无人机将不能再进行其他区域的巡查，无人机在飞行过程中转弯、爬升、俯冲等机动动作消耗的是巡航的 2~4 倍，且最小转弯半径为 70m，这个条件限制无人机尽量直线飞行，与上面所分析的近似用直线表示飞行路径一致。下面分析存在转弯情况下可近似作为直线的合理性。

考虑最差情况，指挥中心与地震中心 F 点的距离 DIS_F 为 31.972 千米，最小转弯半径 R 为 100m，如图 4-2 所示，从指挥中心经过 F 点的总距离为：

$$\pi R + \sqrt{(\text{DIS}_F^2 + (2R)^2)} \quad (4.1)$$

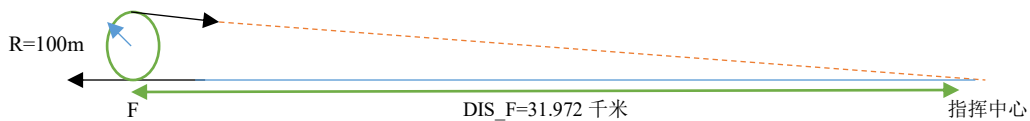


图 4-2 最小转弯半径示意图

由于 $R \ll \text{DIS}_F$ ，所以 $\pi R + \sqrt{(\text{DIS}_F^2 + (2R)^2)} \approx \text{DIS}_F$ ，即转弯半径的影响较小，可以近似忽略。所以转弯情况下可以近似用两点之间直线代表无人机轨迹。

4.2. 模型建立

根据模型一的设置，以地震中心为种群，共 A 到 G 七个中心点，通过遗传算法建立最短路径模型，构建邻接矩阵对无人机进行避障优化，重新规划路线。用遗传算法对无人机进行地震区域路径规划时，有如下 6 个操作步骤：

- 1) 在搜寻范围空间中对地震中心产生初始种群；
- 2) 计算每个个体的目标函数，将其调整后得到相应的路径长度，即适应度值；
- 3) 经过遗传因子产生出下一代的个体；
- 4) 回到第二步，用下一代个体计算得到相应的路径长度；
- 5) 继续迭代，每迭代一次就记录下这一代中最好的个体，直到最大迭代次数；
- 6) 输出最优解，即最好的个体，整个程序终止

4.2.1. 邻接矩阵的基本原理：

图的实质是结构较为复杂的一种数据结构，图的基本信息由两个部分组成：图中所有顶点的数据；各个顶点之间的关系，即直线边或者弧形边的关系。邻接矩阵就是将图中 n 个顶点的数据存放在一组一维数组中，用一个 $n \times n$ 矩阵的形式来表示各个顶点间的邻接关系。图又可以分为有向图和无向图，在无人机路径规划中，涉及到的是无向图。

设 P 为无向图，根据 P 的各个顶点之间是否可以直接连接，编写一个矩阵，1 表示可以直接连接，0 表示不能直接连接，其严格的数学定义如下：

$A = (a_{ij})_{v \times v}$ 称作无向图 P 的邻接矩阵，其中 $v = |V(P)|$ ，

$$a_{ij} \begin{cases} 1, v_i v_j \in E(P) \\ 0, v_i v_j \notin E(P) \end{cases} \quad (4.2)$$

用邻接矩阵表示图，如图 4-3 所示：

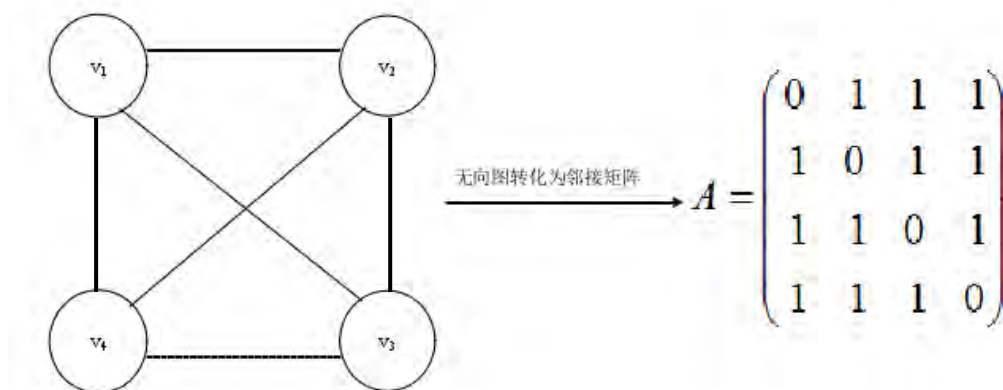


图 4-3 无向图的邻接矩阵表示

因为任何顶点自身不能相连，所以在任何无向图的邻接矩阵中，主对角线一定皆为 0，其余可以相连的顶点皆为 1。由此可得，每个无向图的邻接矩阵皆为关于主对角线对称的 $n \times n$ 的矩阵。邻接矩阵中包含了图的一切性质，邻接矩阵与它所唯一对应的图成一一对应关系。

对于实际问题，通常将无向图转化为网图，也就是测量出各个可以相连顶点的距离，将无向图邻接矩阵中的“1”用实际距离代替，不能相连的各个顶点之间的距离用“ ∞ ”表示，将无向图邻接矩阵中的“0”用“ ∞ ”代替。其严格的数学定义如下：

$A = (a_{ij})_{v \times v}$ 称作网图 P 的邻接矩阵，其中 $v = |V(P)|$ ，

$$a_{ij} \begin{cases} d_{ij}, v_i v_j \in E(P) \\ \infty, v_i v_j \notin E(P) \end{cases} \quad (4.3)$$

用邻接矩阵表示网图，如图 4-4 所示

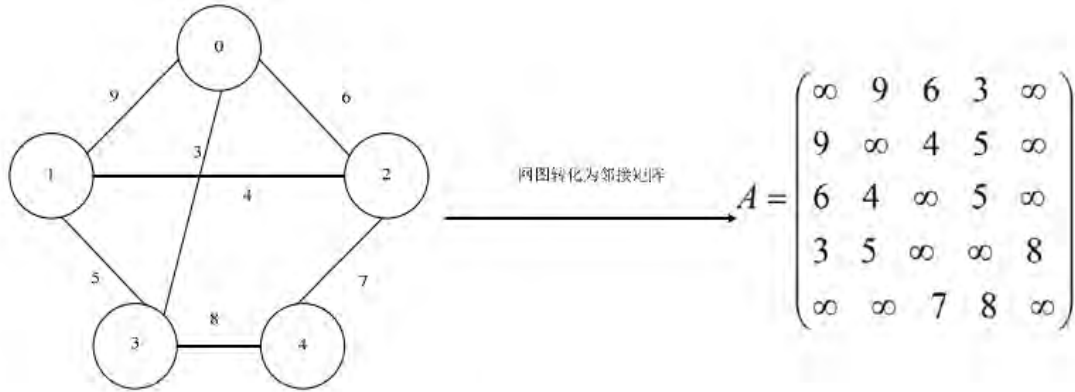


图 4-4 网图的邻接矩阵表示

4.3. 模型求解

4.3.1. 算法实现

对于目标群（地震中心）中的符合巡查范围的小目标，可以将路径规划问题分成两部分：第一部分，首先对迭代出的目标群间的路线进行优化，加入限制条件，考虑到无人机的恒定飞行高度，重新进行路线优化；第二部分，分别判断各个目标群中符合巡查条件的小目标，采用确定关键点的方法，对所找到的关键点进行路径优化。

使用 MATLAB 进行编程实现遗传算法求解最优路线，使用 IDL 进行图像处理。首先求解对于 7 个地震中心的路径规划。

问题：对 7 个目标群（地震中心）进行巡查，不考虑各个目标群中方圆 10 千米之内的区域，使得无人机的数量最少，航程即总路径最短。无人机飞行时间为 4 小时，平均速度位 60 千米/小时。

考虑到地震中心 A 点与指挥中心的单程距离为 120 千米，往返距离为 240 千米，需要 4 小时，则对于这一点，需要单独派出一架无人机进行巡查。对地震中心 B 到 G 的迭代结果见表 4.3。

表 4-3 地震中心路径规划

	指挥中心	G	C	D	B	E	F	指挥中心	总距离
x	110	93.6	98.4	73.7	66	57.9	86.8	110	
y	0	48.8	76.7	61	84.7	47.6	22	0	
距离	0	51.4	28.3	29.2	24.1	37.3	38.2	31.3	239.8

从表中可以看出，总的航程为 239.8 千米，可以在四小时内返回指挥中心，所以此路径派一架无人机即可。线路图如下（图 4-5）：

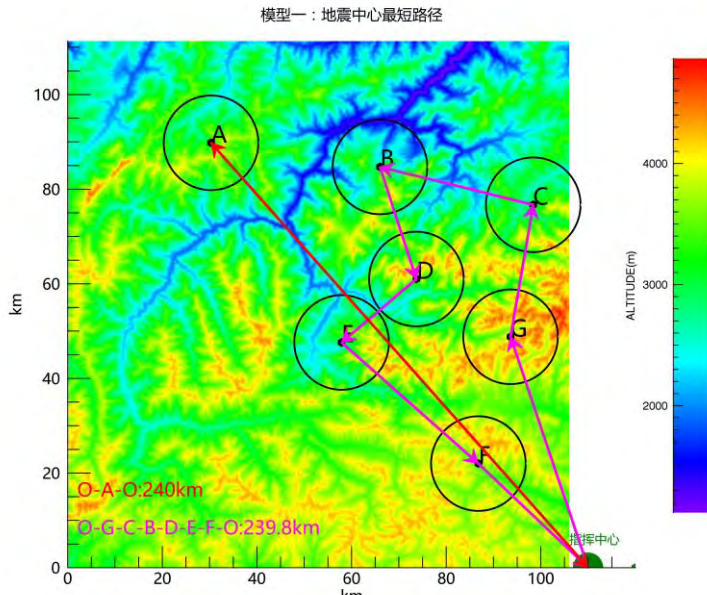


图 4.5 模型一规划的地震中心最短路径

4.3.2. 目标群路径优化

在图 4-5 中可以看出，G 区域的海拔存在大部分的大于无人机恒定的飞行高度，即 4200 米，为了进一步证明，图 4-6 给出了海拔分布的灰度图，海拔高于 4200 米的区域为黑色。

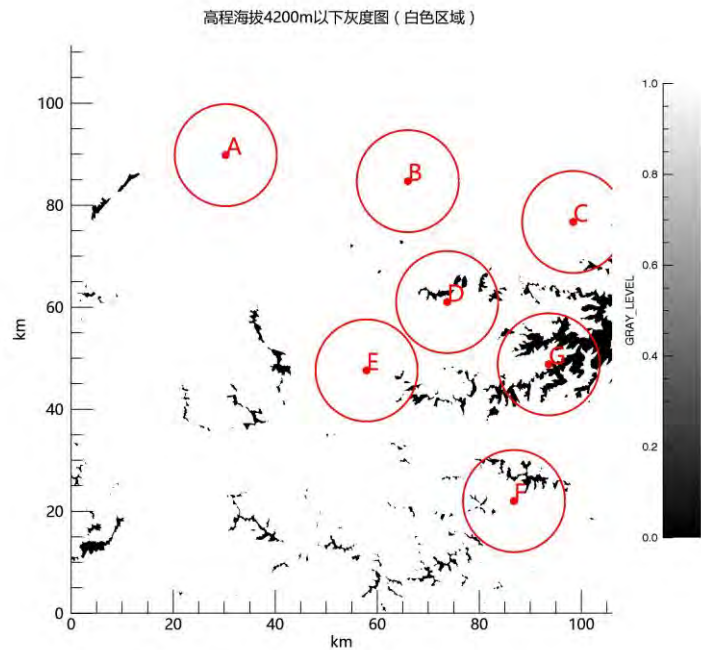


图 4-6 海拔 4200 米以下的高程灰度图

从灰度图中也可以看到，地震中心 G 区域确实存在大部分海拔高度大于 4200 米的地方，若无人机沿着模型一规划出来的路线飞行，先到 G 再到 C，则可能存在不能直接飞行的情况。这就是在解决普通旅行商问题中，没有考虑到各个“城市”之间有没有障碍物能不能直接到达，需要通过邻接矩阵的方法表示指挥中心以及地震中心的点之间的距离，见表 4-4，其中考虑海拔因素，对于点点之间海拔高于 4200 的情况，将距离设为无穷，再用遗传算法进行路线的重新规划。

表 4-4 指挥中心及地震中心之间的邻接矩阵

	指挥中心	A	B	C	D	E	F	G
指挥中心	∞	120	95	77	70	70	31	∞
A	120	∞	36	69	52	50	88	75
B	95	36	∞	33	24	37	66	45
C	77	69	33	∞	29	49	55	∞
D	70	52	24	29	∞	20	41	23
E	70	50	37	49	20	∞	38	35
F	31	88	66	55	41	38	∞	27
G	∞	75	45	∞	23	35	27	∞

经过重新规划后的路径分别如图 4-7，图 4-8 所示，其中图 4-8 是 4200 米海拔高度的灰度图，黑色区域为高于 4200 米的地方。

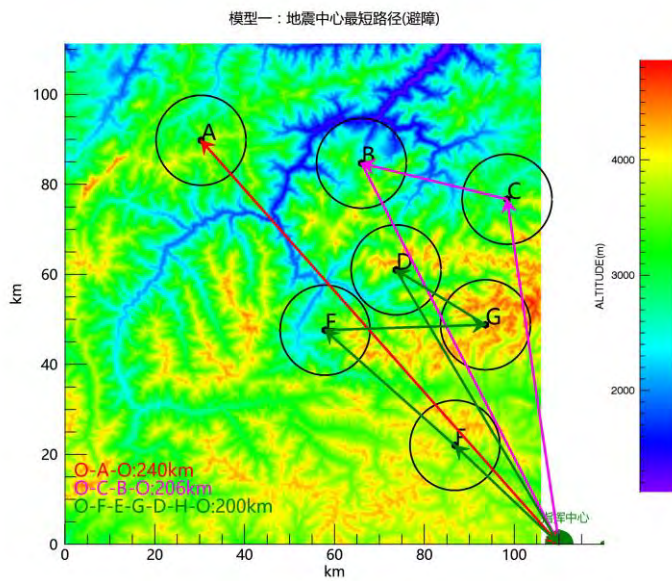


图 4-7 模型一根据邻接矩阵重新规划的路径图

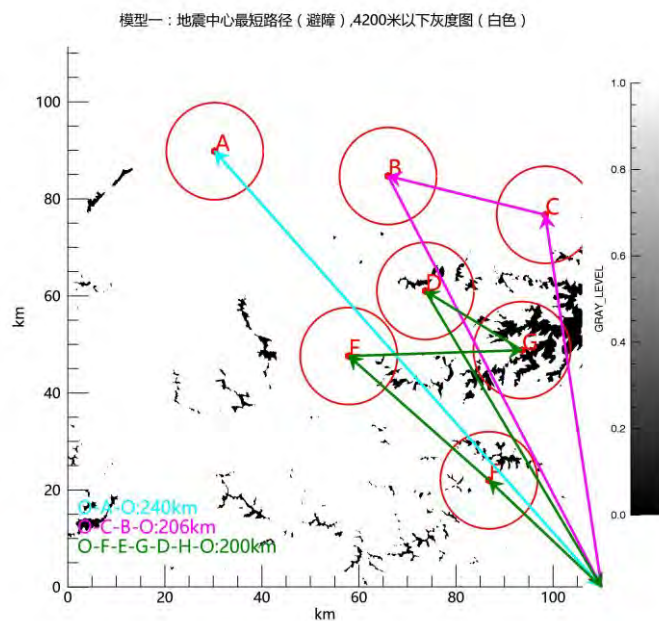


图 4-8 模型一根据邻接矩阵重新规划的路径图（灰度图）

从图中可以看出，三条路线分别为：第一条，指挥中心—A—指挥中心；第二条，指挥中心—C—B—指挥中心；第三条，指挥中心—F—E—G—D—指挥中心。对于三条路线所需要的航程在表 4-5 中分别给出。

表 4-5 模型一无人机避障后到地震中心的最短路径

路线一：	指挥中心	A	指挥中心	总距离			
x	110	30.3	110				
y	0	89.8	0				
距离	0	120.0	120.0	240.0			
路线二：	指挥中心	C	B	指挥中心	总距离		
x	110	98.4	66	110			
y	0	76.7	84.7	0			
距离	0	77.0	33.0	95.0	206.0		
路线三：	指挥中心	F	E	G	D	指挥中心	总距离
x	110	86.8	57.9	93.6	73.7	110	
y	0	22	47.6	48.8	61	0	
距离	0	31.0	38.0	35.0	23.0	70.0	200.0

现在对路线二中，指挥中心到地震中心 C 点的路线合理性进行假设分析，从灰度图中可以看出指挥中心到 C 点的路径上存在海拔高度大于无人机恒定飞行高度（4200 米），现假设在高程图周边无人机以恒定高度飞行的区域内海拔高度小于 4200 米，并在安全高度之上。此时无人机从指挥中心出发到 C 点的两段直线距离如图 4-9 所示。

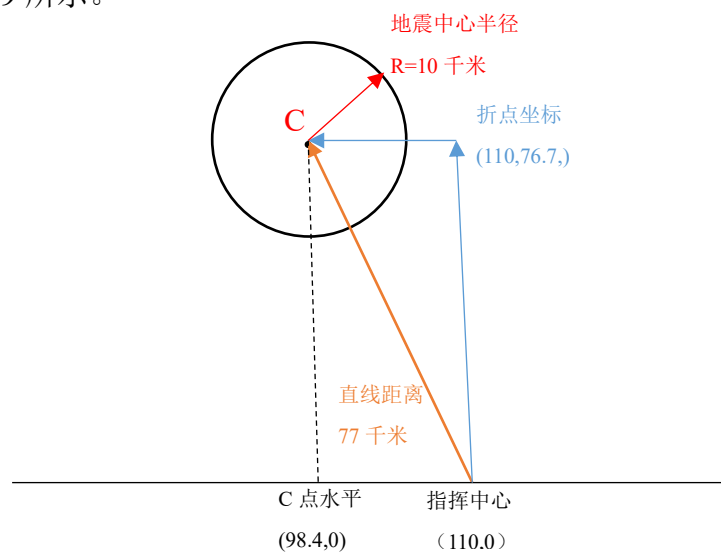


图 4-9 无人机从指挥中心出发到 C 点的路线图

可以得到，若言直线飞行的话，距离为 77 千米，沿折线飞行，距离 $L=76.7+110.0-98.4=88.3$ 千米，路线较之前增加了 11.3 千米。则按这种方式飞行的路线二的总距离是 217 千米，小于无人机能够最大飞行的距离，240 千米。

经过分析比较，路线二中的指挥中心到 C 点的路线上存在海拔较高而不能直接飞行的区域，可以采用绕行的方式，而不影响总的飞行路线，证明了这种方式的合理性，在路线图中为了方便示意，仍用直线近似代替。在之后的优化过程中，若出现类似情况，也将会进行路线的近似合理性分析。

4.3.3. 目标群中小目标优化

规划了目标群的最短路径之后,需要考虑无人机巡查的目标,建立二级模型。

考虑约束条件,无人机能飞行的最大时间为4小时,飞行的最大航程为240km,共有7个重点区域,并集记为S,且要尽可能多的巡查到S之内海拔3000米以下的区域。

提取高程数据海拔3000米以下的灰度图,如图4-10所示,其中白色区域为3000米以下部分。

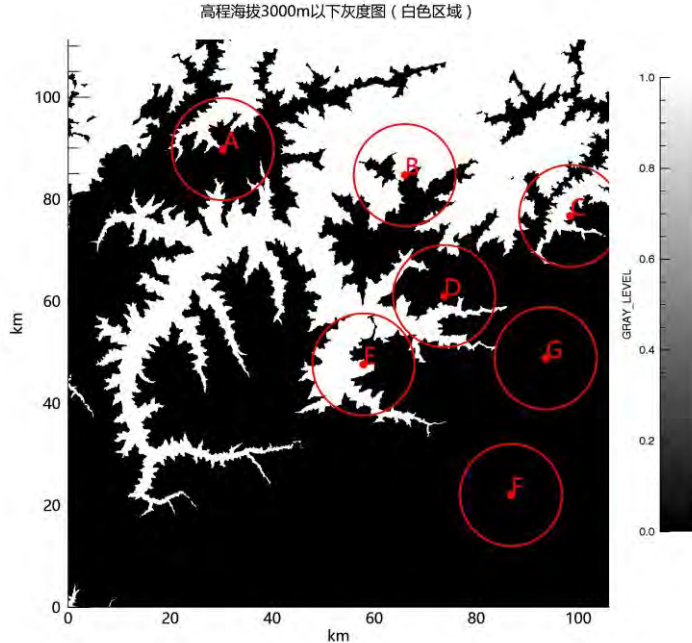


图 4-10 高程海拔 3000 米以下灰度图 (白色区域)

从图中可以发现,在7个地震中心区域中,G区和F区不存在3000米以下的区域,A区与指挥中心的距离已经达到无人机所能飞行的最大距离。所以在二级模型中,将不考虑不满足约束条件的A、F、G三个区域,对于地震区域的巡查,只在B、C、D、E四个部分中进行。

将B、C、D、E四个目标群所各自确定的区域中海拔3000米以下的区域,设置小目标,即选取目标群中的关键点,对于不能逾越的点(海拔大于4200米),在邻接矩阵中设置为“∞”。

根据无人机巡查特点与邻接矩阵的性质,在选择巡查关键点时需要注意以下4个方面:

- i. 无人机在巡查过程中,需要覆盖整个区域,因此顶点要遍及整个区域。选取关键点的基本思想是:空隙处需要有顶点;空旷处需要有顶点。
- ii. 保证巡查的安全,关键点与高海拔区域之间需要有足够的安全距离。
- iii. 根据邻接矩阵的固有特点,任意一个顶点必须至少能与另外两个顶点连通,构成一个回路。
- iv. 满足上述3个条件的情况下尽可能的减少顶点。

根据以上关键点选取原则,对图4-10给出的3000米以下高程灰度图进行了关键点的选取,在图4-11中给出。

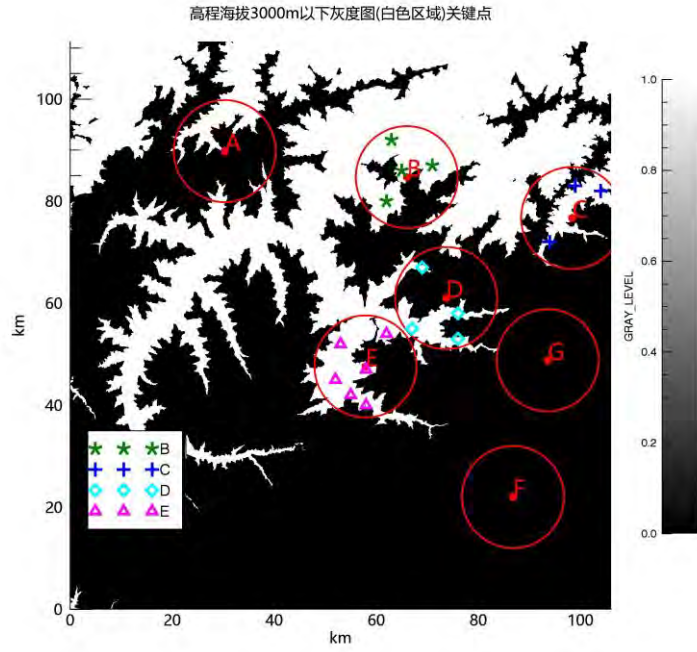


图 4-11 高程海拔 3000 米以下灰度图关键点选择
 为了方便分析观察，提取出 B、C、D、E 四个区域的放大图像，以及选择的
 关键点，分别见图 4-12—图 4-15。

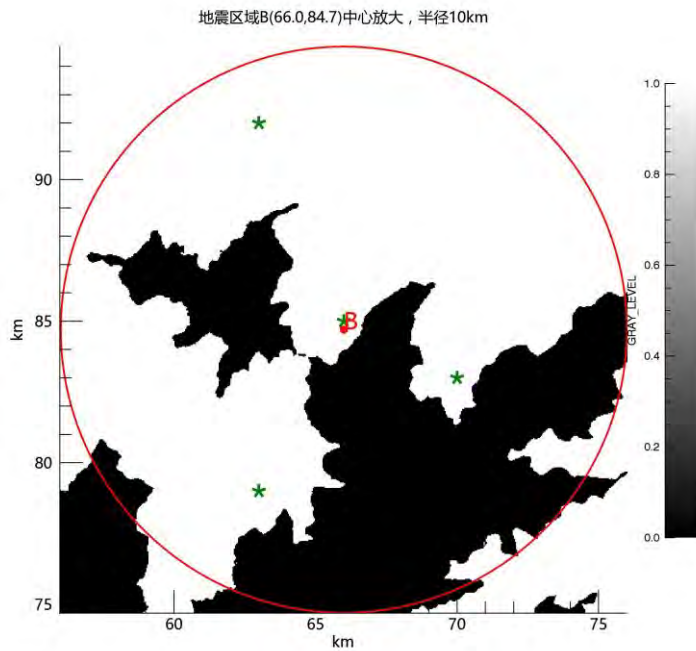


图 4-12 地震中心 B 的关键点选择

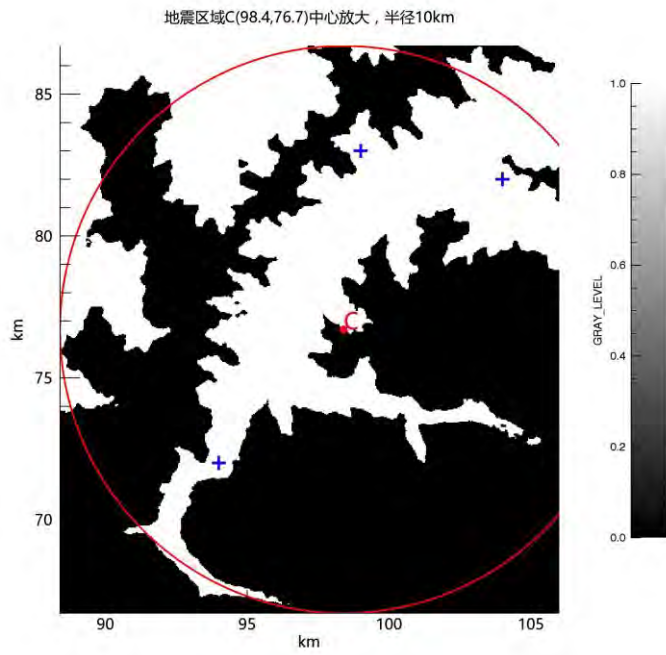


图 4-13 地震中心 C 的关键点选择

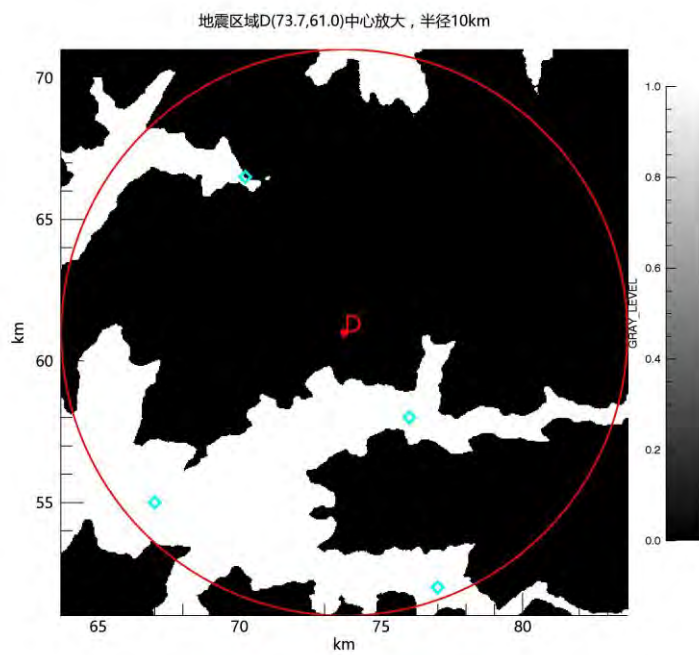


图 4-14 地震中心 D 的关键点选择

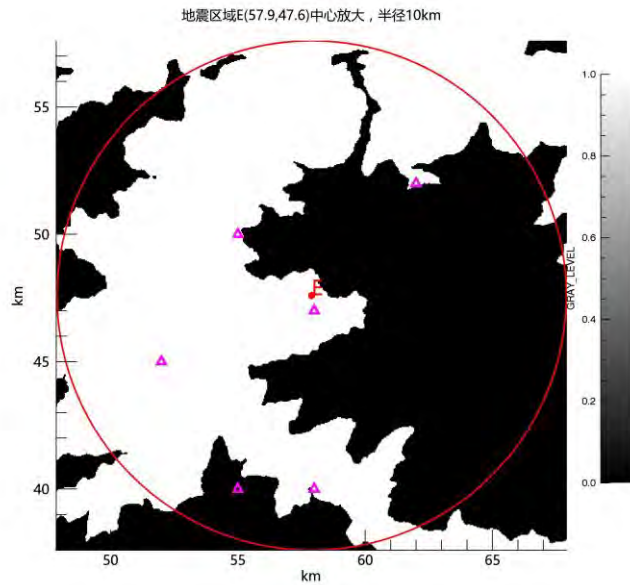


图 4-15 地震中心 C 的关键点选择

关键点具体坐标在表 4-6 中给出, 括号内为关键点所在的位置坐标, 单位是千米。

表 4-6 巡查关键点的坐标

关键点序号	B	C	D	E
1	(71, 87)	(94, 72)	(76, 58)	(53, 52)
2	(65, 86)	(104, 82)	(69, 67)	(58, 47)
3	(62, 80)	(99, 83)	(76, 53)	(52, 45)
4	(63, 92)		(67, 55)	(58, 40)
5				(55, 42)
6				(62, 54)

根据遗传算法, 对确定的关键点进行路线规划, 得到两条最优路径, 分别是: 路线一, 指挥中心—C1—C2—C3—B1—B2—B4—B3—指挥中心; 路线二, 指挥中心—D3—D2—D1—D4—E6—E1—E3—E2—E5—E4—指挥中心。具体路径在图 4-15 中显示。

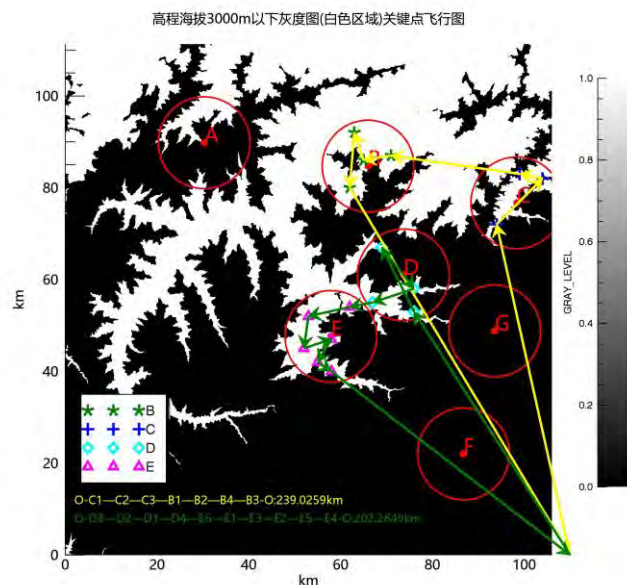


图 4-15 高程海拔 3000 米以下灰度图的关键点飞行路线

进一步验证飞行路线的合理性，将路线在海拔 4200m 以下的区域内显示，如图 4-16 所示

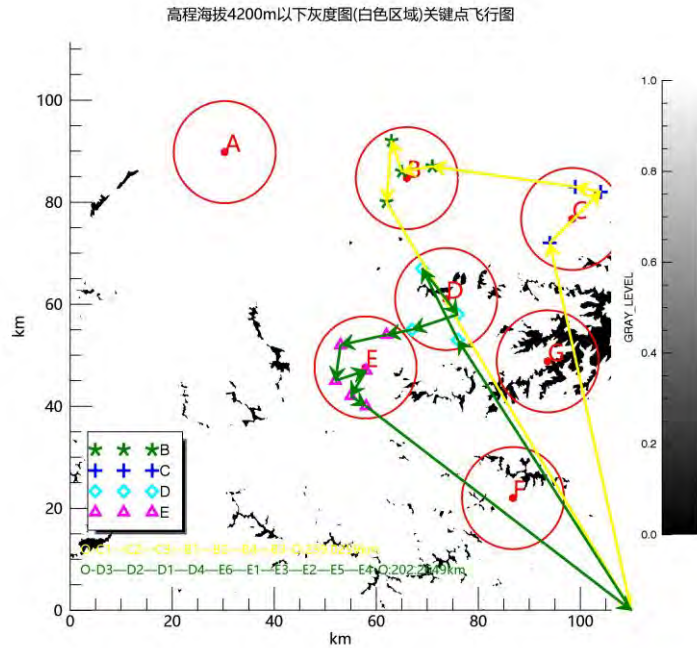


图 4-16 高程海拔 4200 米以下灰度图的关键点飞行路线

从图中可以看出，所飞行区域均在 4200m 以下，其中从指挥中心出发经过 G 区域到达 C1 点的路线中存在高于 4200 米的区域，符合前面所给出的近似直线路线假设，可以认为是合理的路线。

综上，根据遗传算法，以及辅助邻接矩阵选择关键点的方式，对于 S 区域内海拔 3000 米以内的区域规划了飞行路线，选择两架无人机即可在 4 小时之内进行巡查。

下面计算覆盖率，根据无人机飞行高度恒为 4200 米，地面最小仰视角为 60° 可知，无人机对地的扫描半径 R 近似为 $R = 4200 * \tan(30^\circ) \approx 2.4$ 千米，

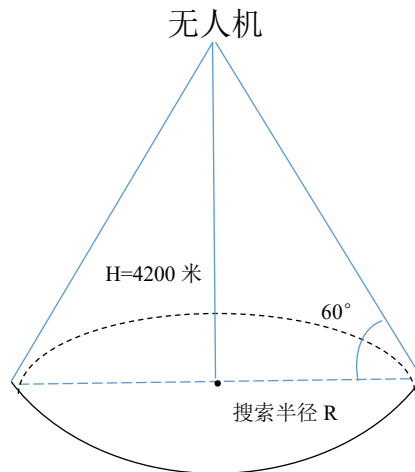


图 4-17 无人机的搜索半径图

搜索面积的合理性近似，由于无人机的飞行路线近似为直线，对于某一搜索区域中的巡查面积 S 可以近似为无人机沿路径扫过的矩形面积，长为路线距离 L，宽为扫描直径即 2R，则 $S=L*2R$ 。

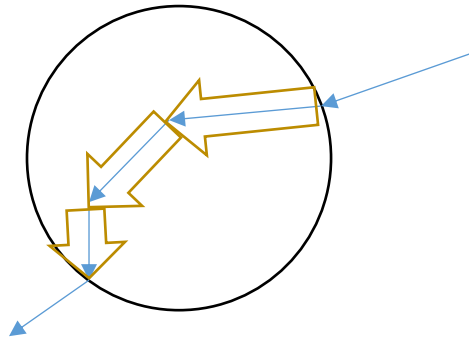


图 4-18 无人机扫描路径示意图

对于巡查的 B 到 E 的四个区域，图 4-19 到图 4-22 分别放大给出了无人机在各个区域中飞行的路线，为了方便观察，已经考虑到是在海拔 4200 米以下的区域飞行。

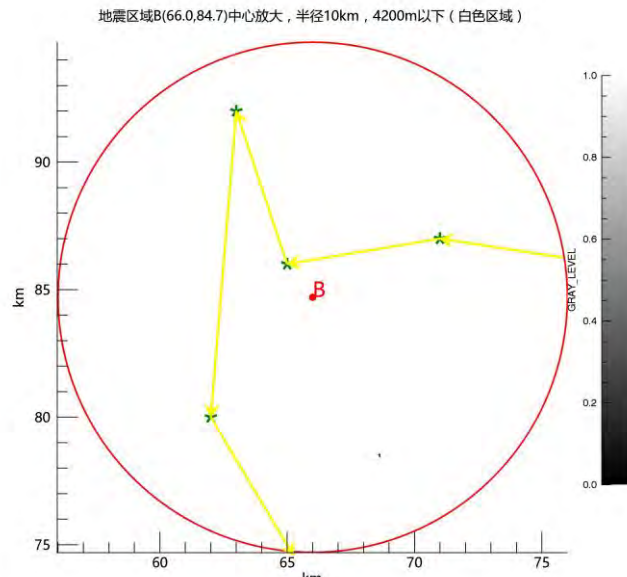


图 4-19 无人机在地震区域 B 的巡查路线

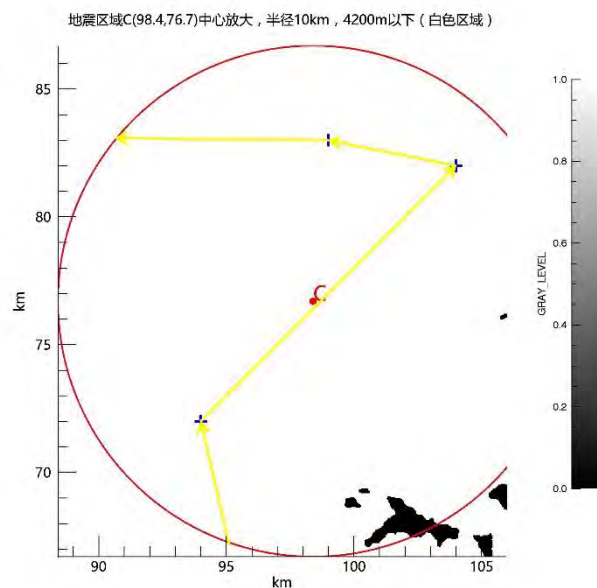


图 4-20 无人机在地震区域 C 的巡查路线

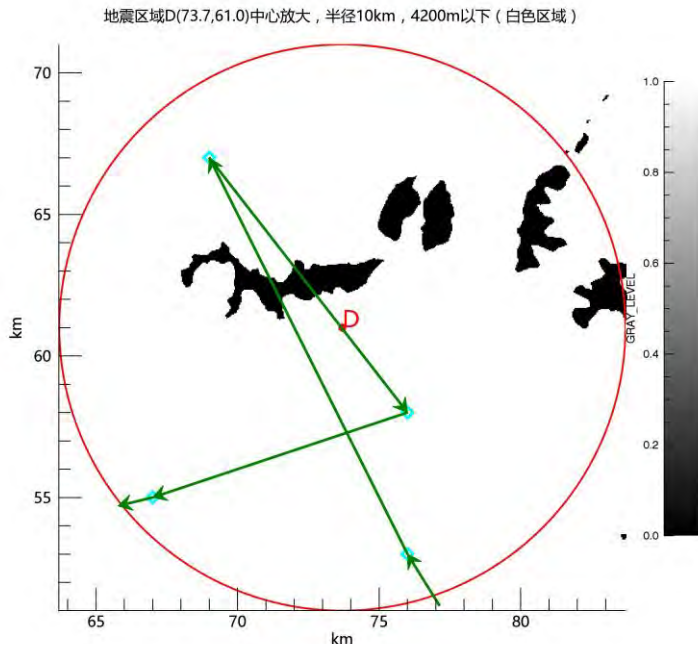


图 4-21 无人机在地震区域 D 的巡查路线

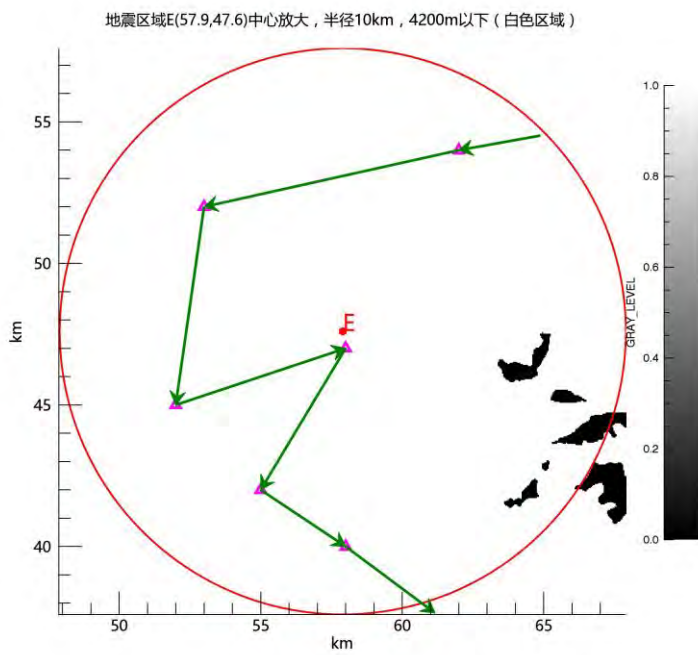


图 4-22 无人机在地震区域 E 的巡查路线

覆盖率计算，对巡查到的总面积 P 与 7 个地震中心的并集面积 S 求所占比例，即为覆盖率 $\varepsilon = P/S$ 。同时考虑到有三处地震区域 A、F、G 是没有进行巡查的，又分别计算了每个区域各自的覆盖率以及所巡查到的区域的覆盖率。计算结果如表 4-6 所示。

表 4-6 S 区域内的巡查覆盖率

	A	B	C	D	E	F	G	总覆盖率	当前覆盖率
巡查面积	0	170	156	191	128	0	0	645	645
区域面积	314	314	314	314	314	314	314	2198	1256
覆盖率%	0	54.23	49.68	60.82	40.76	0	0	29.34	51.35

从表中可以得到，总的覆盖率 $\varepsilon = 29.34\%$ ，由于地震区域 A、F、G 没有进行巡查，忽略这三处后得到的覆盖率为 51.35%。区域 B 到区域 E 各自区域内的巡查覆盖率分别是 54.23%，49.68%，60.82%，40.76%。

4.3.4. 模型调整

要求无人机的二轮巡查为 4000 米以下的区域进行多次巡查，并且两次巡查的间隔最大为 3 小时，总的巡查时间为 72 小时。

首先确定巡查区域，如图 4-23 所示，为海拔 4000 米的灰度图，白色区域为 4000 米以下的地方。

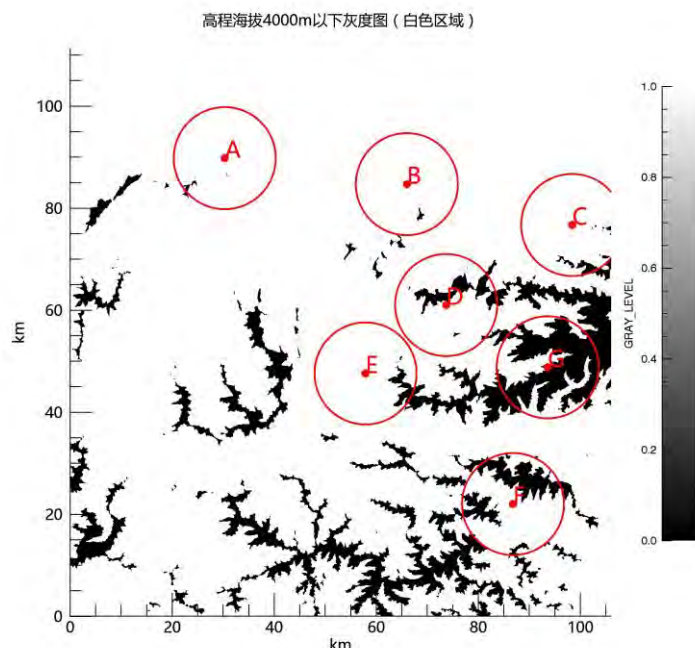


图 4-23 高程海拔 4000 米以下的区域

从图中可以看出，4000 米以下存在多处连续的空白区域，以指挥中心为圆心，半径大于 60 千以外的区域分布较多，首先对空旷区域进行划分，使得无人机在 8 小时之内能够完成任务，并排除另一架无人机接替巡查。在划分的区域块中使用扩展方形搜索模型进行巡查。

扩展方形搜索采用的搜索路径实际为正方形，搜索方式是将整个区域规划为正方形，以搜索区域的中心为基准点，无人机沿着正方形轨迹对区域进行搜寻，

搜寻一周形成一个正方形，总的搜寻路径航程为无人机飞过所有正方形边长之和。根据此理论依据，建立扩展方形搜寻路径：

$$D_{kz} = (2N_g + 1)^2 d_{s2} \quad (4.4)$$

$$N_g = \frac{R}{d_{s2}} \quad (4.5)$$

其中， D_{kz} 为扩展方形搜寻的总航程； R 为搜索区域半径； d_{s2} 为最大搜索线间距； N_g 为正方形个数(不小于1，搜索间距小于搜索区域半径，小数则向下取整)。

起始的两条搜寻路径长度等于搜寻线间距的长度，以后每两条搜寻路径的长度将在原基础上叠加一个搜寻线间距长度。

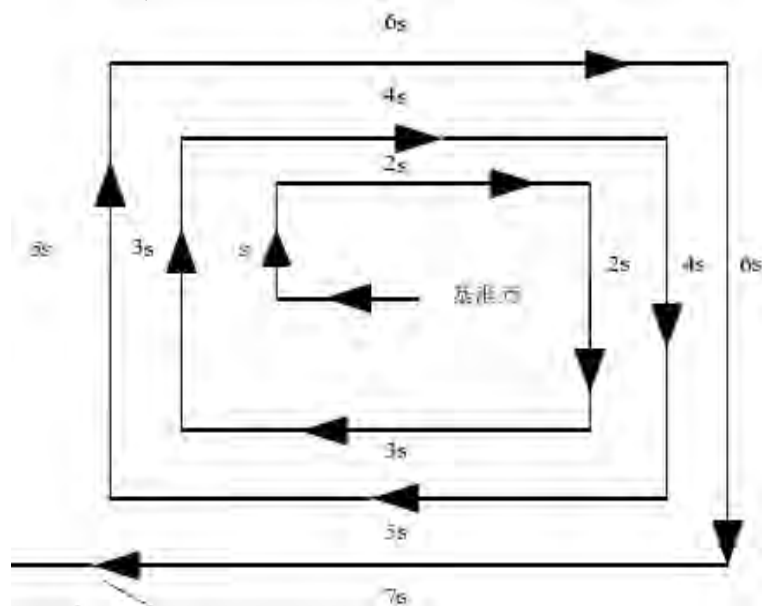


图 4-24 扩展方形搜寻方式

空白区域划分及基准点确定的方法：

以指挥中心为圆心，半径大于 60 千米进行雷达波形式的向外辐射，将此半径称为飞出半径 rr ，辐射面如图 4-25 所示。

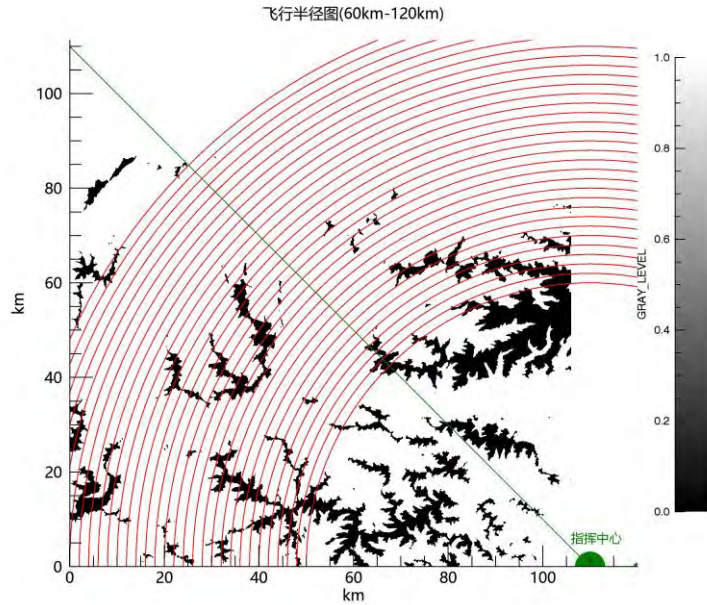


图 4-25 空白区域划分的飞出半径图

在空旷区域，已知飞出半径，得到对应圆弧，在此圆弧上的每一点，都可以作为基准点，而通过这个基准点根据扩展方形搜寻模型所确定的正方形的边长就是恒定的，因为最大航程 D_{kz} = 无人机最大飞行距离 - 2 * 飞出半径 rr ，是不变的，其中无人机的最大飞行距离为 480 千米，由之前所得出的无人机的搜索半径为 2.4 千米，将最大搜索间距 d_{s2} 设为 4.8 千米，则根据式 (4.4) 得到正方形数量：

$$N_g = (\sqrt{D_{kz}/d_{s2}} - 1)/2 \quad (4.6)$$

$$\text{以及搜索区域半径 } R = N_g * d_{s2} \quad (4.7)$$

通过计算得到飞行半径 rr 在 60 千米到 120 千米范围内的正方形的个数（向下取整，保证最大距离小于 480 千米）均为三个，即搜索区域半径均为 14.4 千米。最大航程，正方形数量，搜索区域半径与飞出半径之间的关系在表 4-7 中给出。

表 4-7 扩展方形搜索中的正方形数量，搜索区域半径与飞出半径的关系

飞出半径 rr	最大航程 D_{kz}	正方形数量	搜索区域半径
60	360	3	14.4
62	356	3	14.4
64	352	3	14.4
66	348	3	14.4
68	344	3	14.4
70	340	3	14.4
72	336	3	14.4
74	332	3	14.4
76	328	3	14.4
78	324	3	14.4

80	320	3	14.4
82	316	3	14.4
84	312	3	14.4
86	308	3	14.4
88	304	3	14.4
90	300	3	14.4
92	296	3	14.4
94	292	3	14.4
96	288	3	14.4
98	284	3	14.4
100	280	3	14.4
102	276	3	14.4
104	272	3	14.4
106	268	3	14.4
108	264	3	14.4
110	260	3	14.4
112	256	3	14.4
114	252	3	14.4
116	248	3	14.4
118	244	3	14.4
120	240	3	14.4

基准点的确定, 根据上表所得出的结论, 在某一飞出半径下, 搜索半径不变, 不同基准点所确定的正方形区域如图 4-26 所示。

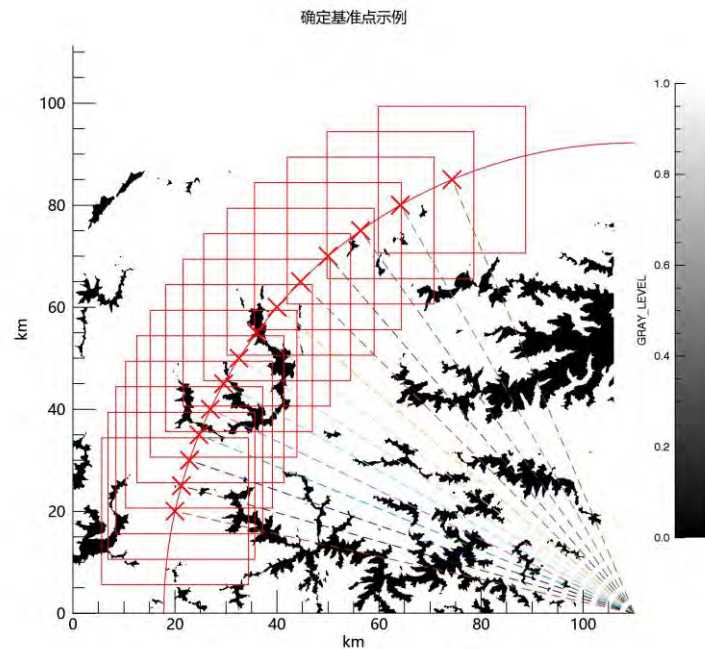


图 4-26 飞行半径固定下的基准点遍历

综上，对于空旷区域，根据占空比最大的原则，循环遍历不同半径下的基准点，找到确定的基准点。

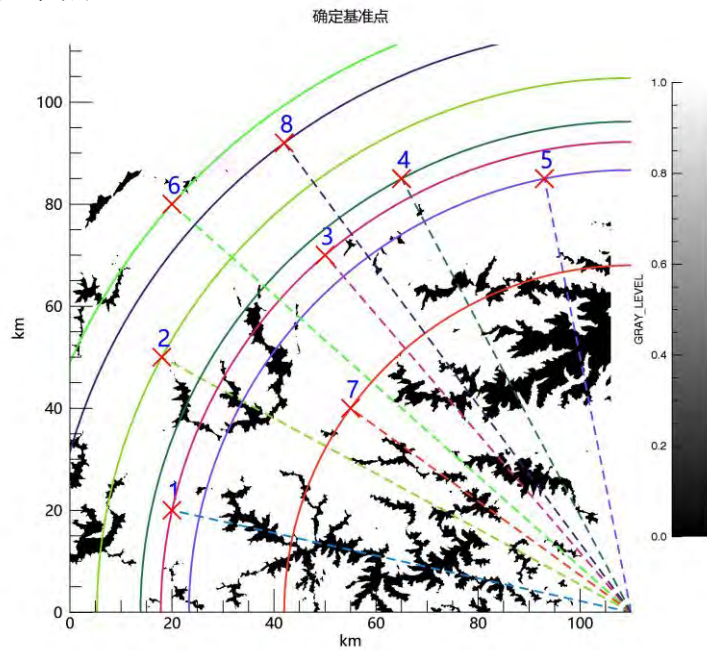


图 4-27 空旷区域基准点确定

从图中可以看出一共确定了 8 个基准点，对应的巡查区域如图 4-28 所示。

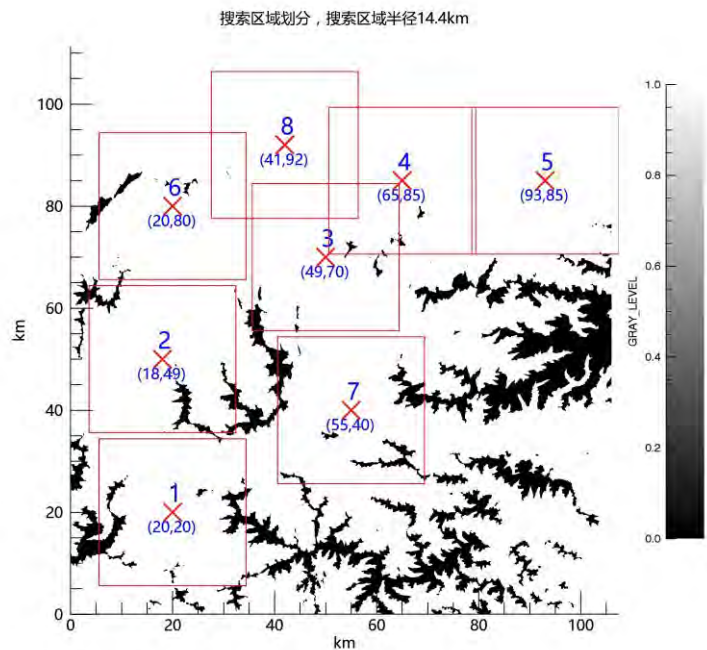


图 4-28 搜索区域划分

从图中可以看出，按空旷区域基准点选择出来的搜索范围存在重复，由于要考虑到节省派出无人机的总数量，需要进行重复范围的移动和删减，在保证覆盖范围变化差异小的前提下，如图 4-28 中的区域 8，将搜索半径减小到 8 千米，重复操作基准点的确定步骤，沿着圆弧多次选择后，再次确定基准点的位置，以及图 4-29 的搜索区域分布图。

搜索区域划分, 调整搜索区域半径

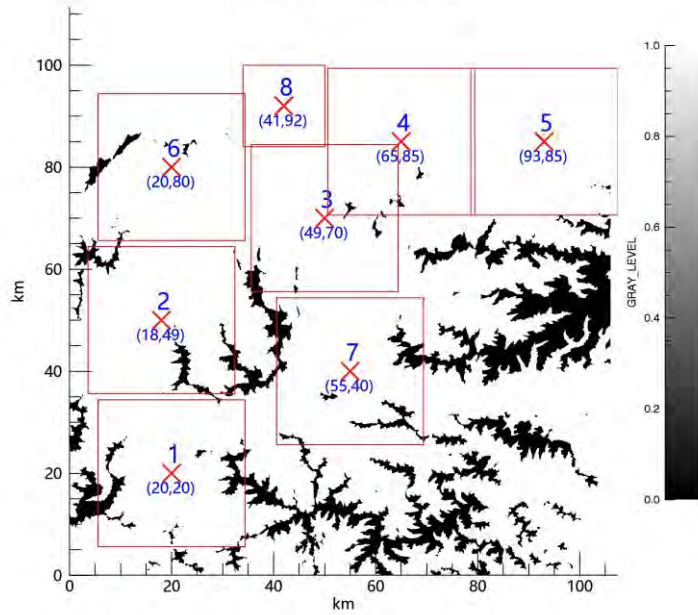


图 4-29 调整后的搜索区域

对于图中的 8 个搜索区域的详细坐标信息在表 4-8 中给出。

表 4-8 搜索区域的坐标信息

区域	坐标/km	飞行半径/km	搜索半径/km	区域半径/km	正方形数量	搜索航程/km	总航程/km	最大航程/km
1	(20, 20)	92.1954	4.8	14.4	3	235.2	419.59	480
2	(18, 49)	104.709	4.8	14.4	3	235.2	444.62	480
3	(49, 70)	92.1954	4.8	14.4	3	235.2	419.59	480
4	(65, 85)	96.1769	4.8	14.4	3	235.2	427.55	480
5	(93, 85)	86.6833	4.8	14.4	3	235.2	408.57	480
6	(20, 80)	120.416	4.8	14.4	3	235.2	476.03	480
7	(55, 40)	68.0074	4.8	14.4	3	235.2	371.21	480
8	(41, 92)	114.403	4.8	8	2	120	348.81	480

无人机巡查时间安排:

根据条件约束, 每台无人机最大航行时间为 8 小时, 最大航程为 480 千米, 同一位置的连续两次搜索不超过 3 小时, 对空旷区域的搜索范围内的每一个子块的搜索, 均可由一台无人机完成并返回, 最大耗时 8 小时, 对于最大耗时的搜索块, 假设第一架无人机出发时间为 00:00, 08:00 返回; 3 小时后派出第二架无人机, 即从 03:00 出发, 11:00 返回, 此时第一架无人机还在搜索中; 3 小时后继续派出第三架无人机, 即从 06:00 出发, 14:00 返回; 当再过 3 小时后需要派出无人机搜索时, 即 09:00 时刻, 此时第一架无人机在一小时前已经返回指挥中心, 假设经过调整和休息之后已经可以继续飞行, 则这一时刻派出的无人机即为最初的第一架无人机。以此类推, 根据这种假设, 对于最大耗时的区域, 需要三架无人机进行连续搜索。

对于搜索区域半径为 8 千米的自搜索块, 其基准点坐标为 (42,90) 公里, 飞行半径 r_r 为 68.7 千米, 若要减少飞机数量, 假设为两架, 且依旧从 00:00 出发, 此时, 在原始第三架飞机出发的时刻, 即 06:00, 要保证一小时前第一架无人机

已经返回，则可以假定最大的飞行时间为 5 小时，即最大航程为 300km。对于搜索半径 R 为 8km 的搜索块，需要的正方形 N_g 为 2 个，所走航程 $D_{kz} = (2N_g + 1)^2 d_{s2} = 120$ 千米，其中 $d_{s2} = 4.8$ 千米不变，则此次搜索需要的总航程为 $D_{kz} + 2rr = 257.4$ 千米，小于 300km，说明无人机可以返回指挥中心，假设成立。

综上，在搜索块 8 内只需要两架无人机即可完成搜索。

对于飞行半径在 60 千米的区域，从高程数据图中可以看出，此处区域海拔较高，满足搜索条件的位置很少，假设使用一架无人机进行搜索，则在两个小时之内可进行航程为 120km 的搜索，可以满足这个区域的搜索要求，故这个区域需要一架无人机就能完成。

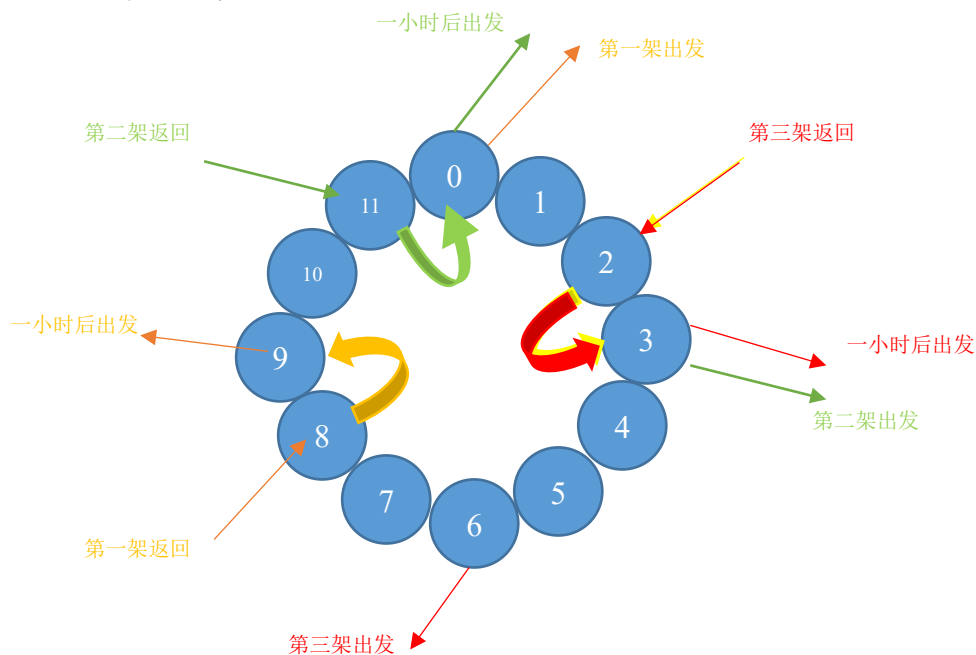


图 4-30 8 小时内完成任务的多无人机时间安排图

综上所述，所需要的无人机的总数量为 $7 \times 3 + 2 + 1$ 等于 24 架无人机，即可完成在 72 小时内的巡查。

4.4. 模型评价

综上，在保证无人机数量最少的情况下，建立了通过遗传算法、邻接矩阵避障的最优路线规划模型，模型分为一级模型，一级优化模型，二级模型。

在一级模型中，对于目标群 A 到 G，7 个区域中心，规划了三条路线，分别为：第一条，指挥中心—A—指挥中心；第二条，指挥中心—C—B—指挥中心；第三条，指挥中心—F—E—G—D—指挥中心。需要三驾无人机。

在一级优化模型中，对目标群中的小目标进行路线规划，采用空旷区域关键点选择方法，邻接矩阵避障，规划了两条路线，使得 4 小时之内区域 S 内 3000 米以下地方能够尽可能多的被巡查。两条路线分别为：路线一，指挥中心—C1—C2—C3—B1—B2—B4—B3—指挥中心；路线二，指挥中心—D3—D2—D1—D4—E6—E1—E3—E2—E5—E4—指挥中心。需要两架无人机。包含全部区域(S)的覆盖率为 29.34%，只包括巡查区域（B 到 E）的覆盖率为 51.35%。

在二级模型中，对于 4000 米以下的区域，通过确定空旷区域基准点，规划了 9 条无人机的巡查路线，保证了 72 小时内规划区域在 3 小时之内的二次巡查，共需要 24 驾无人机完成任务。

模型的使用情况理想，与实际有一定的误差，但近似和假设充分考虑了合理性，符合限制条件，模型符合要求。

5. 问题二：模型的建立与求解

5.1. 问题分析

对于问题二，须实现在 1000 米探测距离范围内对 3000 米以下区域探测。由于并未给出无人机飞行高度，因此利用分层化理论对 3000 米以下进行分层探测，考虑在最大侧视角 60° 下的极限探测距离为垂直方向 400 米。由于最低海拔高度为 1118 米，在安全探测距离 50 米下，对 3000 米海拔区域进行 400 米分层规划，得到分层搜寻海拔为 3050 米、2650 米、2250 米、1850 米和 1450 米。由于 3000 米以下区域分布分散，在分层的基础上还需要对其进行区域划分，结合 3000 米以下分布情况，建模过程中将区域划分为五类，最后利用关键点坐标选取原则和遗传算法，建立每个区域每个高度层航迹规划模型，并用 matlab 仿真确定从两个基地出发的无人机航迹，确保 3000 米以下部分被探测到的面积尽可能大，且从第一架无人机飞出到最后一架无人机完成任务回到基地的时间间隔尽量短。

5.2. 模型建立

5.2.1. 探测范围模型分析

使用无人机携带生命探测仪搜索生命迹象，生命探测仪的有效探测距离不超过 1000 米，且最大侧视角(探测仪到可探测处的连线与铅垂线之间的夹角)为 60° ，故探测仪的探测范围为球体的一部分。其纵截面如图 5-1 所示：

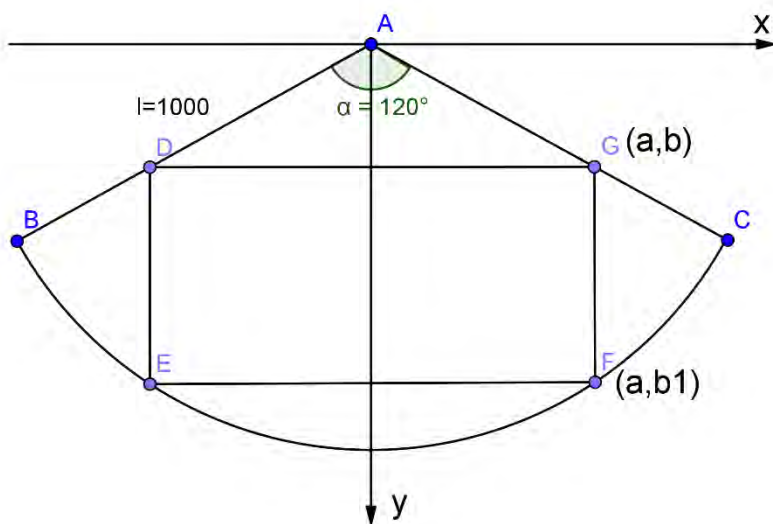


图 5-1 探测范围示意图

可以将探测仪的搜索区域拟合为一个圆柱体，其中 DE 为圆柱体的高，DG 为圆柱体的直径。所以我们可以 A 为原点，建立坐标系，设 G 点坐标为(a,b)，F 点坐标为(a,b1)。根据方程：

$$S = V * h \quad (5.1)$$

$$V = \pi a^2 \quad (5.2)$$

$$h = b1 - b \quad (5.3)$$

$$a = \sqrt{3}b \quad (5.4)$$

$$a^2 + b1^2 = 1000^2 \quad (5.5)$$

可以得出体积 V 与坐标点 a 之间的函数关系：

$$V = \pi a^2 \left(\sqrt{1000^2 - a^2} - \frac{a}{\sqrt{3}} \right) \quad (5.6)$$

在 matlab 上绘制出 V-a 的曲线图：

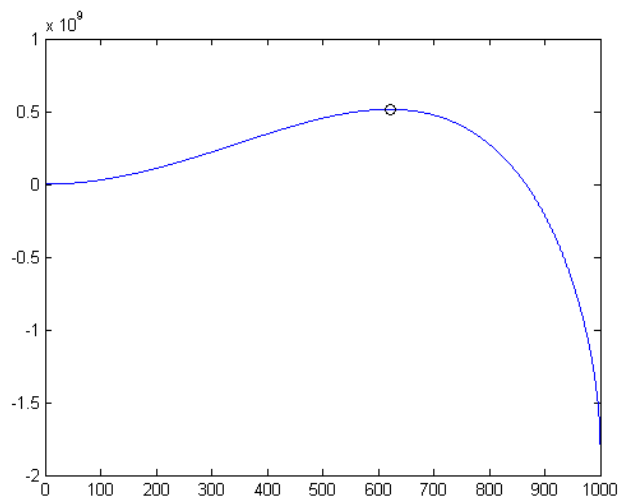


图 5-2 V-a 曲线图

求得当 $a=621$ 时，体积达到最大值。故圆柱体的高度为 425 米。

5.2.2. 确定最优搜寻方法

通过对上一小节的分析，无人机在执行搜寻任务时可以按照 400 米一个高度层进行飞行。为了覆盖整个山体表面，我们采用圆形绕圈飞行的方式将山体表面全方位的搜寻。通过对灾区高程数据的分析，搜寻山区的最低海拔高度为 1118 米，需要搜寻的范围是海拔 3000 米以下，在 3000 米以下范围内的山体整个呈上宽下窄的凹形。因此按照自下向上的方向进行搜寻，如图所示。

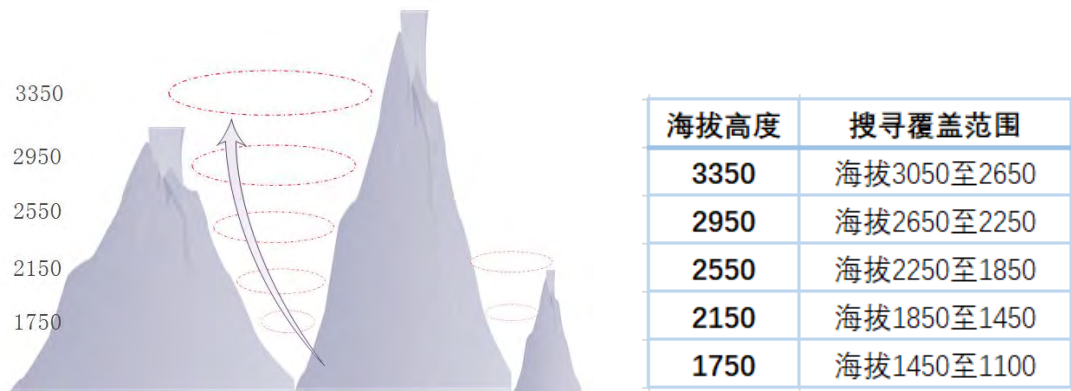


图 5-3 山谷搜寻方式示意图

5.2.3. 各搜寻高度层直径的确定

在对搜寻高度层进行分配后，需要确定每个高度层的直径。从立体图中可以看出，整个需要搜寻的 3000m 海拔下的部分，其为上宽下窄的“山谷型”结构，因此，每个搜寻高度层的直径设定为：该搜寻高度层下面一个搜寻高度层的山体覆盖宽度，但是由于区域过大，且 3000m 海拔下的区域分布较为分散，需要对其进行区域划分，其划分的结果示意图如下所示：

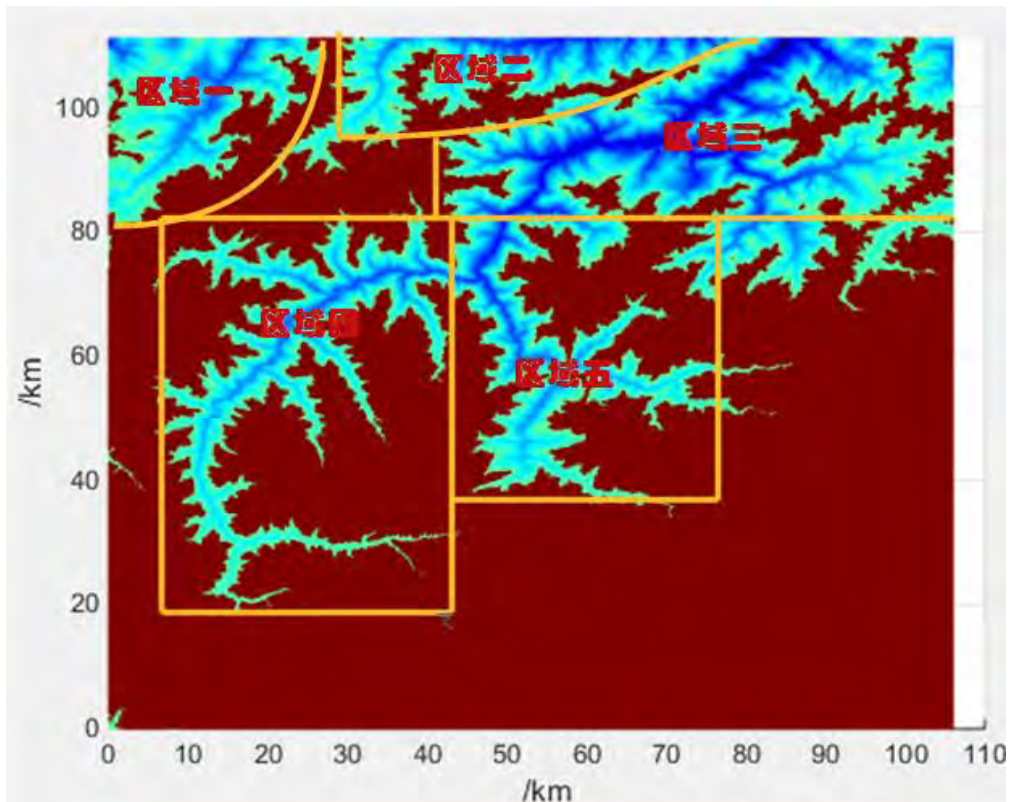


图 5-4 区域划分示意图

从图中可以看出根据 3000m 以下的海拔分布及其分散程度，将总体区域划分为 5 个小型区域分别为区域一到区域五。在此基础上，即产生 5 个平面，在每个

平面中，以平面的最左边为基准边，在平面图中找出图中每个搜寻高度层离基准变最远的点，测量处它的基准变的距离，然后对比最远点到基准边与平面图上、下、右三个边界的距离，将最远距离作为上一搜寻高度层直径。表中分别表示了五个不同区域在不同的搜寻高度层的关键搜寻坐标点的选取，其选取方法与问题一中所提出的障碍物繁多时的关键点选择方法一致。由此，得到每个区域各个搜寻高度层的关键点坐标，如下表所示。

表 5-1 各高度层飞行关键位置表

区域一	关键点坐标选取
第一搜寻高度层	(17,108), (20,105) (15,105),(13,108),(11,104),(8,96),(10,91),(15,100)
第二搜寻高度层	(18,108),(15,105),(13,102),(12,100)
区域二	关键点坐标选取
第一搜寻高度层	(42,110),(50,108),(54,108),(52,110),(58,109),(62,109), (70,109),(73,109)
第二搜寻高度层	(47,110),(53,110),(55,109),(59,110),(65,110)
第三搜寻高度层	(53,110),(58,110)
区域三	关键点坐标选取
第一搜寻高度层	(90,107),(85,108),(82,100),(55,80),(48,80),(53,86) (73,86),(80,90),(52,90),(60,97),(58,90),(65,88),(63,93), (72,92),(70,100),(77,101),(80,105)
第二搜寻高度层	(90,110),(83,103),(84,110),(78,99),(75,97),(76,101), (70,96),(70,88),(67,87),(65,90),(60,91),(58,89),(55,88), (53,80),(75,79)
第三搜寻高度层	(85,110),(82,104),(80,100),(78,97),(74,93),(72,90),(70,88), (68,93),(65,90),(60,90),(55,88)
第四搜寻高度层	(84,109),(82,105),(80,100),(78,99),(74,96)
第五搜寻高度层	(85,105),(81,103)
区域四	关键点坐标选取
第一搜寻高度层	(40,74),(38,63),(32,71),(30,70),(24,64),(23,59),(20,55)
第二搜寻高度层	(35,70),(30,68),(28,66),(24,65)
区域五	关键点坐标选取
第一搜寻高度层	(48,70),(50,65),(54,61),(54,58),(56,56)
第二搜寻高度层	(50,67),(51,63),(52,59)

5.2.4. 飞行轨迹规划

采用与问题一中相同的遗传算法，对每种情况进行路线规划，得到如下图所示的轨迹。

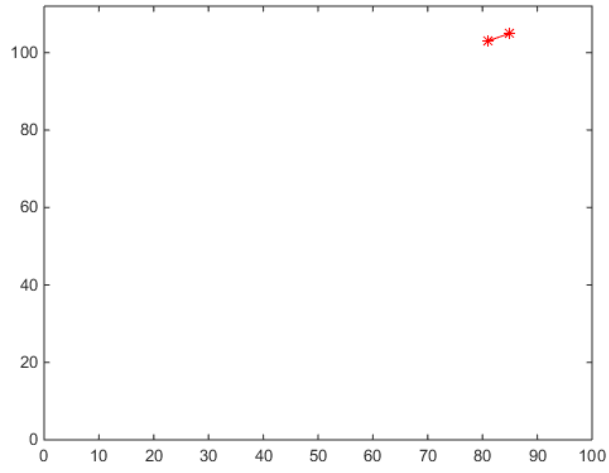


图 5-5 第五搜寻高度层

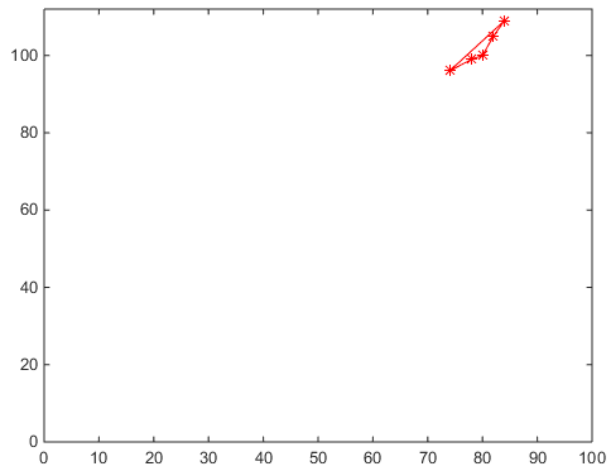


图 5-6 第四搜寻高度层

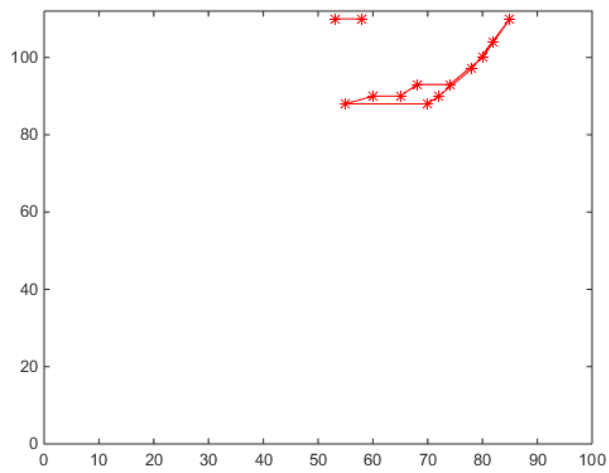


图 5-7 第三搜寻高度层

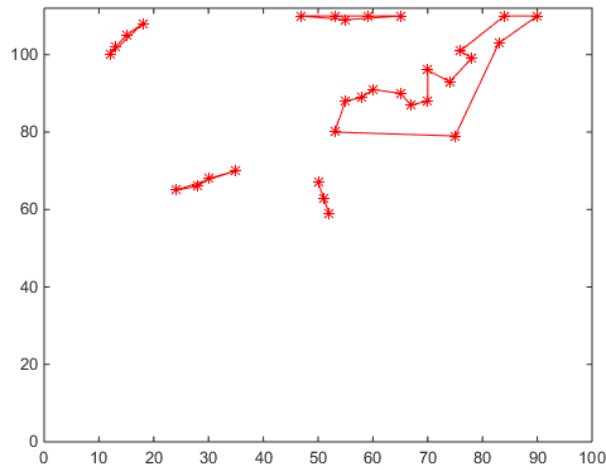


图 5-8 第二搜寻高度层

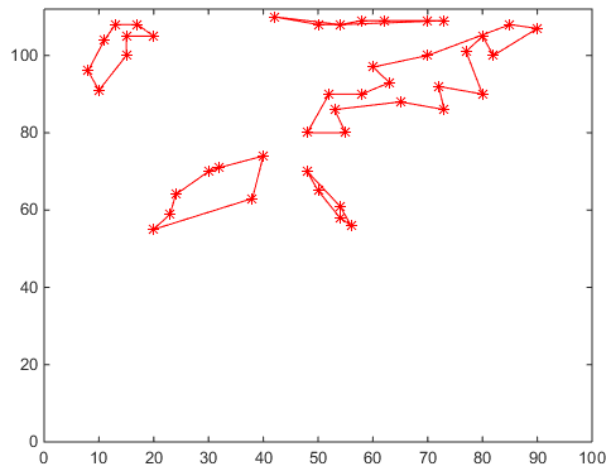


图 5-9 第一搜寻高度层

5.2.5. 山体表面搜寻无人机任务分配

由于无人机飞行受到最大巡航时间 8h 的限制，因此可能一架无人机无法对多个高度层进行搜寻个，需要多架无人机协同完成山体表面的搜寻任务。每个高度层的搜寻轨迹是圆，圆的周长公式为：

$$L = 2 \times \pi \times r \quad (5.7)$$

其中， π 为圆周率；

r 为圆的半径，单位为 km；

根据上一小节测量出的每个高度层圆的直径，计算出每个高度层飞行轨迹的周长，再结合无人机的巡航速度为 60km/h，计算出每个高度层搜寻的时间。

表 5-2 各层搜索时间表

区域一	周长(km)	搜寻时间(h)
第一搜寻高度层	47.22	0.79
第二搜寻高度层	20.08	0.33
区域二	周长(km)	搜寻时间(h)
第一搜寻高度层	62.35	1.04
第二搜寻高度层	36.11	0.60
第三搜寻高度层	10	0.17
区域三	周长(km)	搜寻时间(h)
第一搜寻高度层	194.66	3.24
第二搜寻高度层	132.16	2.20
第三搜寻高度层	82.7	1.38
第四搜寻高度层	33.49	0.56
第五搜寻高度层	8.94	0.15
区域四	周长(km)	搜寻时间(h)
第一搜寻高度层	60.24	1.00
第二搜寻高度层	24.28	0.40
区域五	周长(km)	搜寻时间(h)
第一搜寻高度层	32.48	0.54
第二搜寻高度层	16.49	0.27

根据爬升角度 $\pm 15^\circ$ ，每层的间隔高度层数为 400m，飞机的巡航速度为 60km/h，因此可以得到爬升或下降的距离，如下图所示，由此得到下表所示在各个层爬升或下降的耗时。

表 5-3 各层的爬升下降时间表

高度层	耗时(h)
从 4500km 下降到第五高度层	0.18
从第五高度层爬升到第四高度层	0.025
从第四高度层爬升到第三高度层	0.025
从第三高度层爬升到第二高度层	0.025
从第二高度层爬升到第一高度层	0.025
从第一高度层爬升到 4500km	0.08

5.2.6. 各区域起始点确定与距离、耗时分析

由上述分析可知，不同区域在每个海拔高度层的所占面积不同，因此 2.2 小节中对各个区域关键点的选取也不相同，并且可以确定每个区域的每个高度层的路径起始坐标值。根据题目中要求无人机从 H (110, 0) 和 J (110, 55) 两个起飞点出发，分别计算从这两个起飞点到每区域每层的起始点距离，并根据无人机的飞行速度 60km/h，得到从 H、J 出发飞往每个区域的耗时，整理汇总得到如下

所述的各区域每个高度层的耗时情况。

表 5-4 五个区域的各层距离及耗时情况统计

区域一	从 H 处出发			从 J 处出发		
高度层	起始坐标	与 H 距离	耗时	起始坐标	与 J 距离	耗时
第二高度层	(18,108)	141.87	2.36	(18,108)	106.17	1.77
第一高度层	(17,108)	142.52	2.38	(17,108)	107.04	1.78
区域二	从 H 处出发			从 J 处出发		
高度层	起始坐标	与 H 距离	耗时	起始坐标	与 J 距离	耗时
第三高度层	(53,110)	123.89	2.06	(53,110)	79.21	1.32
第二高度层	(47,110)	126.76	2.11	(47,110)	83.63	1.39
第一高度层	(42,110)	129.32	2.16	(42,110)	87.46	1.46
区域三	从 H 处出发			从 J 处出发		
高度层	起始坐标	与 H 距离	耗时	起始坐标	与 J 距离	耗时
第五高度层	(85,105)	107.94	1.80	(85,105)	55.90	0.93
第四高度层	(84,109)	112.06	1.87	(84,109)	59.93	0.99
第三高度层	(85,110)	112.81	1.88	(85,110)	60.42	0.98
第二高度层	(90,110)	110.80	1.85	(90,110)	58.52	0.98
第一高度层	(90,107)	108.85	1.81	(90,107)	55.71	0.93
区域四	从 H 处出发			从 J 处出发		
高度层	起始坐标	与 H 距离	耗时	起始坐标	与 J 距离	耗时
第二高度层	(35,70)	102.59	1.51	(35,70)	76.49	1.27
第一高度层	(40,74)	101.86	1.43	(40,74)	72.53	1.21
区域五	从 H 处出发			从 J 处出发		
高度层	起始坐标	与 H 距离	耗时	起始坐标	与 J 距离	耗时
第二高度层	(50,67)	89.94	1.15	(50,67)	63.79	1.06
第一高度层	(48,70)	93.51	1.09	(48,70)	39.23	0.65

5.3. 结论与分析

根据以上各节的分析，一架无人机达到各个区域相应海拔高度的总耗时为其从起飞点(H、J)到相应区域的相应探测高度层的往返时间和在区域内巡查的时间，其计算统计结果如下：

表 5-5 各层往返及巡查时间表

	海拔高度层	H 出发耗时	J 出发耗时
区域一	1 高度层	5.71h	4.51h
	2 高度层	5.26h	4.08h
	1、2 高度层	6.07	4.88h
区域二	1 高度层	5.52h	4.12h
	2 高度层	5.03h	3.59h
	3 高度层	4.55h	3.07h
	2、3 高度层	5.2h	3.74h

	1、2 高度层	6.12h	4.7h
	1、2、3 高度层	6.29h	4.8h
区域三	1 高度层	7.02h	5.26h
	2 高度层	6.11h	4.37h
	3 高度层	5.4h	4.02h
	4 高度层	4.61h	2.85h
	5 高度层	4.11h	2.37h
	1、2 高度层	9.26h (删去)	7.56h
	2、3 高度层	7.52h	5.8h
	3、4 高度层	5.95h	3.72
	4、5 高度层	4.69h	2.94h
	1、2、3 高度层	10.77h(删去)	8.99h(删去)
	2、3、4 高度层	8.27h(删去)	6.42h
	3、4、5 高度层	6.13h	4.36h
	2、3、4、5 高度层	/	6.56h
区域四	1 高度层	4.02h	3.58h
	2 高度层	3.63h	3.15h
	1、2 高度层	4.55h	4.09h
区域五	1 高度层	1.79h	2.6h
	2 高度层	1.63h	2.0h
	1、2 高度层	3.69h	2.73h

通过上述分析发现：第一个区域为两个高度层，第二个区域为三个高度层，第三个区域为五个高度层，第四个区域为两个高度层，第五个区域为两个高度层。因此，单高度层飞行共有 14 个，每个区域内单高度层飞行搜寻的时间一定小于多高度层飞行搜寻的时间。因此，从简单角度考虑可以从 J 处出发 14 架无人机对每个区域每个高度层进行搜寻。可以看到在第三区域的第一高度层所需单高度层搜寻时间最长为 5.26h，因此最长的从第一架飞机飞出到最后一架飞机回到基地的时间是 5.26h。进一步的，为了尽可能的减少无人机的数目，可以选择无人机多高度层搜寻，且搜寻时间小于 5.26h 的组合。因此得到：

区域一无人机搜寻安排为：J 处出发一架搜寻 1、2 高度层，耗时 4.88h。

区域二无人机搜寻安排为：J 处出发一架搜寻 1、2、3 高度层，耗时 4.8h。

区域三无人机搜寻安排为：J 处出发一架搜寻 1 高度层，耗时 5.26h。

J 处出发一架搜寻 2 高度层，耗时 4.37h。

J 处出发一架搜寻 3、4、5 高度层，耗时 4.36h。

区域四无人机搜寻安排为：J 处出发一架搜寻 1、2 高度层，耗时 4.09h。

区域五无人机搜寻安排为：J 处出发一架搜寻 1、2 高度层，耗时为 2.73h。

根据第 1 小节分析，每一个路径上的探测半径为 0.6km，因此计算各区域探测面积为：

- 区域一： 第 1 高度层： $47.22 \times 2 \times 0.6 = 56.66$
 第 2 高度层： $20.08 \times 2 \times 0.6 = 24.1$
- 区域二： 第 1 高度层： $62.35 \times 2 \times 0.6 = 74.82$
 第 2 高度层： $36.11 \times 2 \times 0.6 = 43.33$
 第 3 高度层： $10 \times 2 \times 0.6 = 12$
- 区域三： 第 1 高度层： $194.66 \times 2 \times 0.6 = 233.59$
 第 2 高度层： $132.16 \times 2 \times 0.6 = 158.59$
 第 3 高度层： $82.7 \times 2 \times 0.6 = 99.24$
 第 4 高度层： $33.49 \times 2 \times 0.6 = 40.19$
 第 5 高度层： $8.94 \times 2 \times 0.6 = 10.73$
- 区域四： 第 1 高度层： $60.24 \times 2 \times 0.6 = 72.29$
 第 2 高度层： $24.28 \times 2 \times 0.6 = 29.14$
- 区域五： 第 1 高度层： $32.48 \times 2 \times 0.6 = 38.98$
 第 2 高度层： $16.49 \times 2 \times 0.6 = 7.79$

因此，总的可搜寻面积为： 901.45 km^2 ，需要 7 架飞机。

表 5-6 无人机安排、搜寻时间和探测面积

区域	无人机安排	探测区域	耗时(h)	探测面积(km^2)
区域一	J 出发 1 架	1、2 高度层	4.88	80.76
区域二	J 出发 1 架	1、2、3 高度层	4.8	130.15
区域三	J 出发 3 架	1 高度层 2 高度层 3、4、5 高度层	5.26	542.34
区域四	J 出发 1 架	1、2 高度层	4.09	101.43
区域五	J 出发 1 架	1、2 高度层	2.73	46.77
总计			5.26	901.45

6. 问题三：模型的建立与求解

6.1. 问题分析

根据附件 1 中的区域高程数据，结合终端设备的坐标位置，可以求得各个终端设备的海拔高度信息。终端设备分布的海拔高度最低为 1464 米，最高为 4410 米。无人机在飞行时，可以与 3000 米内的移动终端设备进行通信，故可以假定无人机飞行高度为二者的中间值，即无人机固定在 3000 米高度巡航。

6.2. 模型建立

无人机在空中飞行时，可与距离 3000 米以内的移动终端通信，即以无人机为球心，3000 米为半径，绘制一个球形。只要终端设备位于球形内部，则可以进行通信。

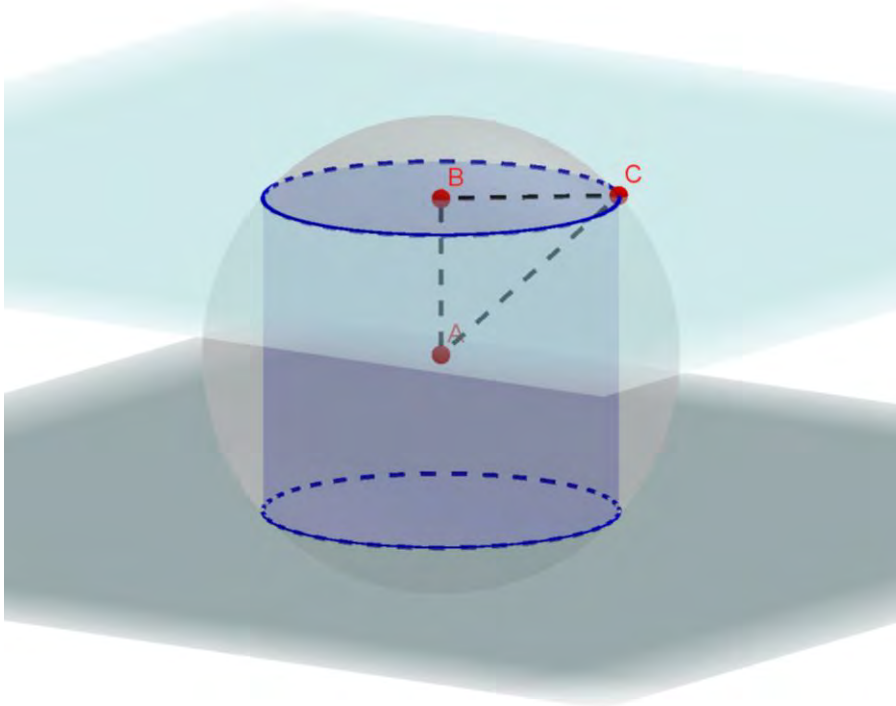


图 6-1 无人机探测范围示意图

如图 6-1 所示，假设 A 点为无人机的巡航高度 3000 米，上表面为海拔 4500 米，下表面为海拔 1500 米，AC 为无人机信号覆盖的半径 3000 米，AB 为最高海波与无人机巡航的高度差 1500 米，可以求出 BC 为 2600 米。因此该题可以将

无人机的通信范围等效为以无人机在地面投影位置为圆心，2600 米为半径，圆内的区域。

题中要求无人机在白天 12 小时内，保证任意两个终端之间都能实现不间断的通信。可以设计以终端为圆心，在其上方不间断的以最小转弯半径 100 米绕圈飞行。各终端点之间可以使用无人机进行通信中继，为确保不间断的通信，中继的无人机间隔距离为 6000 米，运行轨迹也是不断的在原始位置以 100 米为转弯半径绕圈。

6.2.1. K-means 聚类算法

本题共 72 个终端设备，数量较多。在计算时可以先采用 K-means 算法对 72 个终端设备进行聚类分析，然后使用遗传算法规划每个聚类区域内的最短路径，最后再在各聚类区之间设置中继无人机。

当使用 K-means 聚类算法，将分区值设置为 4 时，聚类效果如图 6-2 所示：

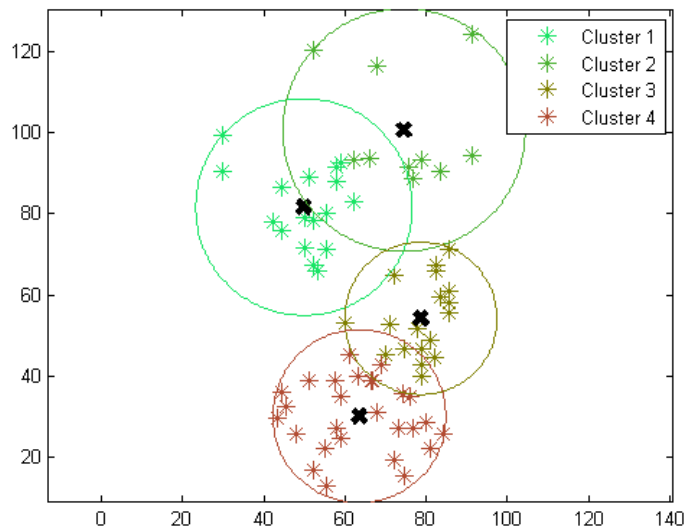


图 6-2 K-means 聚类分类图

依次使用遗传算法规划各分区的最短路径，如下图所示：

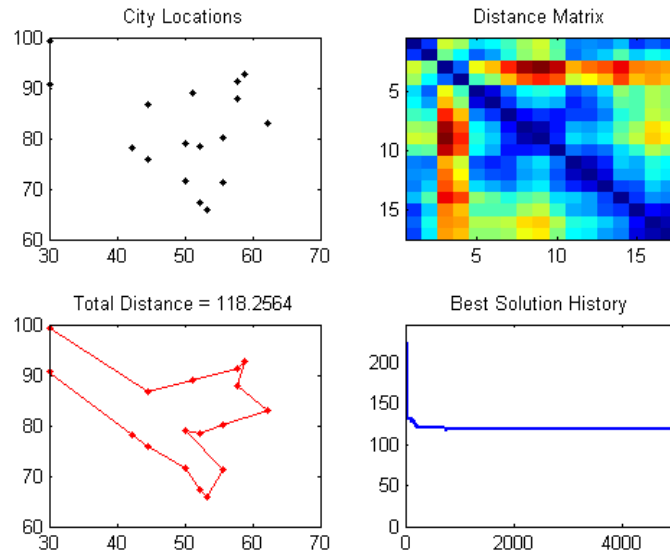


图 6-3 区域 1 的路线规划效果图

区域 1 总路径为 118 千米，共 17 个终端设备。按照 6.1 节的规划，17 个终端设备共需要 17 架无人机，覆盖的距离为 17×5.2 千米 = 88.4 千米。剩下的距离为 $118.25 - 88.4 = 29.85$ 千米。中继无人机的间隔距离为 6 千米，故如果要覆盖剩下的距离，共需要 $29.85 / 6 = 5$ 架无人机。区域 1 总计需要 $17 + 5 = 22$ 架无人机。

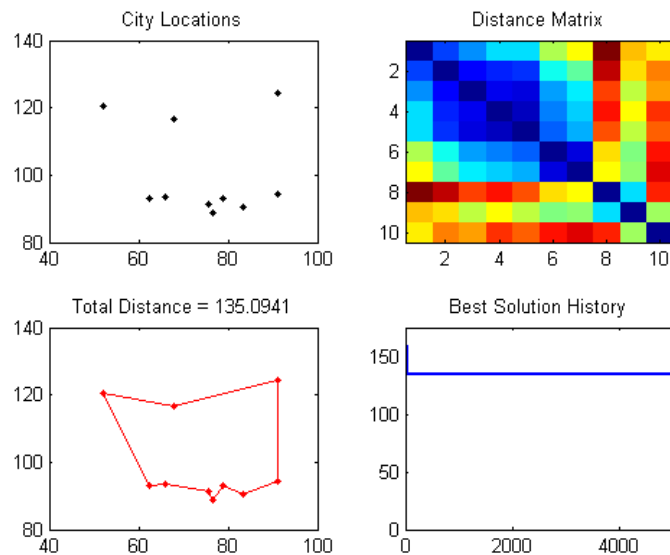


图 6-4 区域 2 的路线规划效果图

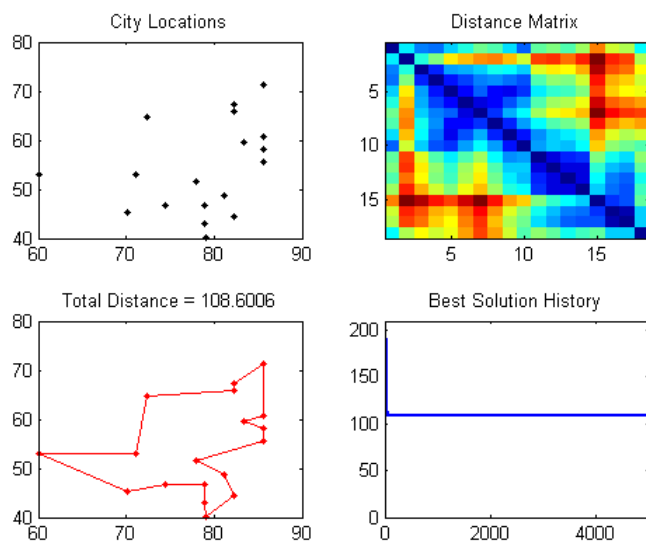


图 6-5 区域 3 的路线规划效果图

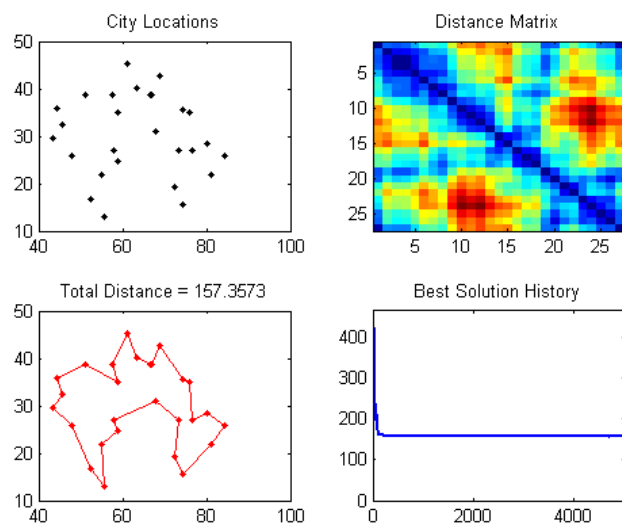


图 6-6 区域 4 的路线规划效果图

同理，区域 2，3，4 可以用相同的方法计算出所需无人机数量，具体数量如下表所示。

表 6-1 各区域无人机数量

区域名称	终端设备数量	中继无人机数量	无人机总数量
区域 1	17	5	22
区域 2	10	14	24
区域 3	18	3	21
区域 4	27	3	30

区域 1 与区域 2 的终端设备之间的最小距离为 3.4，不需要另加无人机；区域 1 与区域 3 的终端设备之间最小距离为 14.5，需要增加 3 架无人机；区域 3 与区域 4 的终端设备之间距离为 2.86，不需要增加无人机。

故此方案无人机的总数量为 100 架。

改变聚类的分区数目，可以得到其他的规划方案，如下表所示：

表 6-2 分区数目与无人机数量关系表

分区数目	需要无人机数量
4	100
5	105
6	111
7	114

6.2.2. TSP 问题的遗传算法求解

另外还可以使用使用遗传算法直接对 72 个终端设备进行最短路径的规划，如下图所示。

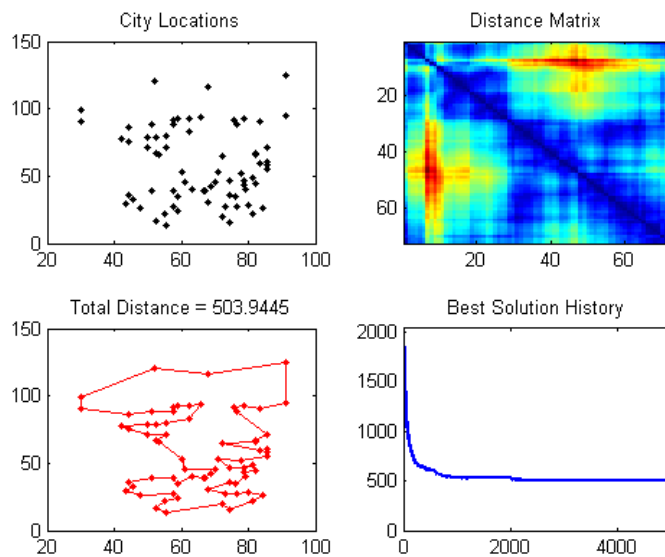


图 6-7 遗传算法规划图

72 个终端设备的总路径为 503.9 米。根据之前的设计方案，72 个终端各有一架无人机在上空盘旋，占用 374.4 米的路径长度。剩下的 129.5 米路径长度，每隔 6 千米设置一架中继无人机，需要 22 架中继无人机，该方案总共只需要 94 架无人机。

6.3. 结论与分析

通过 6.2 节的分析和计算,可以得出无人机通信最优的解决方案共需要 94 架无人机,其中 72 个终端设备上,每个设备各有一台无人机在上空不断的以最小转弯半径 100 米进行盘旋。剩下的无人机沿着下图的路径,以 6 千米为间隔放置,飞行方式也是不断的在原处以最小转弯半径 100 米进行盘旋。

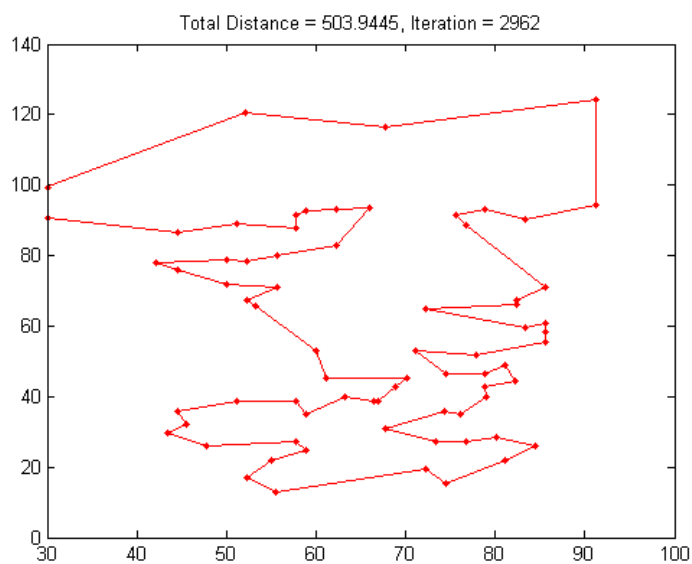


图 6-8 路径规划图

7. 问题四：模型的建立与求解

7.1. 问题分析

本题需要设计 3 架无人机携带通信设备，向 72 个地面终端发送数据，每个终端需要接收总量为 500M 的数据。每架无人机可以同时向范围内的 10 台终端设备发送数据，由于功率对传输速度的影响不大，故一次同时通信的地面终端数量越多，最后所需的总时间越少。本题的思路就是旨在先求出可以同时通信的地面终端设备集合，再对 3 架无人机负责的地面终端进行分类，分别进行路径规划和时间计算。

7.2. 模型建立

7.2.1. 探测范围

根据题意，当地面终端仰角为 30 度，距离不超过 3000 米时，可以接收到无人机的数据，即图中的阴影区域。

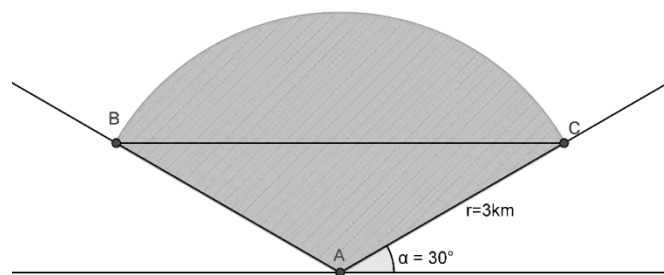


图 7-1 无人机范围示意图

为了简化模型，我们可以假定无人机飞行在 BC 层的高度，即距离目标终端 1500 米的高度，则只要地面终端位于无人机在地面投影为圆心，BC 为直径的圆内，无人机都能对其进行数据传输。

由于无人机和地面终端之间的距离在不断的变换，在 B 或 C 点时达到最大 3km，在终端正上方是达到最小值 1.5km，为了简化计算和确保数据能够全部传输完成，约定无人机与地面终端的通信距离恒为最大值 3km。

7.2.2. 无人机加速度说明

题目给出水平面内最大加速度为 5m/s^2 ，换算为 64800km/h^2 ，也就是从 60km/h 加速到 100km/h 只需要 $6.17 \times 10^{-4}\text{h}$ ，可以忽略不计。故假设无人机的速度可以在 60km/h 到 100km/h 之间的任意值进行瞬间变化。

若多个地面终端位于一个半径为 2.6km 的圆内时，无人机可以对它们进行同时传输。如图所示，A 点为无人机位置，BCD 则表示三个地面终端的位置，此时

无人机可以同时向三个地面终端发送数据。

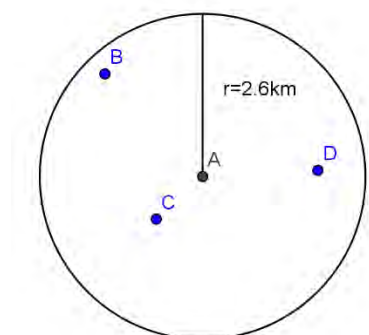


图 7-2 终端设备位置示意图

因此，我们可以对 72 个地面终端进行遍历，查找任意三个点所确定的圆，观察该圆半径是否小于 2.6km；查找任意两点之间的距离，观察是否小于 5.2km。最后的结果如下图所示。

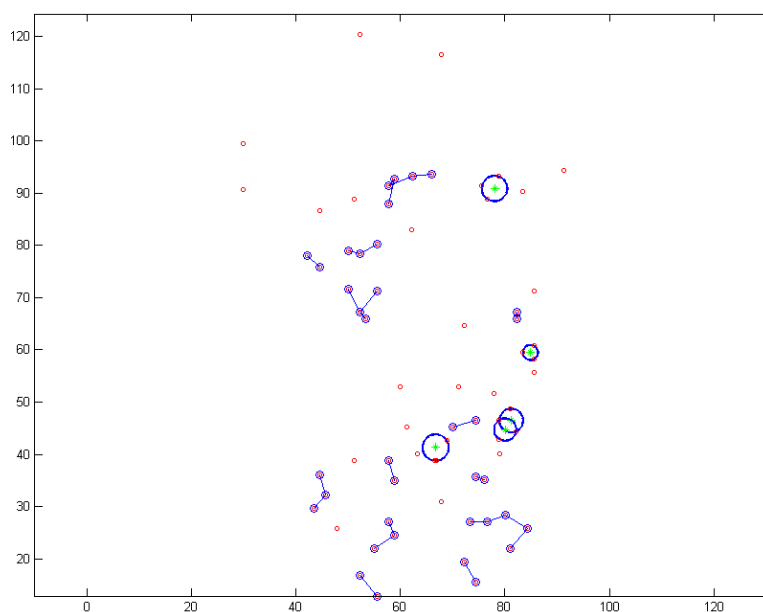


图 7-3 终端重分类集合示意图

共有 5 组，每组 3 个地面终端可以组成一个半径小于等于 2.6km 的圆；剩余地面终端中，可以构成 24 组距离小于 5.2km 的数据对。

对于 3 个地面终端为一组的情况，我们设计的传输方案为先以最高时速 100km/h 飞行至三点的所构成的圆的圆心处，然后同时对三个终端设备进行信号传输。

对于 2 个地面终端为一组的情况，我们设计的传输方案为先以最高时速

100km/h 飞行至 2 个终端设备的中心位置，然后再同时对 2 个终端设备发送数据。

通过上述的方式，我们可以将原始的 72 个地面终端，拟合成新的 51 个点，具体如下表所示。

表 7-1 终端重分类序号和坐标表

新序号	原序号			X 坐标	Y 坐标
1	3	5	49	78.02	90.89
2	22	24	25	84.88	59.5
3	45	54	69	66.75	41.33
4	36	46	68	81.21	46.49
5	36	46	70	80.05	44.75
6	4	11		43.35	76.95
7	6	11		44.5	31
8	4	12		45.05	34.15
9	15	17		51.15	78.65
10	19	21		51.15	69.5
11	17	30		52.8	66.6
12	13	33		53.95	79.3
13	10	34		53.9	14.85
14	12	39		57	23.3
15	58	39		53.95	69.25
16	37	47		58.35	92.05
17	43	48		60.05	92.3
18	32	51		58.35	90.35
19	33	53		58.3	36.85
20	51	56		58.35	25.85
21	38	57		64.15	93.4
22	44	58		72.3	45.95
23	47	59		73.4	17.45

24	48	59	75	27.1
25	55	61	75.25	35.4
26	29	64	78.4	27.75
27	35	65	82.75	23.9
28	17	66	82.3	66.65
29	42	72	82.25	27.1
30	1		91.2	94.3
31	2		83.4	90.4
32	7		51.1	88.9
33	8		30	90.6
34	9		30	99.4
35	14		44.5	86.7
36	16		63.3	40.1
37	18		72.3	64.7
38	20		85.6	71.2
39	23		79	40.1
40	26		85.6	55.6
41	27		77.9	51.7
42	28		61.2	45.3
43	31		51.1	38.8
44	40		62.2	82.9
45	41		71.1	52.9
46	50		67.8	116.5
47	52		52.2	120.4
48	60		67.8	31
49	62		47.8	25.8
50	63		91.2	124.3
51	71		60	53

为了使传输时间最短，在分配通信装备的功率时，需要尽可能的使同一分组内的每个终端设备接收信号的速率保持一致，这样才能在最短的时间内完成传输。对于单个存在的终端设备，则直接以最大功率 5 瓦进行传输，保障时间最短。

根据上述的功率分配理论，我们以 0.5 瓦为间隔，计算出当功率为 0.5-5 瓦时，各个信道的传输速率，如下表所示。传输速率单位为 10^3bit/s 。

表 7-2 功率与信道关系表

功率(w) \ 信道带宽	0.5	1	1.5	2	2.5
100	702.0	801.4	859.7	901.2	933.3
110	772.2	881.6	945.7	991.3	1026.6
120	842.4	961.7	1031.7	1081.4	1120.0
130	912.6	1041.9	1117.7	1171.5	1213.3
140	982.8	1122.0	1203.6	1261.6	1306.6
150	1053.0	1202.2	1289.6	1351.7	1399.9
160	1123.2	1282.3	1375.6	1441.8	1493.3
170	1193.4	1362.4	1461.6	1532.0	1586.6
180	1263.6	1442.6	1547.5	1622.1	1679.9
190	1333.8	1522.7	1633.5	1712.2	1773.3
200	1404.0	1602.9	1719.5	1802.3	1866.6
功率(w) \ 信道带宽	3	3.5	4	4.5	5
100	959.6	981.8	1001.0	1018.0	1033.2
110	1055.5	1079.9	1101.1	1119.8	1136.5
120	1151.5	1178.1	1201.2	1221.6	1239.8
130	1247.4	1276.3	1301.3	1323.4	1343.1
140	1343.4	1374.5	1401.4	1425.2	1446.5
150	1439.3	1472.7	1501.5	1527.0	1549.8
160	1535.3	1570.8	1601.6	1628.8	1653.1
170	1631.3	1669.0	1701.7	1730.6	1756.4

180	1727.2	1767.2	1801.8	1832.4	1859.7
190	1823.2	1865.4	1901.9	1934.2	1963.0
200	1919.1	1963.5	2002.0	2036.0	2066.4

7.3. 结论与分析

根据上表的传输速率，就可以计算出各个信道的功率分配，结果如下表所示。

表 7-3 功率分配表

原序号	功率	原序号	功率	原序号	功率	原序号	功率
1	5	19	4.5	37	4.5	55	3.5
2	5	20	5	38	0.5	56	2
3	0.5	21	0.5	39	1	57	4.5
4	1	22	0.5	40	5	58	4
5	4	23	5	41	5	59	4.5
6	1	24	3	42	3.5	60	5
7	5	25	1.5	43	4	61	1.5
8	5	26	5	44	1	62	5
9	5	27	5	45	0.5	63	5
10	3.5	28	5	46	3.5	64	4.5
11	4	29	0.5	47	0.5	65	1
12	4	30	2	48	1	66	2
13	2.5	31	5	49	0.5	67	4.5
14	5	32	2	50	5	68	0.5
15	2	33	2.5	51	3	69	3.5
16	5	34	1.5	52	5	70	0.5
17	3	35	4	53	2.5	71	5
18	5	36	1	54	1	72	1.5

根据上表的 72 个终端设备的功率分配，我们可以利用题目中的公式，计算出各终端设备的传输时间。当有多个终端设备为一组时，传输时间的计算采用多

个终端设备中最大的传输时间，这样才能确保所有终端设备在限定时间内完成传输。最终可以得到 52 个新簇群所需要的传输时间，如下表所示。

表 7-4 传输时间表

新序号	传输时间	新序号	传输时间	新序号	传输时间	新序号	传输时间
1	0.1156	14	0.1238	27	0.0991	40	0.112
2	0.1447	15	0.1238	28	0.1034	41	0.096
3	0.1286	16	0.1364	29	0.095	42	0.096
4	1.1415	17	0.1155	30	0.0747	43	0.0896
5	0.1415	18	0.1113	31	0.084	44	0.112
6	0.0912	19	0.0827	32	0.0791	45	0.096
7	0.0963	20	0.1284	33	0.084	46	0.1034
8	0.0912	21	0.0989	34	0.0708	47	0.0896
9	0.1034	22	0.1733	35	0.084	48	0.0708
10	0.1364	23	0.1164	36	0.0672	49	0.0747
11	0.1034	24	0.1155	37	0.112	50	0.112
12	0.744	25	0.1179	38	0.112	51	0.0791
13	0.1088	26	0.124	39	0.112		

根据模型已知无人机的加速时间可以忽略不计，为了简化模型，可以设定无人机不进行数据传输的时候，飞行速度恒定为 100km/h；在进行通信的时候，以最小速度 60km/h，最小转弯半径 100m 在地面终端的上方不断盘旋。

本题共有 3 架无人机可用，所以我们仍采用第三问所提到的 K-means 聚类算法，将 51 个新的簇群分成三类，每架无人机负责一类中的信号传输。分类结果如下图所示。

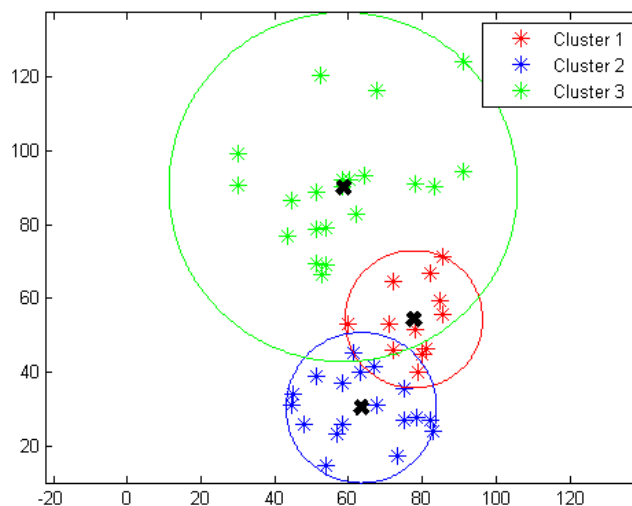


图 7-4 K-means 聚类效果图

图中红色区域覆盖的点为聚类 1，由无人机 A 负责信号传输；蓝色区域覆盖的点为聚类 2，由无人机 B 负责信号传输；绿色区域覆盖的点为聚类 3，由无人机 C 负责信号传输。

路径的规划可以采用与第三问同样的遗传算法，计算出从基地 H 出发，经过各区域内所有的点后，所需的最短路径。结果如下图所示

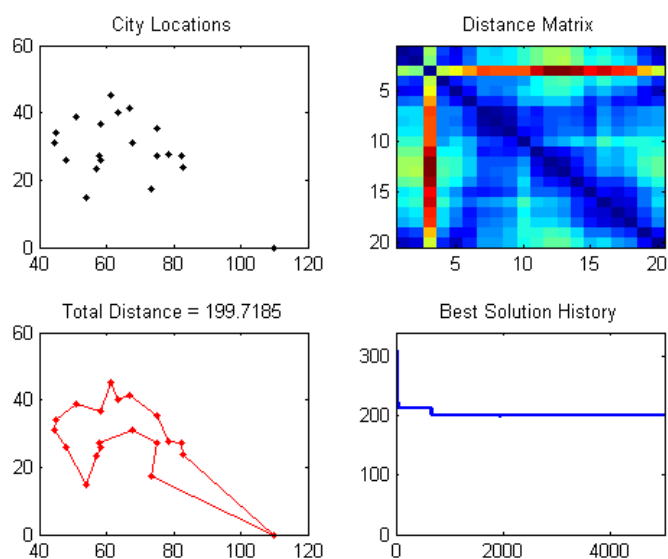


图 7-5 聚类 1 的路线规划

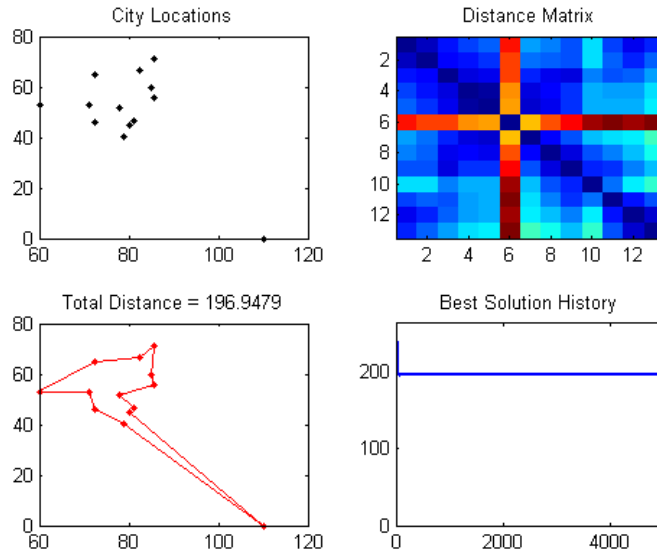


图 7-6 聚类 2 的路线规划

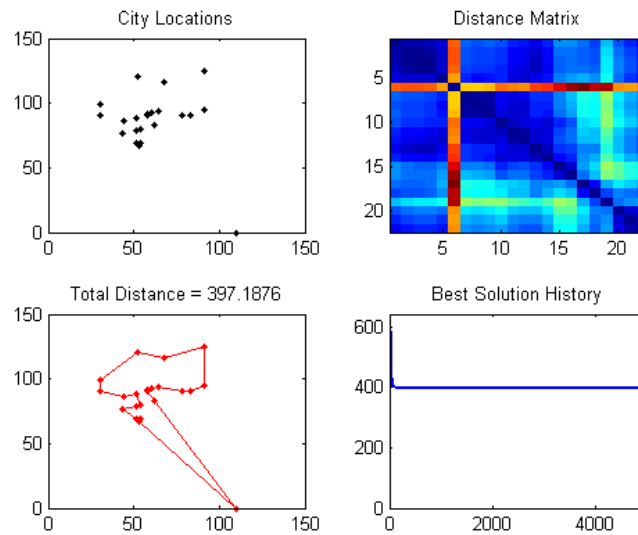


图 7-7 聚类 1 的路线规划

我们可以由无人机的飞行时间以及数据所需要的传输时间，得出完成任务所需的总时间，如表 7-5 所示。

表 7-5 无人机负责终端序号及时间

无人机编号	负责的终端设备序号	飞行时间	传输时间	总时间
A	16 28 31 32 35 37 38	2	1.97	3.97
	42 43 44 45 47 48 51			
	54 55 56 57 58 59 60			
	61 62 65 67 69 72			

B	18 19 20 21 22 23 24	1.97	1.41	3.38
	25 26 27 29 36 41 46			
	64 68 70 71			
C	1 2 3 4 5 6 7 8	3.97	1.99	5.96
	9 10 11 12 13 14 15			
	17 30 33 34 39 40 49			
	50 52 53 63 66			

故无人机完成任务的总时间为 13.3 小时，具体路线如图 7-8 所示。

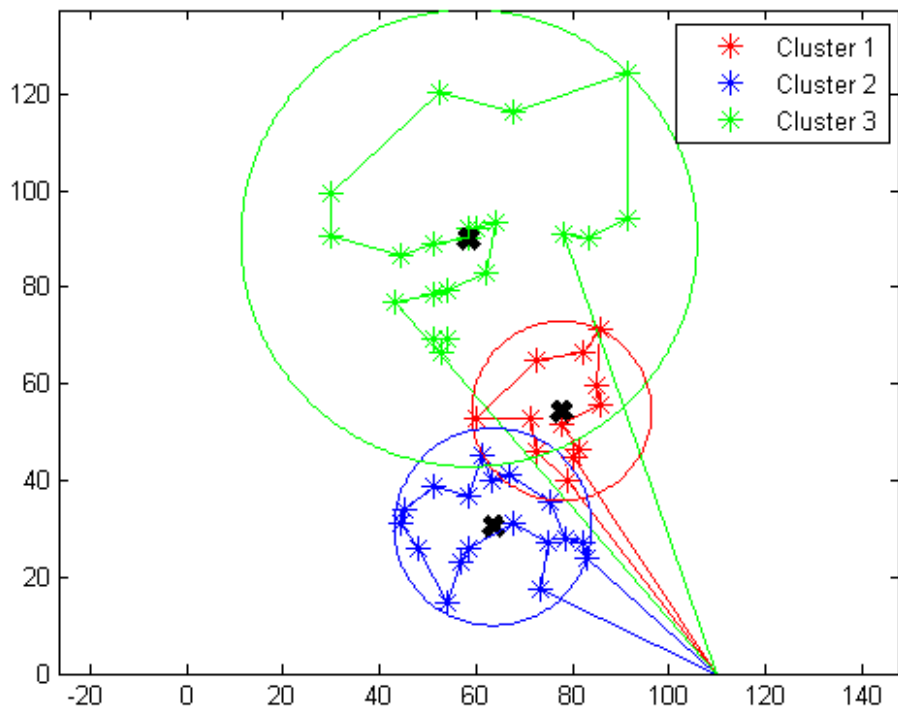


图 7-8 三架无人机最终路线图

参考文献

- [1] 卓星宇. 无人机山区搜寻方法研究[D]. 中国民用航空飞行学院, 2017.
- [2] 于骝男, 周锐, 夏洁, 等. 多无人机协同搜索区域分割与覆盖[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(1):167-173.
- [3] 陈江丽, 张嵘. 一种基于最短距离聚类的 K 最近邻分类算法[J]. 新乡学院学报, 2014(12):29-33.
- [4] 虞蕾, 赵红, 赵宗涛. 一种基于遗传算法的航迹优化方法[J]. 西北大学学报: 自然科学版, 2006, 36(2):205-208.
- [5] 李维卓, 陈忻, 卢玲, 等. 一种基于遗传算法的微小型无人机返航航迹方法[J]. 中国新通信, 2013(24):111-112.
- [6] 何平川, 戴树岭. 一种改进的 UAV 三维航迹实时规划算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(10):1248-1251.
- [7] 陈海, 何开锋, 钱炜祺. 多无人机协同覆盖路径规划[J]. 航空学报, 2016, 37(03):928-935.
- [8] 吴蕊. 基于层次分解策略的无人机协同航迹规划研究[D]. 南京航空航天大学, 2012.

附录：遗传算法求最优路径

```
%%%%%%%%%%%%主函数%%%%%%%%%%%%
N=11;           %%关键点个数
M=100;         %%种群个数
C=100;         %%迭代次数
C_old=C;
m=2;           %%适应值归一化淘汰加速指数
Pc=0.4;        %%交叉概率
Pmutation=0.2; %%变异概率
%%生成关键点坐标
pos(:,1)=[85,82,80,78,74,72,70,68,65,60,55];
pos(:,2)=[110,104,100,97,93,90,88,93,90,90,88];
% pos=I(:,1:2);
% pos=cell2mat(struct2cell(load('newdata.mat')));
%%生成坐标点间距离
D=zeros(N,N);
for i=1:N
    for j=i+1:N
        dis=(pos(i,1)-pos(j,1)).^2+(pos(i,2)-pos(j,2)).^2;
        D(i,j)=dis^(0.5);
        D(j,i)=D(i,j);
    end
end
%%生成初始群体
popm=zeros(M,N);
for i=1:M
    popm(i,:)=randperm(N);
end
%%随机选择一个种群
R=popm(1,:);

figure(1);
scatter(pos(:,1),pos(:,2),'rx');
% axis([0 120 0 120]);
figure(2);
plot_route(pos,R); %%画出种群各坐标之间连线
% axis([0 120 0 120]);
%%初始化种群及其适应函数
fitness=zeros(M,1);
len=zeros(M,1);
for i=1:M
    len(i,1)=myLength(D,popm(i,:));
```

```

end
maxlen=max(len);
minlen=min(len);
fitness=fit(len,m,maxlen,minlen);
rr=find(len==minlen);
R=popm(rr(1,1),:);
for i=1:N
fprintf('%d ',R(i));
end
fprintf('\n');
fitness=fitness/sum(fitness);

distance_min=zeros(C+1,1); %%各次迭代的最小的种群的距离
while C>=0
fprintf('µü'úµŪ%d'î\n',C);
%%选择操作
nn=0;
for i=1:size(popm,1)
len_1(i,1)=myLength(D,popm(i,:));
jc=rand*0.3;
for j=1:size(popm,1)
if fitness(j,1)>=jc
nn=nn+1;
popm_sel(nn,:)=popm(j,:);
break;
end
end
end
%%每次选择都保存最优的种群
popm_sel=popm_sel(1:nn,:);
[len_m len_index]=min(len_1);
popm_sel=[popm_sel;popm(len_index,:)];

%%交叉操作
nnper=randperm(nn);
A=popm_sel(nnper(1),:);
B=popm_sel(nnper(2),:);
for i=1:nn*Pc
[A,B]=cross(A,B);
popm_sel(nnper(1),:)=A;
popm_sel(nnper(2),:)=B;
end
%%变异操作
for i=1:nn

```

```

pick=rand;
while pick==0
    pick=rand;
end
if pick<=Pmutation
    popm_sel(i,:)=Mutation(popm_sel(i,:));
end
end
%%求适应度函数
NN=size(popm_sel,1);
len=zeros(NN,1);
for i=1:NN
    len(i,1)=myLength(D,popm_sel(i,:));
end
maxlen=max(len);
minlen=min(len);
distance_min(C+1,1)=minlen;
fitness=fit(len,m,maxlen,minlen);
rr=find(len==minlen);
fprintf('minlen=%d\n',minlen);
R=popm_sel(rr(1,1),:);
for i=1:N
    fprintf('%d ',R(i));
end
fprintf('\n');
popm=[];
popm=popm_sel;
C=C-1;
%pause(1);
end
figure(3)
plot_route(pos,R);
% axis([0 120 0 120]);

%连点画图函数
function plot_route(a,R)
scatter(a(:,1),a(:,2),'rx');
hold on;
plot([a(R(1),1),a(R(length(R)),1)],[a(R(1),2),a(R(length(R)),2)]);
hold on;
for i=2:length(R)
    x0=a(R(i-1),1);
    y0=a(R(i-1),2);

```

```

    x1=a(R(i),1);
    y1=a(R(i),2);
    xx=[x0,x1];
    yy=[y0,y1];
    plot(xx,yy);
    hold on;
end

```

```
end
```

```
%变异函数
```

```

function a=Mutation(A)
index1=0;index2=0;
nnper=randperm(size(A,2));
index1=nnper(1);
index2=nnper(2);
fprintf('index1=%d ',index1);
fprintf('index2=%d ',index2);

```

```

temp=0;
temp=A(index1);
A(index1)=A(index2);
A(index2)=temp;
a=A;
end

```

```
%交叉操作函数
```

```

function [A,B]=cross(A,B)
L=length(A);
if L<10
    W=L;
elseif ((L/10)-floor(L/10))>=rand&&L>10
    W=ceil(L/10)+8;
else
    W=floor(L/10)+8;
end
p=unidrnd(L-W+1);
fprintf('p=%d ',p);
for i=1:W
    x=find(A==B(1,p+i-1));
    y=find(B==A(1,p+i-1));
    [A(1,p+i-1),B(1,p+i-1)]=exchange(A(1,p+i-1),B(1,p+i-1));

```



```

        [A(1,x),B(1,y)]=exchange(A(1,x),B(1,y));
    end

end

%对调函数
function [x,y]=exchange(x,y)
temp=x;
x=y;
y=temp;

end

function fitness=fit(len,m,maxlen,minlen)
fitness=len;
for i=1:length(len)
    fitness(i,1)=(1-(len(i,1)-minlen)/(maxlen-minlen+0.0001)).^m;
end
%适应度函数

function len=myLength(D,p)
[N,NN]=size(D);
len=D(p(1,N),p(1,1));
for i=1:(N-1)
    len=len+D(p(1,i),p(1,i+1));
end

end
%个体距离计算函数

```

