参赛密码 ____________

（由组委会填写）

"华为杯"第十四届中国研究生
数学建模竞赛

学　　校	上海财经大学
参赛队号	**K0264**
队员姓名	**1.**刘一
	2.张楠
	3.王少娟

参赛密码 ____________

（由组委会填写）

“华为杯”第十四届中国研究生
数学建模竞赛

题 目 基于时空网络技术的航班恢复问题

摘 要：

本文运用时空网络技术，研究了机场关闭之后，以保证延误时间最短为目标的航班恢复问题。从最基本的单一机型的航班恢复，多机型恢复，最后到考虑旅客延误时间的航班恢复。针对响应的数据结构建立了多种数学模型。在不考虑旅客的情况下，对单一机型 9 的航班进行重新规划，运用时间段优化模型思路，采用启发式方法搜索置换矩阵，调用匈牙利算法解决指派问题，然后将方法推广至重新规划所有航班。在此基础上考虑直达旅客延误总时间最短的问题以及联程旅客总延误时间最短的问题。

针对问题一，运用时间段优化模型思路，将时间段的思想用时间点代替。考虑单一机型 9 的航班情况，建立模型。模型求解的思路是把所有处于最早延误航班之后到达或停驻该机场的飞机作为调度对象，将这些飞机重新指派给航班，使航班延误时间最短。对模型的求解采用启发式方法搜索置换矩阵，调用匈牙利算法解决指派问题，通过 matlab 软件运算求解。算法中，为了提高匈牙利指派的效率，只选择就绪时间和航行时段最接近延误航班的有限 n 个机号，而不是把所有满足机型置换条件的机号都参与置换与指派。最终求得新的机型 9 的航班计划（变更详表见附表 excel 问题一，变更简表见正文表 4.1），**飞机置换 13 架，共有 13 个航班延误，其中 3 架飞机涉及置换后延误，此时机型 9 的所有航班总体延误时间为 1170min，即 19h30min。**

针对问题二，在问题一的基础上，优化模型。目标函数为保证所有航班总延误时间最短。增加延误成本变量，延误成本即不同机型的飞机置换成本，一次不同机型飞机置换等价于飞机延误半小时。在约束条件中新增飞机型号要求，保证用于替换的飞机型号满足替换要求。对模型的求解采用启发式方法搜索置换矩阵，初始化时新增飞机型号字段，调用匈牙利算法解决指派问题，通过 matlab 软件运算求解。最终求得新的所有机型的航班计划（见附表 excel 问题二，变更简表见正文表 5.1），**飞机置换** 78 **架，其中 8 架涉及不同型号的飞机进行置换，共有 116 个航班延误，其中 18 架飞机涉及置换后延误，此时所有航班总体延误时间 11750min，即 195h50min**。

针对问题三，在问题二的基础上新增变量航班座位数，目标函数调整为保证所有旅客的延误时间最短。置换飞机时若出现旅客不能登机，则产生相当于旅客延误 2 小时的时间成本。故在置换飞机决策中设置先决条件，在有可置换飞机的前提下，另外考虑置换飞机的成本以及旅客误机的成本。对模型的求解采用启发式方法搜索置换矩阵，初始化时新增座位数字段，调用匈牙利算法解决指派问题，通过 matlab 软件运算求解。最终求得新的航班计划（见附表 excel 问题三），**此时所有旅客的总体延误时间为 1942470min，即 32374h30min。**

针对问题四，因为本题中考虑到旅客乘坐联程航班的情况，所以在本题中把具有相同航班号的联程航班看作一个航班环，则每个航班环具有唯一的航班号。选取保证旅客总体延误时间最短即旅客的时间成本最小为目标函数，建模采用时空网络技术。考虑到联程航班的衔接，故以机号路径上的航班环作为置换调整单位，对延误航班连其所在的航班环一并进行同步调整。解题用启发式算法的指导思想，按航班环分阶段优化。通过 matlab 软件运算求解，最终求得新的航班计划。最终求得新的航班计划（见附表 excel 问题四），**此时所有旅客的总体延误时间为 1871040min，即 31184h。**

关键词： 航班恢复、时空网络、启发式方法、匈牙利算法、matlab

目　录

1 问题重述

1.1 问题背景

随着经济的发展，航空出行已成为越来越多旅客的选择。但众所周知，飞机航班如果不能按原计划执行，不仅会给航空公司造成巨大的经济损失，同时还会给旅客出行带来极大的不便。在造成航班不正常的种种因素中，有些是不可抗阻的自然因素，如暴风雪、飓风等，有些是不可预测的突发事件，如突发恐怖袭击、飞机机械故障等等，还有些是因为管理手段的落后，比如飞行员缺位、空中管制，等等。下表是 FlightStats 网站公布的今年二月份世界主要航空公司和部分中国航空公司航班准点率的比较。可以看出，虽然中国的航班准点率很低，但其他国家和地区也不乐观，比如美国本土的平均航班准点率也只有 77%。

航空公司	名次	准点率%	航空公司	名次	准点率%
Iberia	1	92.45	United (美联航)	19	81.99
Singapore (新航)	2	88.14%	Cathy Pacific (国泰)	30	75.03
Delta (美三角)	3	87.54	Air China (国航)	38	66.55

需要指出的是，由于目前中国航空公司在国内主要航线上航班安排已经比较稠密，一旦某个航班出现故障，就有可能造成一系列的连锁反应，影响成千上万旅客的出行。一些航空公司没有把航班延误作为要事来抓，缺乏有效应对手段。如果抱着“等着瞧”的消极态度，不仅可能造成更多的没有必要的延误，而且还会导致最终产生一个失败的决策。例如航空公司在等待 3 个小时后，最终决定取消该航班，部分旅客被安置到此后 2 小时以后的某航班上。这样的结局显然不如一开始就宣布取消该航班，把旅客延迟到某航班上。

其实，航班恢复问题的“难”除了相关因素的复杂，更主要的原因在于恢复方案的即时性。航班紊乱发生后，恢复方案的决定和实施是越早越好。在手工调整的情况下，调度员只能考虑到影响飞行安全的一些基本因素，很难考虑到全局网络的优化，更别说旅客的行程规划或根据旅客价值信息确定航班恢复的优先级了。举个最简单的例子，假如飞行网络中有一架飞机出现故障需要检修，受影响的航班可能不超过 10 个，具有多年调度经验的调度员大概需要几十分钟甚至 1~2 小时进行航班手工调整。可以想象，如果飞行网络出现大面积紊乱，受影响的航班可能有几十个甚至上百个，期望调度员手工在十几分钟甚至几分钟内完成整个网络的调整一定是异想天开，但借助于计算机求解数学优化模型却是可行的。

要最终可行，还有两个关键因素必须解决：1. 如何创建合适的数学模型；2. 如何用合适的算法快速求解这个数学模型。学术界研究航班恢复问题已经很久，取得了很好的进展，但业界至今还很少有实际的应用解决方案。因为理论研究一般都局限于有限的时间和空间，运行约束也仅仅是实际约束的部分子集，这样的方法很难被航空公司的运控部门采纳而直接用于生产实践。

总而言之，创建合适的数学模型和采用行之有效的算法求解是解决航班恢复问题的关键。目前，学术界一般采用 decomposition（例如 Bender’s Decomposition

或者 Column Generation）的方法来求解这一类整数规划模型[1][2]，更好的算法还有待于发现。

1.2 需要解决的问题

由于受到暴风雪的影响，管理部门决定在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭机场 OVS。在该时间段内该机场不能起飞或降落任何航班，而该时间段之前的所有航班都处于正常状态，该时间段之后机场可立即恢复正常起降。因此，原定在该日 18:00 至 21:00 之间（不包括 18：00 和 21：00 这两个时刻）起降的所有航班都需要重新安排，而且它们的重新安排可能造成关闭后其它航班的重新安排。由于 OVS 机场的跑道限制，该机场每 5 分钟最多能起飞 5 架飞机，同时降落 5 架飞机。例如在 21:00 - 21:05 之间（不包括 21:05 时间点）最多有 5 个起飞航班和 5 个降落航班，其起飞和降落时间都可以按 21:00 计算；在 21:05 - 21:10 之间（不包括 21:10 时间点）最多有 5 个起飞航班和 5 个降落航班，其起飞和降落时间都可以按 21:05 计算；以此类推。其它机场不需要考虑跑道限制。

问题 1 不考虑旅客信息，如何重新规划机型 9（不考虑其他机型）的航班计划，制定起飞时间表（给出延误分钟），使得所有原计划安排给机型 9 的航班尽可能不被取消，同时保证机型 9 的所有航班总体延误时间最短？

问题 2 不考虑旅客信息，假定同一机型的所有飞机的载客量相同，其间航班调整没有成本，但在不同机型间调整有成本。比方说飞机 DIBPV 属于 320 机型，飞机 COBPV 属于 321 机型，航班 174774110 原计划是安排给飞机 DIBPV 执行，如果将 174774110 分配给飞机 COBPV 执行则需要产生额外的成本。假设此额外成本等价于航班延误半小时（置换和延误有可能会同时发生，则成本叠加）。在这样的假设下如何重新规划飞机航班（包括所有机型的所有航班），制定起飞时间表（给出延误分钟）使原计划航班尽可能不被取消，同时保证所有航班总体延误时间最短？

问题 3 进一步考虑飞机的载客量，假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外，还要加上不能登机旅客的成本（这里仍不考虑旅客的联程信息，即假定旅客行程都是直达的，并假设所有航班都是 100%的上座率）。比如飞机 DIBPV 的载客量是 140 人，COBPV 的载客量是 170 人。如果将飞机 COBPV 的航班分给 DIBPV 去执行，将会有 30 名旅客因没有座位而无法登机。但如果将 DIBPV 的原计划航班分配给 COBPV 去执行则没有这种情况。假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当，该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短？

问题 4 在第二题的基础上，假设在不同机型间调整航班不考虑成本。我们在旅客数据中提供了旅客的行程信息，包括旅客号，同行旅客数量，和相应的航班。每个旅客行程中的相连航班间最少需要 45 分钟间隔时间用于中转，如 23 日的航班 174778458（02:05 JOG—03:00 OVS）与 23 日的航班 174777524 (05:50 OVS – 08:10 XVS) 的间隔时间为 2 小时 50 分钟。旅客的延误按照旅客计划到达最终目的地时间为基准计算。例如在案例中旅客号为 6 的旅客计划到达 XVS 时间是 23 日 08:10，如果不晚于该时间到达则延误为 0，如果到达 XVS 时间是 23 日 08:40 则延误时间是 30 分钟，考虑旅客号为 6 的同行旅客数量为 8，则总体延误时间是 8*30=240 分钟。假定旅客号为 6 的旅客最终不能到达目的地相当于总体延误了 8*24 小时。该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短？如果某旅客号对应的航班号在航班表里找不到相应记录则不需要考虑该旅客。如果某航班没有对应的旅客信息，可认为该航班目前没有乘客，则延误该航班没有成本代价。

2 模型的假设

在整个求解过程中，作如下假设：

假设 1 不考虑机组人员的恢复，也不考虑旅客行程重新规划。

假设 2 除机场 OVS 以外的其他机场不考虑跑道限制。

假设 3 飞机的飞行时间不会因延误而受影响。

假设 4 所有航班只能延误，不能提前，最早起飞时间不能早于原计划的起飞时间。

假设 5 各航班的飞行时间是常量，即航班数据中的到达时间减去起飞时间。

假设 6 不考虑机场可停留飞机的容量，所有机场可以全天 24 小时工作。

在问题二中，我们假设：

假设 7 同一机型的所有飞机的载客量相同，其间航班调整没有成本，但在不同机型间调整有成本。此额外成本等价于航班延误半小时。

在问题三中，我们假设：

假设 8 假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外，还要加上不能登机旅客的成本（这里仍不考虑旅客的联程信息，即假定旅客行程都是直达的，并假设所有航班都是 100%的上座率）。

假设 9 一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当

在问题四中，我们假设：

假设 10 假设在不同机型间调整航班不考虑成本。

3 符号说明

符号	意义
i	飞机指示
f	航班下标
a_f	执行航班 f 的飞机
a'_f	替换航班 f 的飞机
Sa_f	执行航班 f 的飞机座位数
Sa'_f	替换航班 f 的飞机座位数
T_i	可用飞机的就绪时间集合
Γ_j	最早延误航班之后的航班原计划到达时间集合
F	最早延误航班之后的航班集合
A	最早延误航班之后的可用飞机集合
x_{ij}^f	时间对 i 到 j 的航班
y_f	取消航班 f 的标志，为 1 取消，为 0 不取消
n_f	航班 f 在时间对 i 和 j 之间经过的机场数
x_b^j	置换飞机的标志，为 1 置换，为 0 不置换

（以上符号适用于问题一、问题二、问题三）
注：其他符号在文中详细标注。

4 问题一（重新规划航班——单一机型）

4.1 问题分析

由于一架飞机在一天中要执行多个航班，各个航班之间存在前后衔接的关系，因此一个航班的延误会波及到下游许多其他航班。局部的航班延误很容易演化为大面积的航班不正常。

在求解不正常航班调度问题中，飞机路线恢复常见的数学模型有资源指派模型、多商品网络流模型和时间离散近似模型。资源指派模型是一种路径流模型，决策变量决定将资源指派给适当的飞机路线，使其总的费用最小。该模型易于理解，对飞机调度问题描述准确、完整和稳定，计划包含了所有可能的调度策略。缺点是模型没有充分表现时空特性，即飞机路线的时间与空间是如何变化的。多商品网络流模型，该模型有很好的网络模型结构，表达空间特性。但存在延误成本不能准确计算、未考虑调机策略、没考虑不同机型之间飞机交换策略等问题。时间离散近似模型，建立一种离散的时空网络，然后再建立近似优化模型。该模型充分考虑了飞机路线的时空特性，模型中包括了取消航班的策略。但不能反映调机和机型交换策略，模型复杂，决策变量多，难以求解。[4][5]

本文选择利用时空网络技术，时空网络概念参考下图。不正常航班调度是一个非常复杂的实时网络优化问题，属于非确定性多项式时间（NP）难问题。建立以航班总延误时间最短为目标函数模型。再根据启发式求解，选出优化方案。

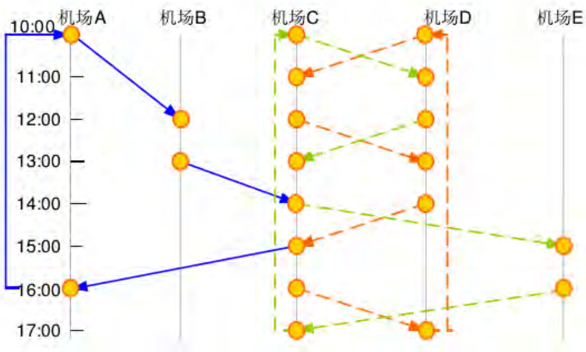

图 4.1 时空网络基本图

问题一要在不考虑旅客信息的情况下，不考虑其他航班，重新规划机型 9 的航班计划。制定起飞时间表，计算延误分钟，达到所有原计划安排给机型 9 的航班尽可能不被取消，同时保证机型 9 的所有航班总体延误时间最短的目的。

不正常航班调度中，飞机路线恢复可采用以下策略：航班延误、飞机置换、航班取消。题目规定航班的最大延误时间为 5 小时即 18000 秒，延误超过 5 小时一定取消该航班。航班延误的代价除了旅客满意度降低外，更重要的是联程旅客可能赶不上下趟飞机。飞机置换通常是最佳航班恢复方案，只要能满足最小飞机间隔时间就行，但这种机会不总是存在。航班取消的代价显然是最严重的。在保证航班总体延误时间最短的前提下，飞机线路恢复策略中应优先选择飞机置换、其次是航班延误，最后是航班取消。

分析思路如下：

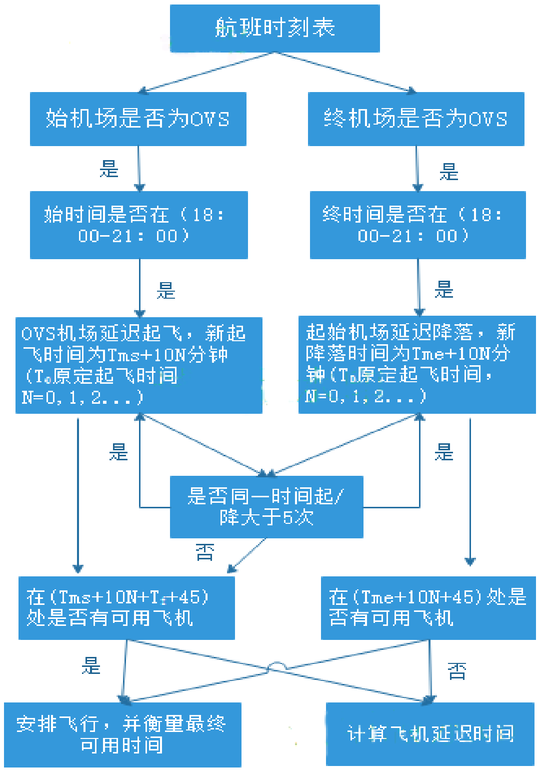

图 4.2 思路图

4.2 模型建立

根据 Jonathan Bard 和 Gang Yu 等[3]提出的时间段优化模型思路，将时间段的思想用时间点代替，能够得到精确的延误时间。每个时间对是一个航班在本地机场和目的地机场的两个时间点，一个时间对代表一个航班的起迄点。模型考虑了机型要求，每个用于替换的机型是原机型的子集，即属于可替换机型。

目标函数是使延误时间最小化。下面定义一些参数和集合：

下标和指示：

i 是飞机指示；

f 是航班下标。

集合：

a_f：执行航班 f 的飞机；

a'_f：替换航班 f 的飞机

T_i：可用飞机的就绪时间集合；

Γ_j：最早延误航班之后的航班原计划到达时间集合；

F：最早延误航班之后的航班集合；

A：最早延误航班之后的可用飞机集合；
变量：

x_{ij}^{f}：时间对 i 到 j 的航班；

y_f：取消航班 f 的标志，为 1 取消，为 0 不取消；

n_f：航班 f 在时间对 i 和 j 之间经过的机场数.

目标函数表示如下：

$$\min \sum_{f \in F} \sum_{i \in T_i, j \in \tau_j} n_f (T_i - \Gamma_j) \tag{4-1}$$

s.t.

$$\sum_{i \in A} x_i^f + y_f = 1, \forall f \in F \tag{4-2}$$

$$\sum_{f \in F} x_i^f \le 1, \forall i \in A \tag{4-3}$$

$$T_i - \Gamma_j \le 18000 \tag{4-4}$$

$$T_i \ge 2700 \tag{4-5}$$

$$y_f \in \{0,1\}, x_i^f \in \{0,1\} \tag{4-6}$$

式（4-1）是目标函数，使总时间延误最小；约束条件（4-2）是保证每个时间对上都有航班覆盖；（4-3）是保证每个航班都有飞机执行，否则就取消航班；（4-4）是保证单个航班延误时间不大于 5 小时即 18000 秒；（4-5）是保证最小飞机间隔时间不小于 45 分钟即 2700 秒；（4-6）是整数约束，保证每个时间对上的航班取 0 或 1.

4.3 问题求解

模型求解的思路是：把所有处于最早延误航班之后到达或停住该机场的飞机作为调度对象，将这些飞机重新指派给航班，使延误时间最短。对模型的求解采用启发式方法搜索置换矩阵，调用匈牙利算法解决指派问题。启发式方法在解决中、大规模航班计划恢复问题上，表现出了良好的性能，在机队规模超过 50 架次的飞机路线恢复中，能够在可接受的时间范围内可以给出较好的可行解，满足航空公司的实际需要。匈牙利算法是求指派问题的非常有效和简便的算法。指派问题的最优解具有这样的性质，若从系数矩阵的一行（列）各元素中分别减去该行（列）的最小元素，得到新的矩阵，那么以新的为系数矩阵求得的最优解和用原来系数矩阵求得的最优解相同[6]。

首先构造延误时间置换矩阵 T_{ij}，

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2n} \\ & & \vdots & \\ t_{m1} & t_{m2} & \cdots & t_{mn} \end{bmatrix}，\quad i \in 1,2,\cdots,n; j \in 1,2,\cdots,m$$

其中t_{ij}表示i时刻航班的飞机执行第 j 时刻航班的任务所延误的时间。

运用 matlab 软件求解，航班调整算法具体步骤如下：

步骤 1 初始化

1）建立延误航班表 YW（已延误和即将延误的航班，字段包括：航班号、原计划进出港时间、延误结束时间），对 YW 表中按进港时间升序排列；

2）建立备用飞机总表 BY（可以恢复使用的延误飞机，字段包括：航班号（初始为空）、停驻机场、到达时间）

3）建立置换飞机表 ZH(从航班信息表中检索在延误航班原计划到达时间之后的所有航班，字段包括：航班号、进出港时间)，将 ZH 表追加到 YW 表。

打开 YW 表，设延误航班变量$i=1$，计算i的延误成本。

步骤 2 建立置换矩阵

将 BY 表追加到 ZH 表中，对 ZH 表中的航班作置换操作，是为了建立置换矩阵T_{ij}。

打开 ZH 表，for $k=1$，

1）延误时间=[第k条记录的‘到达时间’]-[第i条记录的‘到达时间’]，将延误时间存入T_{ij}的位置i行第k列中。

2）$k++$，直到备用表到底。

3）$i++$，直到 YW 表到底。

步骤 3 飞机重新指派

调用匈牙利算法，进行任务指派，得到优化方案。

步骤 4 输出调整后的航班表。

算法中，为了提高匈牙利指派的效率，只选择就绪时间和航行时段最接近延误航班的有限 n 个机号，而不是把所有满足机型置换条件的机号都参与置换与指派。

得出结果，飞机置换 13 架，共有延误飞机 13 航次，其中 3 架飞机置换后延误，此时机型 9 的所有航班总体延误时间为 1170min，即 19h30min。新的航班计划、起飞时间表详见附件 excel 表问题一。变更简表如下：

航班唯一编号	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间(分钟)
174774124	4-22-16 19:30	4-22-16 20:10	4-22-16 20:26	4/22/16 21:06	41098	41098	40
174773887	4-22-16 19:25	4-22-16 20:15	4-22-16 20:10	4-22-16 21:00	51098	51098	50
174773751	4-22-16 17:40	4/22/16 19:30	4-22-16 19:15	4/22/16 21：05	23098	23098	110
174773957	4-22-16	4/22/16	4-22-16	4/22/1	14098	14098	120

航班唯一编号	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间（分钟）
	17:25	19:25	19:02	6 21:02			
174773460	4-22-16 20:50	4/22/16 21:00	4-22-16 22:05	4/22/16 22:15	14098	36098	10
174774298	4-22-16 16:25	4/22/16 17:35	4-22-16 19:50	4/22/16 21:00	44098	44098	70
174774204	4-22-16 21:05	4-22-16 21:05	4-22-16 23:00	4-22-16 23:00	44098	75098	
174773919	4-22-16 23:55	4-22-16 23:55	4-23-16 1:50	4-23-16 1:50	44098	75098	
174777510	4-23-16 3:00	4-23-16 3:00	4-23-16 4:10	4-23-16 4:10	44098	75098	
174777674	4-23-16 5:00	4-23-16 5:00	4-23-16 6:00	4-23-16 6:00	44098	75098	
174777464	4-23-16 7:10	4-23-16 7:10	4-23-16 8:20	4-23-16 8:20	44098	75998	
174777480	4-23-16 9:10	4-23-16 9:10	4-23-16 10:15	4-23-16 10:15	44098	75098	
174777458	4-23-16 11:20	4-23-16 11:20	4-23-16 14:05	4-23-16 14:05	44098	75098	
174773380	4-22-16 15:10	4/22/16 18:10	4-22-16 18:01	4/22/16 21:01	64098	64098	180
174773432	4-22-16 20:50	4/22/ 21:50	4-22-16 22:00	4/22/16 23:00	64098	64098	60
174773636	4-22-16 16:05	4/22/16 18:45	4-22-16 18:32	4/22/16 21:12	15098	15098	160
174774076	4-22-16 20:05	4/22/16 21:05	4-22-16 21:45	4/22/16 22:45	15098	32098	60
174774222	4-22-16 23:50	4-22-16 23:50	4-23-16 1:30	4-23-16 1:30	15098	32098	
174774314	4-22-16 16:20	4/22/16 19:30	4-22-16 18:10	4/22/16 21:00	85098	85098	170
174774048	4-22-16 19:45	4/22/16 21:05	4-22-16 21:15	4/22/16 22:35	85098	82098	80
174778414	4-23-16 3:15	4-23-16 3:15	4-23-16 4:35	4-23-16 4:35	85098	82098	
174774144	4-22-16 18:30	4/22/16 19:30	4-22-16 20:00	4/22/16 21:00	26098	26098	60
						延误时间总计	1170

表 4.1 问题一航班变更简表

5 问题二（重新规划航班——多种机型）

5.1 问题分析

问题二，依然不考虑乘客信息，同一机型飞机置换没有成本，但不同机型飞机置换会产生额外的成本，此成本等价于航班延误半小时。若出现飞机置换和延误同时发生的情况，则成本叠加。在问题一的基础上，根据假设 7，考虑不同机型飞机置换产生的额外成本。此时不考虑飞机人数的限制，默认航班之间相互调整，原来旅客可以全部运送完毕。飞机飞机置换成本仅表现为延误时间增加。

故在原有模型上新增变量 P_{ij},表示 i 时刻就绪的飞机执行 j 时刻的航班及后续航班的延误成本。目标函数不变，保证所有航班总体延误时间最短。增加约束条件，飞机型号要求，保证用于替换的飞机型号满足替换要求。计算过程中增加步骤 2，计算调运飞机的成本，并将此成本计入所有航班总延误时间。

5.2 模型建立

对问题一的模型进行优化，考虑不同机型飞机置换的指派费用 P_{ij}。目标函数是所有航班的总体延误时间最短。下面定义一些参数和集合：

下标和指示：

i 是飞机指示；

f 是航班下标。

集合：

a_f：执行航班 f 的飞机；

a'_f：替换航班 f 的飞机

T_i：可用飞机的就绪时间集合；

Γ_j：最早延误航班之后的航班原计划到达时间集合；

F：最早延误航班之后的航班集合；

A：最早延误航班之后的可用飞机集合；

A_i：能够执行 f 航班任务的机型集合；

变量：

x_{ij}^f：时间对 i 到 j 的航班；

y_f：取消航班 f 的标志，为 1 取消，为 0 不取消；

P_{ij}：i 时刻就绪的飞机执行 j 时刻的航班及后续航班的延误成本，$P_{ij}=\sum_{b\in Z}c_f^b x_b^j$；

c_f^b：把航班 f 指派给备用飞机的成本；

x_b^j：0,1 变量，当天可用飞机 b 指派给航班 f 为 1，否则为 0；

n_f：航班 f 在时间对 i 和 j 之间经过的机场数.

目标函数表示如下：

$$\min \sum_{f\in F}\sum_{i\in T_i, j\in\tau_j} n_f(T_i-\Gamma_j) \tag{5-1}$$

s.t.

$$\sum_{i\in A}x_i^f+y_f=1, \forall f\in F \tag{5-2}$$

$$\sum_{f\in F}x_i^f\le 1, \forall i\in A \tag{5-3}$$

$$\sum_{f\in F}x_i^f b_f^i=1, \forall i\in A_i \tag{5-4}$$

$$T_i-\Gamma_j\le 18000 \tag{5-5}$$

$$T_i\ge 2700 \tag{5-6}$$

$$y_f\in\{0,1\}, b_f^i\in\{0,1\}, x_i^f\in\{0,1\} \tag{5-7}$$

式（5-1）是目标函数，使总时间延误最小；约束条件（5-2）是保证每个时间对上都有航班覆盖；（5-3）是保证每个航班都有飞机执行，否则就取消航班；（5-4）飞机型号要求，保证用于替换的飞机型号满足替换要求；(5-5)是保证单个航班延误时间不大于 5 小时即 18000 秒；（5-6）是保证最小飞机间隔时间不小于 45 分钟即 2700 秒；（5-7）是整数约束，保证每个时间对上的航班取 0 或 1.

5.3 问题求解

运用 matlab 软件求解，航班调整算法具体步骤如下：

步骤 1 初始化

1）建立延误航班表 YW（已延误和即将延误的航班，字段包括：航班号、飞机型号、原计划进出港时间、延误结束时间），对 YW 表中按进港时间升序排列；

2）建立备用飞机总表 BY（可以恢复使用的延误飞机，字段包括：飞机型号、航班号（初始为空）、停驻机场、到达时间、成本（初始为空））；

3）建立置换飞机表 ZH（从航班信息表中检索在延误航班原计划到达时间之后的所有航班，字段包括：飞机型号、航班号、进出港时间），将 ZH 表追加到 YW 表。

4）建立机型表 AS，表中内容是机型AS_i（是i时间点出发航班的飞机机型）和它的可置换机型（行和列分别为所有机型的 0-1 矩阵，若e_j机型可置换e_i机型，$AS(i,j)=1$；否则，$AS(i,j)=0$）；

打开 YW 表，设延误航班变量$i=1$，计算i的延误成本。

步骤 2 计算调运飞机的成本

打开 YW 表，

for $i=1$,打开 BY 表，如果$BY\neq\phi$，

for $j=1$，计算 BY 表中的调运成本C_f，d_f为调运距离；if d_f=0，则使用该飞机执行航班i，从 BY 表中删除j记录，从 YW 表中删除i记录，跳出循环。将C_f=1800（0.5 小时即 1800 秒）存入 BY 表中第j条记录中的成本字段。

$j++$，直到 BY 表到底。

步骤 3 建立置换矩阵

将 BY 表追加到 ZH 表中，对 ZH 表中的航班作置换操作，是为了建立置换矩阵P_{ij}和T_{ij}。

打开 ZH 表，for $k=1$，

1）比较 ZH 表中k的飞机型号与i记录中飞机型号是否属于可置换关系，否则，在矩阵P_{ij}第i位置（按行排列）填入一相对极大数，表示此置换不可执行；是，则将延误成本存入矩阵P_{ij}的位置第i行第k列中，将延误时间存入T_{ij}的位置i行第k列中，其中延误时间=[第k条记录的‘到达时间’]-[第i条记录的‘到达时间’]。

2）$k++$，直到备用表到底。

3）$i++$，直到 YW 表到底。

步骤 4 飞机重新指派

调用匈牙利算法，进行任务指派，得到优化方案。

步骤 5 输出调整后的航班表

得出结果，飞机置换 78 架，其中 8 架涉及不同型号的飞机进行置换，共有 116 个航班延误，其中 18 架飞机涉及置换后延误，此时所有航班总体延误时间 11750min，即 195h50min。新的航班计划、起飞时间表见附件 excel 表问题二。变更简表如下（因篇幅所限，仅列出置换后延误的航班）：

航班唯一编号	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	飞机型号	新飞机型号	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间(分钟)
174773460	4-22-16 20:50	4/22/16 21:00	4-22-16 22:05	4/22/16 22:15	9	9	14098	36098	10
174774204	4-22-16 21:05	4-22-16 21:15	4-22-16 23:00	4-22-16 23:10	9	9	44098	75098	10
174774076	4-22-16 20:05	4/22/16 21:25	4-22-16 21:45	4/22/16 23:05	9	9	15098	32098	80
174774048	4-22-16 19:45	4/22/16 21:35	4-22-16 21:15	4/22/16 23:05	9	9	85098	82098	110
174773877	4-22-16 19:25	4/22/16 21:35	4-22-16 21:30	4/23/16 22:40	320	3KR	CKBPV	YMBQV	100
174773741	4-22-16 19:25	4/22/16 21:15	4-22-16 22:45	4/23/16 0:35	32A	32A	LLBPV	AJBPV	130
174773610	4-22-16 23:50	4/23/16 1:40	4-23-16 3:15	4/23/16 6:05	32A	32A	LLBPV	AJBPV	100
174773988	4-22-16 20:50	4/22/16 21:30	4-23-16 0:15	4/23/16 0:55	321	321	GTBPV	RQBPV	40
174777882	4-23-16 1:25	4/23/16 2:05	4-23-16 5:05	4/23/16 5:45	321	321	GTBPV	RQBPV	40
174773574	4-22-16 21:30	4/22/16 21:50	4-22-16 23:00	4/23/16 23:20	321	321	MUBPV	AEBQV	20
174774178	4-22-16 19:30	4/22/16 21:00	4-22-16 23:50	4/23/16 1:20	320	320	DWBPV	YRBPV	90
174778356	4-23-16 0:55	4/23/16 2:05	4-23-16 5:25	4/23/16 6:35	320	320	DWBPV	YRBPV	70
174773382	4-22-16 19:30	4/22/16 21:00	4-22-16 22:00	4/23/16 23:30	320	77w	RZBPV	FQBQV	120
174773805	4-22-16 23:45	4/23/16 0:15	4-23-16 2:10	4/23/16 2:30	320	77w	RZBPV	FQBQV	50
174773490	4-22-16 20:25	4/22/16 21:15	4-22-16 22:55	4/23/16 23:45	320	332	NCBQV	XLBPV	80
174773334	4-22-16 23:55	4/23/16 0:55	4-23-16 2:20	4/23/16 3:20	320	332	NCBQV	XLBPV	90
174773835	4-22-16 20:10	4/22/16 21:10	4-23-16 0:15	4/23/16 1:15	321	321	IOBQV	EOBPV	60
174778340	4-23-16 1:20	4/23/16 1:50	4-23-16 5:35	4/23/16 6:05	321	321	IOBQV	EOBPV	30

表 5.1 问题二航班变更简表

6 问题三（重新规划航班——直达旅客）

6.1 问题分析

问题三要求考虑飞机的载客量，假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外，还要加上不能登机旅客的成本（这里仍不考虑旅客的联程信息，即假定旅客行程都是直达的，并假设所有航班都是100%的上座率）。比如飞机 DIBPV 的载客量是 140 人，COBPV 的载客量是 170 人。如果将飞机 COBPV 的航班分给 DIBPV 去执行，将会有 30 名旅客因没有座位而无法登机。但如果将 DIBPV 的原计划航班分配给 COBPV 去执行则没有这种情况。假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当，要求重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短。

机型	9	320	32A	73H	321	332	3KR	333	77w
座位数	87	140	158	158	170	241	296	302	402

表 6.1 不同机型座位数

问题三可在问题二的模型上进行优化，把目标函数调整为保证旅客总体延误时间最短。在航班满载的情况下，由表 6.1 可看出，单位时间内座位数多的飞机延误将导致旅客总体延误时间显著增加。机型 32A 与机型 73H 的座位数相同，飞机置换不产生旅客成本。机型 9 座位数最少，其他任意机型对机型 9 的航班进行置换不产生旅客成本。

假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时即 7200 秒的成本相当。在有可置换飞机的情况下，若出现旅客无法登机的时间成本大于飞机延误产生的的旅客时间成本，则进行飞机置换，否则不置换。表达式为：

$$x_b^j=\begin{cases}1 & Sa_f\cdot DTa_f<7200Sa_f^{'}\\0 & Sa_f\cdot DTa_f\geq 7200Sa_f^{'}\end{cases}\qquad(6\text{-}1)$$

其中，Sa_f：执行航班 f 的飞机座位数；Sa'_f：替换航班 f 的飞机座位数；DTa_f 为航班 f 的延误时间，$DTa_f=T_i-\Gamma_j$；x_b^j：当天可用飞机 b 指派给航班 f 为 1，否则为 0。

6.2 模型建立

对问题二的模型进行优化，增加航班座位数集合，将 P_{ij} 计为 i 时刻就绪的飞机执行 j 时刻的航班及后续航班的延误成本，目标函数是旅客总体延误时间最短。下面定义一些参数和集合：

下标和指示：

i 是飞机指示；

f 是航班下标。

集合：

a_f：执行航班 f 的飞机；

a'_f：替换航班 f 的飞机

Sa_f：执行航班 f 的飞机座位数；

Sa'_f：替换航班 f 的飞机座位数；

ΔS：执行航班 f 的飞机与替换航班 f 的飞机的座位数量差，若执行航班 f 的飞机座位数大于替换航班 f 的飞机的座位数，则将差值计入 ΔS，否则不计入，表达式为 $\Delta S=\begin{cases} Sa_f - Sa'_f & Sa_f > Sa'_f \\ 0 & Sa_f \le Sa'_f \end{cases}$；

T_i：可用飞机的就绪时间集合；

Γ_j：最早延误航班之后的航班原计划到达时间集合；

DTa_f：为航班 f 的延误时间，$DTa_f = T_i - \Gamma_j$；

F：最早延误航班之后的航班集合；

A：最早延误航班之后的可用飞机集合；

A_i：能够执行 f 航班任务的机型集合；

变量：

x_{ij}^f：时间对 i 到 j 的航班；

y_f：取消航班 f 的标志，为 1 取消，为 0 不取消；

P_f：航班 f 上旅客的直接延误成本，$P_f = Sa_f \cdot DTa_f + 7200\,\Delta S \cdot x_b^j$；

P_{ij}：i 时刻就绪的飞机执行 j 时刻的航班及后续航班的延误成本，$P_{ij} = P_f + \sum_{b \in Z} c_f^b x_b^j Sa_f$，第一项是旅客的直接延误成本，第二项是因置换飞机产生的旅客延误成本；

c_f^b：把航班 f 指派给备用飞机的成本；

x_b^j：0,1 变量，当天可用飞机 b 指派给航班 f 为 1，否则为 0；式（6-1）为 x_b^j

的先决条件；

n_f：航班 f 在时间对 i 和 j 之间经过的机场数.

目标函数表示如下：

$$\min \sum_{f\in F} \sum_{i\in T_i, j\in \tau_j} P_{ij} \tag{6-2}$$

s.t.

$$\sum_{i\in A} x_i^f + y_f = 1, \forall f \in F \tag{6-3}$$

$$\sum_{f\in F} x_i^f \le 1, \forall i \in A \tag{6-4}$$

$$\sum_{f\in F} x_i^f b_f^i = 1, \forall i \in A_i \tag{6-5}$$

$$T_i - \Gamma_j \le 18000 \tag{6-6}$$

$$T_i \ge 2700 \tag{6-7}$$

$$y_f \in \{0,1\}, b_f^i \in \{0,1\}, x_i^f \in \{0,1\} \tag{6-8}$$

式（6-2）是目标函数，使总时间延误最小；约束条件（6-3）是保证每个时间对上都有航班覆盖；（6-4）是保证每个航班都有飞机执行，否则就取消航班；（6-5）飞机型号要求，保证用于替换的飞机型号满足替换要求；(5)是保证单个航班延误时间不大于 5 小时即 18000 秒；（6-6）是保证最小飞机间隔时间不小于 45 分钟即 2700 秒；（6-7）是整数约束，保证每个时间对上的航班取 0 或 1.

6.3 问题求解

运用 matlab 软件求解，航班调整算法具体步骤如下：

步骤 1 初始化

5）建立延误航班表 YW（已延误和即将延误的航班，字段包括：航班号、飞机型号、原计划进出港时间、延误结束时间、座位数），对 YW 表中按进港时间升序排列；

6）建立备用飞机总表 BY（可以恢复使用的延误飞机，字段包括：飞机型号、航班号（初始为空）、停驻机场、到达时间、成本（初始为空）、座位数）；

7）建立置换飞机表 ZH(从航班信息表中检索在延误航班原计划到达时间之后的所有航班，字段包括：飞机型号、航班号、进出港时间、座位数)，将 ZH 表追加到 YW 表。

8）建立机型表 AS，表中内容是机型 AS_i（是 i 时间点出发航班的飞机机型）和它的可置换机型（行和列分别为所有机型的 0-1 矩阵，若 e_j 机型可置换 e_i 机型，$AS(i,j)=1$；否则，$AS(i,j)=0$）；

打开 YW 表，设延误航班变量 $i=1$，计算 i 的延误成本。

步骤 2 计算调运飞机的成本

打开 YW 表，

for $i=1$,打开 BY 表，如果 $BY \neq \phi$，

for $j=1$，计算 BY 表中的调运成本 C_f，d_f 为调运距离；if d_f =0，则使用该飞机执行航班 i，从 BY 表中删除 j 记录，从 YW 表中删除 i 记录，跳出循环。将 C_f =1800（0.5 小时即 1800 秒）存入 BY 表中第 j 条记录中的成本字段。

$j++$，直到 BY 表到底。

步骤 3 建立置换矩阵

将 BY 表追加到 ZH 表中，对 ZH 表中的航班作置换操作，是为了建立置换矩阵 P_{ij} 和 T_{ij}。

打开 ZH 表，for $k=1$，

2）比较 ZH 表中 k 的飞机型号与 i 记录中飞机型号是否属于可置换关系，否则，在矩阵 P_{ij} 第 i 位置（按行排列）填入一相对极大数，表示此置换不可执行；是，则按公式计算出延误成本，将结果存入矩阵 P_{ij} 的位置第 i 行第 k 列中，将延误时间存入 T_{ij} 的位置 i 行第 k 列中。

2）$k++$，直到备用表到底。

3）$i++$，直到 YW 表到底。

步骤 4 飞机重新指派

调用匈牙利算法，进行任务指派，得到优化方案。

步骤 5 输出调整后的航班表。

得出结果，此时所有旅客的总体延误时间为 1942470min，即 32374h30min。新的航班计划、起飞时间表见附件 excel 表问题三。

7 问题四（重新规划航班——联程旅客）

7.1 问题分析

问题四将拥有同一个旅客号的旅客视为一个整体，同行旅客必须搭乘同一航班，同时登机或同时误机。此外，联程旅客不管途中出现何种情况，最终都能够按时到达目的地，则不算延误。本题重新建模求解。

对于一个给定尾号的飞机，该尾号的路径为在时间上连续且符合规定过站时间标准的多个航班所构成的航班串。为了便于跟踪飞机去向，我们将时空网络中由同一机号的飞机执行的若干顺序航班记为一条飞机路径，赋予唯一的路径编号。由于航班延误具有传递性，当路径上某个航班发生延误，如果不临时调配，路径上的后继航班的延误时间将不会少于当前的延误时间。

7.2 模型建立

因为本题中考虑到旅客乘坐联程航班的情况，所以在本题中把具有相同航班号的联程航班看作一个航班环，则每个航班环具有唯一的航班号。选取保证旅客总体延误时间最短即旅客的时间成本最小为目标函数，建模采用时空网络技术。考虑到机型是否可置换的要求，若机型之间不满足置换条件，则机型置换成本设定为一个极大数。模型相关符号、集合及变量的定义如下：

下标：

i：延误航班号；

j：飞机路径编号；

k：飞机尾号；

s：最终需求节点编号；

集合：

I：所有中间需求节点的集合，即延误航班环集合；

J：所有可参与调整的飞机路径集合；

K：所有可用备选飞机的集合；

S：最终需求节点集合；

参数：

a_{ij}：当航班弧i在飞机路径j上时，取值 1，否则取值 0；

b_{ij}：当飞机路径j指向最终需求节点s时，取值 1，否则取值 0；

d_j^k：飞机k指派给路径j的成本；

变量：

x_j^k：飞机k指派给路径j的变量；

y_i：航班i的取消变量；

调度模型如下：

$$\min \quad \sum_{i \in I}(\sum_{k \in K}\sum_{j \in J} a_{ij} d_j^k x_j^k) \tag{7-1}$$

s.t.

$$\sum_{k \in K}\sum_{j \in J} a_{ij} x_j^k + y_i = 1, \forall i \in I \quad \text{（延误航班覆盖）} \tag{7-2}$$

$$\sum_{j \in J} x_j^k = 1, \forall k \in K \quad \text{（飞机使用约束）} \tag{7-3}$$

$$x_j^k \in \{0,1\}, \forall j \in J, k \in K \tag{7-4}$$

$$y_i \in \{0,1\}, \forall i \in I \tag{7-5}$$

式（7-1）为目标函数，其中指派成本d_j^k为所有成本的加总，包括延误航班旅客的时间成本，若该航班调整不改变机型，则d_j^k不包含机型置换成本；式（7-2）为延误航班的覆盖约束，保证将每一架延误航班纳入调整范围；式（7-3）为备用飞机的使用约束，表示备用飞机在多种可能的路径调整方案中能且只能选取一个；式（7-4）和（7-5）为指派变量和取消变量的取值约束。

7.3 问题求解

考虑到联程航班的衔接，故以机号路径上的航班环作为置换调整单位，对延误航班连其所在的航班环一并进行同步调整。记航班环f的地面延误时长为DT_f。机号k的就绪时间RT_k，即航班环f的机号k即将离港的时间。机号k的路径延误时长RDT_k：设机号k的路径上有航班环f_1、f_2，f_2是f_1的后继。若要实施计划调整，将f_1与其他路径上的航班环发生置换，则k执行完置换航班环的任务后，再返回执行f_2的就绪时间与原计划就绪时间的差值称为机号k的路径延误时长。RDT_k取负值时表示空闲等待的时长。

用启发式算法的指导思想，按航班环分阶段优化，步骤如下：

步骤 1 记航班运行时刻表为 TS。为当前已延误的航班建立初始延误航班表 YW，记录如下数据：延误编号，航班号，机型信息，机号，机场信息，时间信息，延误时间长度。建立置换飞机表 ZH 和机型置换表 AS；

设优化阶段变量$r=1$，

步骤 2 将 YW 按机场分类存入 PL，对每个机场所有延误航班的出发时间求均值，按均值大小升序排列，依此顺序逐一进行调整；

设延误机场变量 $g=1$，

步骤 3 求解当前局部最优方案 OPL_r，更新列表 TS 和 ZH；

$g++$，重复步骤 3，直至 $PL=\phi$，结束 g 循环，接步骤 4；

设变异搜索变量 $z=1$，

步骤 4 对 r 阶段的调整方案 OPL_r 进行变异搜索。若变异后的延误总成本小于当前成本，且延误总时间小于该阶段步骤 3 中三种效用置换方案的最大延误时长，则更新当前最优 OPL_r 为该变异方案，并存储相应的 TS 和 ZH；

$z++$，重复步骤 4，直至达到变异搜索上限次数 z，结束 z 循环，接步骤 5；

步骤 5 依照 OPL_r 更新 YW，将当前延误列表更新为 OPL_r 中每个参与置换的航班环其机号路径上后继航班的延误信息，若后继无航班，则在 YW 中删除该机号的项；

$r++$，返回步骤 2，直至 $YW=\phi$，结束 r 循环，接步骤 6；

步骤 6 输出调整后的时刻表及各项延误信息，算法结束。

在每一个优化阶段中，基于机号路径航班环置换的算法只对所有延误机号路径上的一个航班环进行调度，因此，算法总优化阶段数不会超过所有延误机号路径中航班环个数最多的那条路径上的环总数。算法流程图如下：

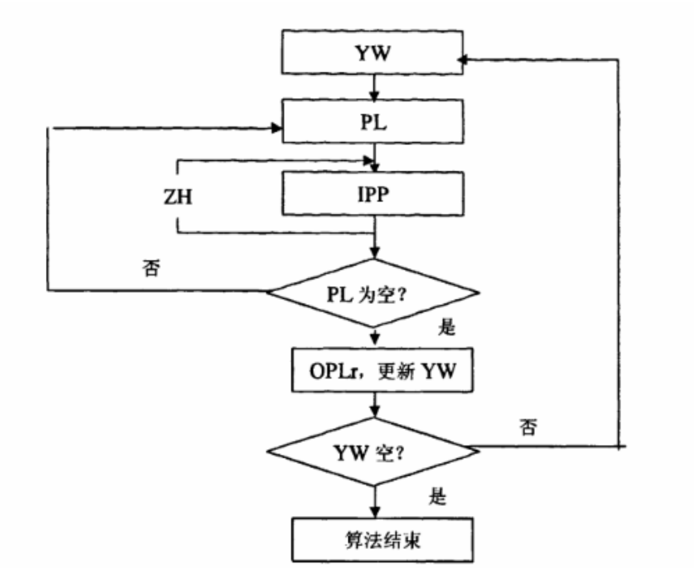

图 7.1 算法流程图

得出结果，此时所有旅客的总体延误时间为 **1871040min，即 31184h**。新的航班计划、起飞时间表见附件 excel 表问题四。

8 模型的评价

8.1 模型的优点

本文主要讨论了大规模不正常航班计划恢复的模型及启发式搜索算法，解决机场出现临时关闭时，为达到航班延误时间最短的目标，而进行航班重新规划。文章首先将一个较复杂的航班恢复问题分解成若干子问题进行求解，模型及算法由易到难。

首先针对单一机型，运用航班延误、飞机置换、取消航班的策略，采用时空网络建立以航班延误时间最短为目标函数的不正常航班调度模型，运用经典的启发式算法和匈牙利算法进行运算。简化了模型计算的复杂程度，提高了模型的可行性，给出了最优的航班调整时刻表。

问题二中，通过对单一机型的模型进行优化，推广至不同机型的不正常航班调度，简化了模型复杂度。

问题三在问题二的基础上考虑旅客信息，调整目标函数为旅客总延误时间最短。将旅客的延误时间作为时间成本进行建模。

问题四增加联程旅客条件，把具有相同航班号的联程航班看作一个航班环，采用基于机号路径置换的启发式搜索算法，给出算法执行步骤，该算法运行效率高，可控性强。

8.2 模型的缺点

模型适用于相对单纯的环境，未考虑机组人员的恢复、旅客行程重新规划、机场可停留飞机的容量、航空公司和旅客的经济损失等因素。航班恢复的策略仅涉及航班延误、飞机置换、取消航班三种，不考虑调飞机及合并航班等更复杂的策略。

求解模型运用的启发式算法较简易，可能得到的结果并不是最优。

9 参考文献

[1] Jon D. Petersen, Gustaf Sölveling, John-Paul Clarke, Ellis L. Johnson, and Sergey Shebalov (2012). An Optimization Approach to Airline Integrated Recovery. Transportation Science, 46(4), 482-500

[2] Stephen J. Maher (2015). Solving the Integrated Airline Recovery Problem Using Column-and-Row Generation. Transportation Science, 50(1), 216-237

[3] Jonathan Bard,Yu G. Optimizing aircraft routing in response to groundings and delays. 2001(10)

[4] J. M. Rosenberger, E. L. Johnson, G. L. Nemhauser(2003). Rerouting Aircraft for Airline Recovery. Transportation Science, 37(4), 408–421.

[5] Ahmad I. Z. Jarrah, Gang Yu, Nirup Krishnamurthy, and Ananda Rakshit (1993). A Decision Support Framework for Airline Flight Cancellations and Delays. Transportation Science, 27(3), 266-280.

[6]赵秀丽,朱金福,郭梅.不正常航班延误调度模型及算法.系统工程理论与实践.2008(4):129-134.