

2019 年第十六届中国研究生数学建模竞赛 B 题

天文导航中的星图识别

天文导航 (Celestial Navigation) 是基于天体已知的坐标位置和运动规律, 应用观测天体的天文坐标值来确定航行体的空间位置等导航参数。与其他导航技术相比, 天文导航是一种自主式导航, 不需要地面设备, 不受人工或自然形成的电磁场的干扰, 不向外界辐射能量, 隐蔽性好, 而且定姿、定向、定位精度高, 定位误差与时间无关, 已被广泛用于卫星、航天飞机、远程弹道导弹等航天器。天文导航的若干背景知识可参阅附件 1。

星敏感器是实现航行体自主姿态测量的核心部件, 是通过观测太空中的恒星来实现高精度姿态测量。恒星是用于天文导航最重要的一类天体。对天文导航而言, 恒星可以看成是位于无穷远处的, 近似静止不动的, 具有一定光谱特性的理想点光源。

借助天球坐标系, 可用赤经与赤纬来描述恒星在某一时刻位置信息 (相关定义和概念可参考附件 1)。恒星在天球球面上的投影点称为恒星的位置。将星空中恒星的相关数据, 按不同的需求编制而成的表册, 称为星表。星表是星图识别的主要依据, 也是姿态确定的基准。常用的星表中通常列有恒星的位置、自行、星等 (亮度)、颜色和距离等丰富的信息。对于天文导航而言, 感兴趣的信息主要是恒星的位置和星等。附件 2 提供了一个简易的星表, 提供了部分恒星在天球坐标系下的位置 (以赤经、赤纬来标记, 单位: 角度) 和星等信息。

全天自主的星图识别是星敏感器技术中的一项关键技术。星图识别是将星敏感器当前视场中的恒星 (星图) 与导航星库中的参考星进行对应匹配, 以完成视场中恒星的识别。星图识别一般包括图像采集及预处理、特征提取、匹配识别等过程。

图像预处理包括去除噪声和星点质心提取。为简化, 本赛题暂不考虑具体的去除噪声和质心提取等问题, 认为所讨论的星图图像已经完成了图像预处理。

导航数据库一般包括两部分: 导航星表和导航星特征数据库。导航星表是从基本星表中挑选一定亮度范围的导航星, 利用其位置 (赤经、赤纬) 和亮度信息编制而成的简易星表。星敏感器除了需要构建导航星表外, 还需要按照特征提取算法, 构造导航星的特征向量, 存储由特征向量构成的导航星特征数据库。

提取出观测星的特征后, 就可以寻找特征类似的导航星。如果找到特征惟一

接近的导航星，即可认为二者匹配。匹配识别过程和提取特征的方法紧密相关。本赛题暂不考虑后续的航行体定姿定位问题。

在星图识别的相关工作中需要用到天球坐标系、星敏感器坐标系、星敏感器图像坐标系等。其简单定义为：

(1) 天球坐标系。以天赤道为基圈，过春分点的时圈为主圈，春分点为主点。天球坐标系采用赤经、赤纬作为坐标量。详见附件 1 相关叙述。

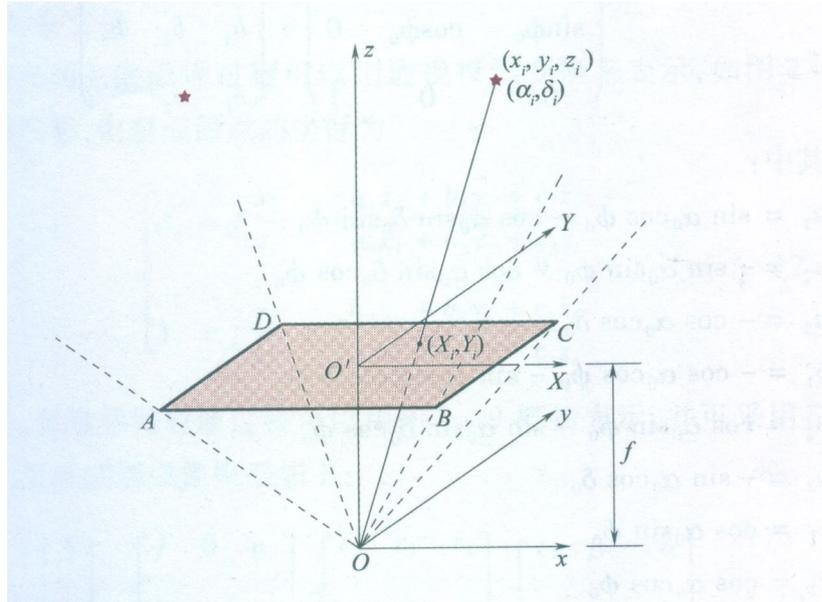


图 1 星敏感器坐标系、图像坐标系及前视投影成像示意图

(2) 星敏感器坐标系。以投影中心 O （光轴上与感光面距离为 f 的点，即光心，参见图 1）为坐标原点，以光轴为 z 轴（后面的讨论中，光轴 OO' 与天球面的交点记为 D 点），过 O 点平行于感光面两边的直线作为 x 轴和 y 轴。图 1 为星敏感器坐标系、图像坐标系及前视投影成像示意图。

(3) 图像坐标系。以感光面的中心 O' （ O 点在该平面上的投影点）为坐标原点，平行于感光面两边的直线为 X 轴和 Y 轴的平面坐标系，参见图 1。

请你们团队利用附件提供的相关背景材料和数据，建模分析下面问题：

问题 1 P_1 、 P_2 、 P_3 是 3 颗已知位置的恒星，即它们在天球坐标系下的赤经和赤纬 $((\alpha_i, \delta_i), i=1,2,3)$ 已知； Q_1 、 Q_2 、 Q_3 是来自恒星 P_1 、 P_2 、 P_3 的平行光经过星敏感器光学系统成像在感光面上的星像点质心中心位置（参见图 1）；记 $O'Q_1 = a_1$ ， $O'Q_2 = a_2$ ， $O'Q_3 = a_3$ ， $OO' = f$ 。

(1) 建立由 f ， a_i ， (α_i, δ_i) ($i=1,2,3$) 等参数解算 D 点在天球坐标系的位置信息的数学模型，并给出具体的求解算法；

(2) 若不利用 f 值的信息，试建立由 a_i ， (α_i, δ_i) ($i=1,2,3$) 等参数求解 D

点在天球坐标系中的位置信息的数学模型，并给出具体的求解算法；

(3) 一般来说，星敏感器视场内的恒星数量多于 3 颗，请讨论如何选择不同几何位置的三颗星，提高解算 D 点在天球坐标系中的位置信息的精度，并分析相应的误差。

问题 2 传统的星图识别方法主要是以角距（即星与星之间的球心角，可直观理解为两颗恒星分别与地心连线之间的夹角）或其衍生的形式为特征，这类方法比较简单，但一般需要较大的存储空间，识别算法实时性不好，且识别率普遍不高。通过对星图中的星点信息进行更为精细的特征提取，构建更高层次的特征，可能会提高星图识别算法的实时性和降低误匹配率。基于附件 2 提供的简易星表信息，请构建相应的特征提取模型，设计对应的星图识别算法，确定出附件 3 给出的 8 幅星图中每一个星像点所对应的恒星编号（对应附件 2 简易星表的恒星编号），并对算法的性能进行评估。

附件 1 相关背景知识（含对附件 2、附件 3 的说明，请注意！）

附件 2 简易星表

附件 3 8 幅星图相关数据