

中国研究生创新实践系列大赛 "华为杯"第十七届中国研究生 数学建模竞赛

学	校	陆军工程大学		
参赛队	人号	20910040037		
		1. 崔智超		
队员姓名		2. 廖程建		
		3. 杨曜旗		

中国研究生创新实践系列大赛

"华为杯"第十七届中国研究生

数学建模竞赛

题 目 ASIC 芯片上的载波恢复 DSP 算法设计与实现

摘 要:

本文依据赛题给出的框图,建立了数字通信系统的数学模型和仿真模型,研究了色散 补偿与相噪补偿的耦合关系,以建模分析和计算机仿真相结合的方式,研究了光数字信号 处理中的载波恢复算法,针对赛题提出的四个问题,分别给出了理论解决方案和仿真结果。

针对问题 1, 建立了以导频开销最小为目标,以 RSNR 代价<0.3 dB 为约束的非线性优 化模型,借助数字通信系统仿真模型,分别得到了有色散与无色散条件下系统误码率与信 噪比之间的关系,以及导频开销与信噪比之间的关系,使用枚举法求解优化模型,得到不 同条件下的数值结果,给出了载波恢复过程中基于基本运算方式的时序图,设计了载波恢 复算法 CRAP1,在 RSNR 代价<0.3 dB 的条件下,导频开销可达 1/1024。

针对问题 2,综合考虑线宽和色散对 RSNR 代价的影响,基于给定的线宽与色散参数 区间,改写了问题 1 中的 RSNR 代价模型,通过栅格化线宽/色散的取值范围,计算得到 了若干离散点处导频开销与色散/线宽关系的数据,分别绘出了导频开销与色散、导频开 销与线宽的关系图,拟合了导频开销与色散和线宽的关系图,结果表明线宽和色散对导频 开销成阶梯函数关系。

针对问题 3,定量分析了定点量化对系统性能和消耗资源的影响,得到了引入定点量 化后的资源消耗模型,引入泰勒级数展开方法减少相噪补偿算法开销,建立了以消耗资源 最小为目标、以资源消耗模型与净荷流量为约束的非线性优化模型,使用枚举法求解模型, 得到了不同输入位宽条件下的定点量化资源表、相噪补偿算法中的资源消耗表,通过相噪 补偿性能曲线和定点量化位数性能影响曲线,借鉴载波恢复的锁相环实现方法,引入反馈 机制,给出了基于反馈的资源最低的 CR 算法设计方法。

针对问题 4,以实现误码率为 2e-2 时所需的信噪比为系统性能指标,以时间为资源指标,设计了以单位性能所需资源量为指标的综合代价函数,仿真得出了不同位宽条件下的性能与资源的关系图,结果表明当位宽增加时,系统性能收敛于不考虑定点量化时的系统性能,但是资源指标随位宽增加接近线性增长,单位资源增加得到的性能改善逐渐减小并趋近于 0,基于该结论给出了自动位宽优化设计方案。

论文最后讨论了模型的优缺点和进一步改进方向。

关键词: 载波恢复;导频开销;泰勒展开;自动位宽优化;算法设计

1.问题重述	4
1.1 问题背景	4
1.2 问题提出	4
1.3 研究基础	4
2.模型假设和已知条件	6
2.1 模型假设	6
2.2 符号系统	6
3. 建模准备:数字通信系统模型、仿真、色散与相噪补偿的耦合关系	8
3.1 数字通信系统模型	8
3.1.1 发射端模型	8
3.1.2 信道模型	9
3.1.3 接收端模型	10
3.2 系统仿真模型	11
3.3 色散补偿与相噪补偿的耦合关系模型	12
4. 问题 1: 导频开销最小的 CR 算法设计	14
4.1 问题分析及优化模型	14
4.1.1 RSNR 代价模型	14
4.1.2 导频开销最小化模型	15
4.2 模型求解	16
4.3 CRAFP1 算法	18
4.4 运算时序图	19
4.5 小结	20
5.问题 2: 导频开销与色散、线宽之间关系的定量分析模型	21
5.1 问题分析与模型建立	21
5.2 模型求解	22
5.2.1 导频开销与色散的关系	22
5.2.2 导频开销与线宽的关系	23
5.2.3 导频开销与色散、线宽的关系	23
5.3 小结	24
6.问题 3: 芯片资源消耗最低的 CR 算法设计	24
6.1 问题分析与模型建立	24
6.2 定点量化对性能的影响	25
6.3 定点量化对资源的影响	25
6.3.1 定点量化资源表	25
6.3.2 总资源消耗表	26
6.4 基于泰勒展开的相噪补偿开销缩减算法	27
6.5 模型求解	29
6.6 小结	30
7. 问题 4: ASIC 芯片性能资源最优的综合算法设计	30
7.1 问题分析	30

目录

7.2 综合代价函数模型	
7.3 模型求解	31
7.4 自动位宽优化设计方案	
7.5 小结	
8.模型的总结与评价	
8.1 模型优点	
8.2 模型缺点	
8.3 改进方向	
9.参考文献	35
附录	

1.问题重述

1.1 问题背景

数字信号处理器已经成为通信、自动控制、航天航空、军事等领域的核心器件,而 DSP (数字信号处理)芯片以其在处理速度、价格和功耗上无可替代的优势,成为最受欢迎的 数字信号微处理器。算法设计是 DSP 芯片设计的核心,通常包含两个主要步骤,第一步是 根据信道损伤的物理模型设计补偿算法,此时只需要考虑浮点计算;第二步是根据芯片资 源和功耗约束,将算法改造成 ASIC 芯片可实现的定点形式,此时需要将算法细化为芯片 上最基本的乘、加等运算,并考虑定点量化噪声的影响。如何权衡性能和资源,是芯片算 法设计的重要课题。

作为 DSP 中的一种关键算法,载波恢复算法是数字通信系统中解调模块里非常重要的 一部分,用于纠正传输信道和接收系统所造成的信号的频偏、相偏和相位噪声。本题以载 波恢复算法为例,探讨算法的设计思路与实现方法,以实现具体场景下的最优设计。

1.2 问题提出

问题1 导频开销最小的 CR 算法设计

考虑波特率为150 Gbaud 的标准16QAM 信号,令线宽为100 kHz,色散值为2万 ps/nm,算法的并行度固定为128,不考虑定点量化。以基本的加法、乘法、查表和缓存为基础,并以 RSNR 代价<0.3 dB 为目标,设计一套 Pilot 开销最小的 CR 算法。

问题 2 导频开销与色散、线宽之间关系的定量分析

考虑线宽从 10kHz~10MHz, 色散 Dz 从 0~10, 000 ps/nm 变化场景, 以 RSNR 代价<0.3 dB 为目标, 定量挖掘色散、线宽与 Pilot 开销的关系。

问题 3 芯片资源消耗最低的 CR 算法设计

在问题 2 的场景上,进一步将芯片实现的资源纳入考察,此时需考虑定点量化对性能和资源的影响,且导频开销可任意变化(但必须确保净荷的流量为>145 Gbaud),设计资源消耗最低的 CR 算法。

问题 4 ASIC 芯片性能资源最优的综合算法设计

现实中性能和资源的权衡与具体场景有关。例如长距干线传输对性能要求往往比短距 离要求更高,长距传输可付出更多的资源以降低 RSNR 代价。并选出问题 3 中有代表性的 1 种场景,给出统筹性的"性能-资源"综合考虑下的算法设计思路,构造性能和资源的综合 代价函数,给出一套自动优化位宽和实现性设计的方案,并给出定量结果,用以指导算法 开发。

1.3 研究基础

DSP 芯片设计是电子产品设计制造的关键环节,直接影响产品的性能。随着时代的进步,人们对芯片的研究逐渐深入,取得了丰硕的成果。本题顺应了芯片设计领域的发展潮流,所提出的问题既有前瞻性,又有现实需求性,更有丰厚的研究基础。

对于问题 1,李孝周等在[1]中提出,载波恢复技术具有补偿频偏、相位抖动的作用, 是通信系统不可或缺的重要单元;张杰等在[2]中提出了一种高精度的四次方载波相位恢复 算法,可以更加准确的恢复出调制相位;Yan 等人在[3]中提出了一种新的无数据辅助载波 恢复算法,结合高频偏的高速 M-PSK 通信估计,可以快速抵消较大的载波频率偏移量, 并且在锁相状态下具有较少的相位抖动,由于这些优点,该方案非常适合于设计高性能通 信系统。

对于问题 2,纪晓辉等在[4]中设计了一种基于前导字的最大似然并行载波恢复算法, 该算法能够快速、简单地进行频率偏移的估计和恢复,同时能够进行相位的跟踪;富字等 在[5]中对 16QAM 相干光通信系统载波相位恢复算法进行了研究,对比分析了色散完全补 偿情况下,未采用载波相位估计与采用载波相位估计对系统性能的影响;Gong 等在[6]中 提出,四倍平方环可以获得相对准确的载波频率,并将其用作接收器的本地振荡器,而 DD-PLL 可以消除剩余的频率和相位偏移。这两种机制的组合比单独使用任何一种都可以 做得更好,仿真结果显示了良好的效率和鲁棒性。

对于问题 3, 吴琛等在[7]中针对 FFH-OCDMA 系统中, 光纤色散导致系统误码率(BER) 增加的问题, 提出通过改变门限判决的方法降低色散对 BER 的影响; Hao 等在[8]中提出 了一种基于精细相位估计的高速无线通信系统并行载波恢复算法, 引入的 EVM (误差矢量 幅度)性能损失小于 0.3%, 仅为传统粗补偿算法的一半。

对于问题 4, 蒋志等在[9]中利用全解析频域传输矩阵,研究了光纤传输系统中色散补 偿对强度和相位噪声的影响; Wang 等在[10]中提出了一种新型的快速傅里叶变换(FFT) 算法,利用 FFT 载波频率偏移量进行预估计,对高频率进行校正,与其他方法相比,其估 计更加准确。

本文参考以上成果,基于赛题给出的条件和要求,通过建立相应的数学模型,逐个解 决了题目设定的四个问题。

2.模型假设和已知条件

2.1 模型假设

假设1: 不考虑纠错编码, BER 指直接判决后的 BER。

假设 2: 不考虑色散补偿和误码率计算的复杂度和资源,只考虑 CR 算法相关资源。

假设3: 1个时钟周期最多完成1级乘法,4级加法,以及1级查表操作。

假设1-3出自赛题约定。

假设4: BER 门限值设计为 2e-2, RSNR 代价均指线宽代价。

假设 5: 误码率仅考虑净荷的误码率,不考虑导频+净荷的误码率。

假设 6: 直接在星座图上对每个符号进行添加色散、相位噪声及高斯白噪声,不考虑 模拟域。

假设 7: 色散补偿仅在收端进行,发端不进行色散补偿。色散补偿与相噪补偿存在耦 合关系。

假设 4-7 来自于中国数模网上命题专家的答疑。

假设 8: 根据信道特点,假设高斯白噪声是加性噪声,相位噪声和色散都是乘性噪声。假设 9: 为简化计算,假设导频等间隔插入。

2.2 符号系统

序号	符号	含义			
1	f_b	波特率			
2	X_k	均值为0方差为1的随机变量			
3	SER	误码率			
4	SNR	信噪比			
5	RSNR	需求信噪比			
6	L_{w}	线宽			

6

7	Dz	色散值
8	Р	算法并行度
9	T_{cap}	芯片计算的吞吐量
10	x(n)	输入信号
11	М	插入导频个数
12	N	输入信号长度
13	$P_{\cos t}$	导频开销
14	$x_r(n)$	输入信号经过映射调制后的信号
15	$H_r(f)$	映射调制后的信号作 FFT 变换后的频域信 号
16	$H_c(f)$	加入色散后的频域信号
17	$H_{cp}(f)$	加入相位噪声的频域信号
18	$H_{cpw}(f)$	加入加性高斯白噪声的频域信号
19	$H_{dc}(f)$	经过色散补偿后的频域信号
20	$d\widehat{ heta}_i$	每个导频信号估计的补偿相位
21	$d\hat{ heta}$	所有导频信号估计的补偿相位的平均值
22	$H_{pc}(f)$	进行相位补偿后的频域信号
23	<i>y</i> (<i>n</i>)	解调映射后的输出信号
24	C_{pilot}	导频开销
25	R_{pc}	相噪补偿消耗的资源
26	N	帧长
27	CR _{cost}	只考虑线宽的导频开销
28	$CR'_{\cos t}$	同时考虑色散和线宽的导频开销

3. 建模准备:数字通信系统模型、仿真、

色散与相噪补偿的耦合关系

本章依据实际工作原理,给出数字通信系统的数学模型和基于 MATLAB 的计算机仿 真模型,推导色散与相噪补偿耦合关系的数学表达式,并进行仿真分析。

3.1 数字通信系统模型

题目给出了数字通信系统框图(图 1)。发送端随机产生发送符号,然后进行 FEC 编码和 16QAM 调制,在信道中存在乘性噪声(色散和相位噪声)以及加性高斯白噪声,在接收端通过已知信道色散的频率响应对信号的色散进行补偿,通过导频获得信号的相位噪声,并进行补偿,在色散补偿以及相噪补偿之后,接收端将接收净荷进行 16QAM 解调为接收信号。



图 1 数字通信系统框图

为便于研究题目设定问题,需建立该框图中各个流程的数学模型。

3.1.1 发射端模型

假设发射端随机产生信号,并进行 16QAM 调制,如图 2,然后在基带进行传输。



图 216QAM 调制

对发射端随机产生的信号,进行 16QAM 调制,然后在基带进行传输:

Step1: 输入信号为x(n),其中 $x(n) = \{x_1, x_2, ..., x_N\}$

Step2: x(n)经过 16QAM 映射调制得到信号 $x_r(n)$

3.1.2 信道模型

光纤中色散的效应对信号的影响相当于将频域的信号施加1个随频点平方关系变化的 相位。因此信道模型中,将信号转换到频域进行处理:

Step3: 对信号 $x_r(n)$ 作 FFT 变换,得到频域信号 $H_r(f) = FFT[x_r(n)]$

Step4: 信道产生色散 $H_c(f) = H_r(f)H(f) = H_r(f) \cdot e^{j(\frac{\lambda^2 \pi D_c}{c}f^2)}$,其中 D_z 表示色散值, λ 表示信号波长, f表示频点大小

Step5: 在信道传输过程中加入相位噪声 $e^{jd\theta}$ 得到 $H_{cp}(f)$,

$$H_{cp}(f) = H_{c}(f) \cdot e^{jd\theta}$$

$$= H_{r}(f) \cdot e^{j(\frac{\lambda^{2}\pi D_{c}}{c}f^{2} + d\theta)}$$

$$= H_{r}(f) \cdot e^{j(\frac{\lambda^{2}\pi D_{c}}{c}f^{2} + \sqrt{\frac{2\pi L_{w}}{f_{b}}} \cdot X_{k})}$$
(3.1)

其中, L_w 表示线宽值, f_b 表示波特率, X_k 表示均值为0方差为1的随机变量 Step6: 在信道中加入均值为0, 功率谱密度为 $\frac{N_0}{2}$ 的加性高斯白噪声, 得到 $H_{cpw}(f)$,

$$H_{cpw}(f) = H_{cp}(f) + H_{w}(f)$$

= $H_{r}(f) \cdot e^{j(\frac{\lambda^{2}\pi D_{z}}{c}f^{2} + \sqrt{\frac{2\pi L_{w}}{f_{b}}} \cdot X_{k})} + \frac{N_{0}}{2}$ (3.2)

3.1.3 接收端模型

Step7: 对信号进行色散补偿,得到 $H_{dc}(f)$,

$$H_{dc}(f) = H_{cpw}(f) \cdot H^{*}(f)$$

$$= \left[H_{r}(f) \cdot e^{j(\frac{\lambda^{2}\pi D_{z}}{c}f^{2} + \sqrt{\frac{2\pi L_{w}}{f_{b}}} \cdot X_{k})} + \frac{N_{0}}{2} \right] \cdot e^{-j\frac{\lambda^{2}\pi D_{z}}{c}f^{2}}$$
(3.3)

Step8: 对信号进行相位补偿,定义由导频信号估计得到的补偿相位为 $d\hat{\theta}$,补偿后的信号为 $H_{pc}(f)$,

$$H_{pc}(f) = H_{dc}(f)e^{jd\hat{\theta}}$$

 $d\hat{\theta}$ 的推导过程如下:

在N个发射信号中等间隔插入M个导频信号:

$$\left\{x_{1}(n), x_{1+\frac{N}{M}}(n), \dots, x_{1+\frac{N}{M}(M-1)}(n)\right\}$$
(3.4)

`

相位补偿之前,接收到的导频信号集合为:

$$\left\{x_{DC,1}(n), x_{DC,1+\frac{N}{M}}(n), \dots, x_{DC,1+\frac{N}{M}(M-1)}(n)\right\}$$
(3.5)

定义 $\frac{FFT(x_i(n))}{FFT(x_{DC,i}(n))} = A_i e^{jd\hat{\theta}_i}, i = \{1, 2, ..., M\},$ 利用每个导频信号估计出的相位补偿 $d\hat{\theta}_i:$

$$d\hat{\theta}_i = j \ln \frac{FFT(x_{DC,i}(n))}{A_i \times FFT(x_i(n))}$$
(3.6)

对所有 $d\hat{\theta}_i$ 求取平均值,得到最终相位补偿 $d\hat{\theta}$:

$$d\hat{\theta} = \sum_{i=1}^{M} \frac{1}{M} d\hat{\theta}_i$$
(3.7)

相噪补偿后的信号为 $H_{pc}(f)$:

$$H_{pc}(f) = H_{dc}(f)e^{jd\hat{\theta}}$$
(3.8)

Step9: 对信号进行解调映射,得到输出信号:

$$y(n) = IFFT \left[H_{pc}(f) \right]$$
(3.9)

3.2 系统仿真模型

以 3.1 中的模型为基础,基于 MATLAB 平台建立了本题研究的数字通信系统的仿真模型(程序见附录 3, 4),得到结果如图 3 中 a-f 所示。



c. 加入相位噪声后的星座图

d. 加入高斯白噪声后的星座图



e. 进行色散补偿后的星座图



图 3 通信系统仿真图

从图中可以看到,色散会使信号的星座图产生扩散和旋转,相位噪声会进一步旋转信 号星座图。加性高斯白噪声会使信号星座图上的点产生扩散效应。以上影响都会导致接收 端解调时产生误码。

同时也可看出,经过色散补偿、相噪补偿之后的信号星座图在相位上基本得到了补偿, 在幅度上依然保留了加性高斯白噪声的影响。

3.3 色散补偿与相噪补偿的耦合关系模型

根据假设 7,由于色散补偿存在于相噪补偿之前,因此尽管实现了完美的色散补偿,依然会对色散补偿后的相噪补偿造成影响,称这种影响为色散补偿与相噪补偿间的耦合关系。

不考虑色散影响, Step 5-Step 7 的表达式改写如下:

$$H'_{cp}(f) = H_r(f) \bullet e^{j(\sqrt{\frac{2\pi L_W}{f_b}} \bullet X_k)}$$
(3.10)

$$H'_{cpw}(f) = H_r(f) \cdot e^{j(\sqrt{\frac{2\pi L_w}{f_b}} \cdot X_k)} + \frac{N_0}{2}$$
(3.11)

$$H'_{pc}(f) = \left\{ H_r(f) \cdot e^{j(\sqrt{\frac{2\pi L_W}{f_b}} \cdot X_k)} + \frac{N_0}{2} \right\} \cdot e^{jd\hat{\theta}}$$
(3.12)

令:

$$\Psi = H'_{pc}(f) - H_{pc}(f) = \frac{N_0}{2} \cdot \left(1 - e^{-j\frac{\lambda^2 \pi D_z}{c}f^2}\right) \cdot e^{jd\hat{\theta}}$$
(3.13)

 $H'_{cp}(f)$ 、 $H'_{cow}(f)$ 、 $H'_{dc}(f)$ 分别表示不考虑色散时,加入相位噪声、加入加性高斯白

噪声、经过相噪补偿后的频域信号,Ψ表达了色散对相噪补偿的耦合作用。

在固定相同的相位噪声以及加性高斯白噪声的情况下,从 16 个星座点之中随机选择 一个,仿真测试了无色散以及加入色散并补偿后的星座点附近的信号,接收信号如图 4 所 示,蓝色圆圈表示色散及色散补偿的星座点,红色圆圈表示无色散的星座点。可以看出, 相同符号经过存在色散的系统后,尽管进行了色散补偿,但是色散依然对相位噪声产生了 耦合影响。



图 4 色散对相位噪声的耦合

本章建立了数字通信系统的数学模型和仿真模型,分析了色散补偿和相噪补偿之间的 耦合关系,为本题问题的解决奠定了基础。

4. 问题 1: 导频开销最小的 CR 算法设计

本章在问题1条件下,以基本的加法、乘法、查表和缓存为基础,以 RSNR 代价<0.3dB 为目标,设计了一套导频开销最小的 CR 算法,实现了问题1的目标。

4.1 问题分析及优化模型

问题 1 需要在波特率为 150 Gbaud 的标准下设计 CR 算法,以基本的加法、乘法、查表和缓存为基础,使得导频开销最小。

导频信号是发送端发送的未经调制的直接扩频信号,它通过比较接收信号和已知信号 的相位差,来估算出当前的相位噪声,再将此相位差反乘到接收端受影响的信号上,从而 实现相位噪声的补偿。导频开销与发送信号长度、噪声大小、信道条件和要求的误码率等 有关。一般来说,发送信号越长、系统中的噪声越大、信道条件越差、需要的误码率越低, 需要插入导频数量就越多,导致导频开销就越大。尽管插入导频的数量更多可以获得更好 的信道估计性能,但由于导频信号本身不携带信息,会加大系统开销,所以应权衡性能和 系统开销之间的关系,插入适当的导频数量。

典型的 CR 算法是间隔性地插入已知的导频符号,通过比较接收信号和已知符号的相位差,来估算出当前的相位噪声,再将此相位差反乘到接收端受影响的符号上,从而实现相位噪声的补偿。因此在设计 CR 算法的过程中,需要考虑发送信号的长度、线宽值、色散值和调制方式等因素。问题 1 中,采用 16QAM 调制方式,线宽的取值为 100 kHz,色散值取值为 20000 ps/nm,算法的并行固定宽度为 128, RSNR 代价<0.3 dB。

按照假设 4,将误码率门限设置为 2e-2,RSNR 代价均指线宽代价。定义 RSNR 代价 为实现误码率为 2e-2 时,100kHz 线宽与无线宽时所需的 SNR 值的差值。

基于此,本文分别建立了 RSNR 代价模型,最小化导频开销模型,并通过对模型的求 解,得到了最小化导频开销条件下的 CR 算法(CRAP1 算法),并以基本的加法、乘法、 查表和缓存为基础表示了时序运算图。

4.1.1 RSNR 代价模型

RSNR 代价模型的建立过程为: Step1: 求解信噪比 *SNR*

$$SNR = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |x_i(n)|^2}{N_0 / 2}$$
(4.1)

Step2: 求解需求信噪比 RSNR

$$RSNR = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| IFFT \left\{ H_r(f) \cdot e^{j \sqrt{\frac{2\pi L_w}{f_b}} \cdot X_k} \right\} \right|^2}{N_0 / 2}$$
(4.2)

Step3: 求解代价函数 CR_{cost}, 令其小于 0.3dB

$$CR_{cost} = 10 \lg(RSNR) - 10 \lg(SNR)$$

$$= 2 \lg \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N} \left| IFFT \left\{ H_r(f) \cdot e^{j \sqrt{\frac{2\pi L_w}{f_b}} \cdot x_k} \right\} \right|^2}{\sum_{i=1}^{N} |x_i(n)|^2} \right\} / N_0$$
(4.3)

4.1.2 导频开销最小化模型

基于上述分析,将问题1的模型表述为非线性优化模型:

$$\min\left\{\mu\right\} \tag{4.4}$$

s.t.

$$2\lg\left\{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left| IFFT\left\{H_{r}(f) \cdot e^{j\sqrt{\frac{2\pi L_{w}}{f_{b}}} \cdot x_{k}}\right\}\right|^{2}}{\sum_{i=1}^{N} \left|x_{i}(n)\right|^{2}}\right\} / N_{0} < 0.3$$

 $f_b = 1.5 \times 10^{11}$, $LW = 10^5$, $D_Z = 2 \times 10^4$, P = 128

其中μ为导频开销,是连续变量。由于在实现中,连续变量不易求解,因此,将目标 函数转化为离散值*M*/*N*,其中 M 为导频长度,N 为数据帧长度。模型改写为:

$$\min\left\{\frac{M}{N}\right\} \tag{4.5}$$

s.t.

$$2 \lg \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N} \left| IFFT \left\{ H_r(f) \cdot e^{j \sqrt{\frac{2\pi L_W}{f_b}} \cdot x_k} \right\} \right|^2}{\sum_{i=1}^{N} \left| x_i(n) \right|^2} \right\} / N_0 < 0.3$$

$$f_b = 1.5 \times 10^{11}, LW = 10^5, D_Z = 2 \times 10^4, P = 128$$

可以看到,该模型仍不易求解。将模型进一步改写为:

 $\min\{M\}$

s.t.

$$2\lg\left\{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left| IFFT\left\{H_{r}(f) \cdot e^{j\sqrt{\frac{2\pi L_{w}}{f_{b}}} \cdot x_{k}}\right\}\right|^{2}}{\sum_{i=1}^{N} \left|x_{i}(n)\right|^{2}}\right\} / N_{0} < 0.3$$

 $f_b = 1.5 \times 10^{11}$, $LW = 10^5$, $D_Z = 2 \times 10^4$, P = 128, N

即对固定的帧长 N, 求解满足约束的导频长度 M 的最小值。

4.2 模型求解

对(4.6)可以采用枚举法求最优解,即遍历所有可能的导频长度取值,判断其是否满足约束条件,在满足约束条件的导频长度集合中,寻找导频长度最小值对应的导频开销,作为最优解。

将帧长 N 设置为 2048, 导频长度 M 设置为 {1,2,...,32}, 利用通信系统中误码率与信 噪比之间的关系式

$$SNR = 10*\log(\frac{E_s}{N_0 k}) \tag{4.7}$$

(4.6)

分别在有色散及色散补偿和无色散的情况下仿真系统的误码率,仿真结果如表 1 所示。

N	м	M/N	右/王舟勒	ES/N0	SNR	DCND供給	
IN	IVI	1V1/1N	有/ 儿巴取	(ber=2e-2)	(ber=2e-2)	KSINK	
	1	1/2049	有色散	51.46	11.0940979	0.205006	
	1	1/2048	无色散	47.96	10.7881918	0.303900	
	2	2/20.49	有色散	47.6	10.7554696	0 249772	
	Δ	2/2048	无色散	44.95	10.5066971	0.248773	
	3	3/20/18	有色散	43.94	10.4080006	0 205424	
	5	3/2048	无色散	41.91	10.2025767	0.203424	
	4	4/20.49	有色散	42.7	10.2836788	0 102061	
	4	4/2048	无色散	40.93	10.0998175	0.185801	
		-			-	-	
2048							
	12	12 12/2048	有色散	45.2	10.5307844	0 166402	
	12		无色散	43.5	10.3642927	0.100492	
	16	14/2049	有色散	36.98	9.65906916	0.116644	
	10	14/2048	无色散	36	9.54242509	0.116644	
	22	16/2049	有色散	33.39	9.21556428	0.05761	
	32	10/2048	无色散	32.95	9.15795428	0.03761	

表 1 有/无色散情况下通信系统性能对比

可以看到,相比于无色散情况,在有色散的情况下,为了达到相同的误码率,信号需 要更大的信噪比。

此外,在相同的误码率条件下,随着导频开销的增大,信噪比可以更小。与此同时,随着导频开销的减小,RSNR代价也随之增加。

在 N=2048, M=32 时的系统误码率与 Es/N0 的关系如下图:



图 5 通信系统中误码率与 Es/N0 的关系图

从图中可以看到,在导频开销为16/204时,相噪补偿之后的误码率曲线与16QAM理 论误码率曲线非常接近,即 RSNR 代价非常小。通过仿真计算得到此时 RSNR 代价为 0.05761dB。

进一步,对表 1 中的数据进行拟合,可以得到系统的导频开销与信噪比间的关系,如 图 6 所示。



图 6 系统的导频开销与信噪比间的关系图

从图 6 中可以看到,当信号序列长度 N 固定为 2048 时,随着导频长度 M 的减小, RSNR 代价逐渐增大。当 M 为 1 时,RSNR 代价已经不满足约束条件 *CR*_{cost} < 0.3dB 。因 此在 N=2048 时,整数 M 最小为 2。即此时导频开销 *M* / *N* = 2/2048。在信号序列长度 N 为 1024, M=1 时,RSNR 代价为 0.28,满足 RSNR 代价约束。此时导频开销均为1/1024, 与微波通信 DVB-S.2 协议中的导频开销相近。

4.3 CRAFP1 算法

基于最小导频开销的求解结果,提出了 CRAP1 (Carrier Recovery Algorithm for Problem 1)算法:

算法 1: CRAP1 算法

输入:色散补偿后的信号
输出:相噪补偿后信号
Step 1:对一帧内的导频信号的实部和虚部进行累加,结果记为 x_all 和 y_all
Step 2:计算累加结果比值 y_all/x_all
Step 3:利用泰勒展开计算比值的 arctan 值
Step 4:计算一帧的相位噪声
Step 5:利用泰勒展开快速计算相位噪声的实部和虚部
Step 6:将相位噪声的实部和虚部反乘帧内数据
Step 7:返回相噪补偿后的信号

4.4 运算时序图



以基本的加法、乘法、查表和缓存为基础, CR 算法的运算时序图表示如图 7。

图 7 运算时序图

由于每个时钟周期可以同时完成4级加法,因此在实现中,将导频序列长度设置为4。 在运算时序的第一步,计算接收序列中导频的相位。使用两级加法器将四个导频的实部和 虚部进行累加,然后通过一级乘法器对其求平均。再通过4.2节中的算法,得到接收信号 一帧的相位。

第二步,通过一级加法器将计算出的相位与已知导频相位作差,可以得到该帧信号的 相位噪声。

第三步,将求得的相位噪声反乘到接收信号。由于相位和接收符号都是复数,因此补 偿一个符号的相位需要进行四级乘法以及两级加法。由于一个时钟周期内可以同时完成一 级乘法和4级加法,因此补偿一个符号的相位需要5个时钟周期。但是注意到,可以将两 个符号相位补偿的加法操作整合在一个时钟周期内。因此每完成两个符号的相位补偿仅需 要9个时钟周期。

4.5 小结

本章基于3中建立的数字通信系统数学模型和仿真模型,在题目给出的波特率,调制 方式,线宽,色散值及算法并行度的约束下,建立了RSNR代价模型与最小化导频开销的 非线性优化模型,在以加法,乘法,查表及缓存为基本运算方式的前提下,使用枚举法, 分别得到了有色散与无色散条件下的误码率数据;之后基于最小化导频开销的前提,得到 了系统的误码率与信噪比之间的关系、导频开销与信噪比之间的关系,基于以上结果,定 量描绘了载波恢复过程中基于基本运算方式的时序图,给出了满足题目要求的载波恢复算 法(CRAP1算法)。

5.问题 2: 导频开销与色散、线宽之间关系的定量分析模型

本章综合考虑线宽和色散对 RSNR 代价的影响,基于给定的线宽与色散参数区间,通 过改写问题 1 中的 RSNR 代价模型,栅格化线宽/色散的取值范围,计算出若干离散点处 导频开销与色散/线宽关系的数据,分别绘制导频开销与色散、导频开销与线宽的关系图, 拟合出导频开销与色散和线宽的关系。

5.1 问题分析与模型建立

与问题1相比,问题2需要在给定范围的线宽及色散参数区间内,在RSNR代价小于 0.3dB 的约束下,定量描述色散,线宽与导频开销间的关系。

为建立导频开销与色散的关系表达式,首先将线宽值的集合设定为{10kHz,1000kHz,2000kHz,3000kHz,4000kHz,5000kHz,6000kHz,7000kHz,8000kHz,8500kHz,9000kHz,9500kHz,10000kHz}。然后以色散为自变量,其范围为 0~10000 ps/nm,分别针对每个线宽值,仿真研究导频开销与色散的表达式。在 RSNR 代价小于 0.3 dB 的约束下,通过 MATLAB 计算得到大量符合 RSNR 代价模型的样本数据,记录每个样本数据的导频开销。最后通过曲线拟合,得到导频开销与色散的关系表达式。

对于导频开销与线宽的关系表达式,首先将色散的集合设定为{1000 ps/nm,2000 ps/nm,3000 ps/nm,4000 ps/nm,5000 ps/nm,6000 ps/nm,7000 ps/nm,8000 ps/nm,9000 ps/nm,10000 ps/nm}。然后以线宽为自变量,其范围为10kHz~10000kHz,分别针对每个 色散值,仿真研究导频开销与线宽的表达式。在 RSNR 代价小于 0.3dB 的约束下,通过 MATLAB 计算得到大量符合 RSNR 代价模型的样本数据,记录每个样本数据的导频开销。最后通过曲线拟合,得到导频开销与线宽的关系表达式。

在问题1的基础上,令CR'cost表示引入色散、相位噪声后的RSNR代价

$$CR'_{cost} = 101g(RSNR') - 101g(SNR)$$

$$= 21g\left\{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left| IFFT \left\{ H_r(f) e^{j(\frac{\lambda^2 \pi D_z}{c} f^2 + \sqrt{\frac{2\pi L_w}{f_b}} \cdot x_k)} \right\} \right|^2}{\sum_{i=1}^{N} |x_i(n)|^2} \right\} / N_0$$
(5.1)

 $\min\{M\}$

s.t.



5.2 模型求解

求解的主要思路是: 在线宽从 10kHz~10MHz, 色散 Dz 从 0~10000 ps/nm 变化场景中 仿真得到满足约束条件时的最小导频开销,再将导频开销与色散、线宽的关系定量拟合成 一个曲面。

5.2.1 导频开销与色散的关系

分别固定线宽为 10kHz~10MHz 中的某一值,测量导频开销与色散的关系。当线宽为 5MHz、9.5MHz、10MHz 时的结果如图 8 所示,其余所有导频开销与色散值的仿真图见附 录 1。



图 8 导频开销与色散的关系

可以看到,导频开销随色散的增加是呈阶梯上升的。在线宽值处于 10kHz~8MHz 时,导频开销对色散变化不敏感。导频开销保持在1/2048即可满足所有约束条件。当线宽值处于 8MHz~10MHz 时,导频开销对色散值变化较为敏感。此时随着色散的增加,导频开销 也快速增长。

(5.2)

5.2.2 导频开销与线宽的关系

分别固定色散为 0~10000 ps/nm 中的某一值,测量导频开销与色散的关系。当线宽为 3000 ps/nm、8000 ps/nm、10000 ps/nm 下的测量结果如图 9 所示,其余所有导频开销与色 散值的仿真图见附录 2。



图 9 导频开销与线宽的关系

仿真结果表明,导频开销随线宽的增加也是呈阶梯上升的。其次,可以看到,当色散 值处于 0~8000 ps/nm 时,导频开销对线宽变化不敏感。导频开销保持在1/2048即可满足 所有约束条件。当色散值处于 8000~10000 ps/nm 时,导频开销对线宽变化较为敏感,此时 随着线宽的增加,导频开销也快速增长。

5.2.3 导频开销与色散、线宽的关系

通过上述分析,综合考虑导频开销与色散、线宽的关系,可以发现,在色散从 0~8000 ps/nm,线宽从 10kHz~8MHz 的变化场景中,导频开销对以上参数不敏感。而在色散为 8000~10000 ps/nm,线宽从 8MHz~10MHz 的变化场景中,导频开销会剧烈上升。





图 10 导频开销与色散、线宽关系图

可以看到在导频开销对色散/线宽的不敏感区域,最小导频开销几乎不变。而在导频开 销对色散/线宽的敏感区域,导频开销随着色散/线宽的增加呈阶梯状剧烈上升。

从上述结果可以得出以下结论并可用以指导实践:在信号传输时,如果已知色散值处于 0~8000ps/nm,线宽处于 0~8MHz,则可以认为,将导频开销设置为 1/1024 即可实现

可靠传输。在此情况下,不实时调整导频开销可以节约功耗与通信资源。但是在线宽处于 8~10MHz 或色散值处于 8000~10000 ps/nm 时,收发双发需要根据误码率实时调整导频 开销。

5.3 小结

本章主要完成导频开销定量分析。首先在给定的线宽与色散参数区间的前提条件下, 完善了已经建立的 RSNR 代价模型;其次,求解完善的 RSNR 代价模型,对线宽的取值设 定为有限元素个数的集合,在固定线宽值为集合中某一元素的情形下,得到了导频开销与 色散的关系图,同理,可以得到导频开销与线宽的关系图;最后,基于导频开销分别与线 宽,色散的关系图,推导出导频开销同时与色散、线宽间的关系图。根据实验结果总结出 了可以用于指导实践的相关结论。

6.问题 3: 芯片资源消耗最低的 CR 算法设计

本章定量分析定点量化对系统性能和消耗资源的影响,得到引入定点量化后的资源消 耗模型,引入泰勒级数展开方法减少相位补偿算法开销,建立以消耗资源最小为目标、以 资源消耗模型与净荷流量为约束的非线性优化模型,使用枚举法求解模型,得到不同输 入位宽条件下的定点量化资源表、相噪补偿算法中的资源消耗表,通过相噪补偿性能曲 线和定点量化位数性能影响曲线,借鉴载波恢复的锁相环实现方法,引入反馈机制,给 出基于反馈的资源最低的 CR 算法设计方法。

6.1 问题分析与模型建立

问题 3 需要在问题 2 的基础上进一步添加芯片实现资源的约束条件,即此时需要考虑 定点量化对性能和资源的影响,在导频开销可以任意变化的条件下,使 CR 算法的资源开 销最低。

针对提出的 CR 算法,将各个步骤的运算转换成基本的加法、乘法、查表和缓存四种运算,并分别计算消耗资源,具体如下:

● 对于色散补偿的资源计算,需要进行的运算有:求复共轭,FFT,对位相乘, IFFT。

● 对于相噪补偿的资源计算,需要进行的运算有:提取导频实部,提取导频虚部, 计算相位差,相位补偿。

● 对于 16QAM 解调的资源计算, 需要进行的运算有: 相位补偿, 缓存 N 个符号, 计算每个符号到 16 个星座点的欧式距离, 二分法查找计算对应星座点序列数, 逆映射。 不考虑定点量化, 上述运算消耗资源如表 2 所示:

表 2 资源消耗表

过程列表		计算中应	提供为数	所需计算					江管理 邦 (II)
		订异内谷	採作次奴	复数加法	复数乘法	实数乘法	实数加法	查表	1] 异坝杙(U)
	求复共轭	复共轭	Ν	0	0	Ν	N	0	9N
存步为出	FFT	FFT	Ν	Nlog2N	N/2*log2N	2Nlog2N	3Nlog2N	0	19Nlog2N
巴取和法	对位相乘	复数相乘	N	0	N	4N	2N	0	34N
	IFFT	IFFT	N	Nlog2N	N/2*log2N	2Nlog2N	3Nlog2N	0	19Nlog2N
	提取导频实部	累加	М	0	0	М	0	0	8M
提	提取导频虚部	累加	М	0	0	М	0	0	8M
扫唱达借		除法	1	0	0	1	0	0	М
们味们运	计算相位差	查表计算arctan	1	0	0	0	0	0	128
		减法	2	0	0	2	2	0	18
	相位补偿	查表计算实部虚部	N	0	0	3N	N	Ν	153N
	缓存N个符号	存储	N	0	0	0	N/8	0	N/8
	符号到星座点Euclid距离	求模	N*16	0	0	64N	32N	N*16	2592N
QAM解调	查找计算对应星座点序列数	查表	0	0	0	0	0	N*16	2048N
	逆映射	16位查表	Ν	0	0	0	0	4*N	512N

6.2 定点量化对性能的影响

为考察定点量化对性能的影响, 仿真了数据帧长度 M=1024, N=4 时系统的误码性能, 结果如图 11 所示。





从图中可以看出,定点量化会使系统实现 2e-2 误码率所需的信噪比提升。在相同信噪 比下,采用定点量化后的误码率会上升,因此定点量化会导致通信系统性能的下降。

6.3 定点量化对资源的影响

6.3.1 定点量化资源表

本小节考察了输入信号位宽不同时的定点量化资源,分别如表 3-表 6 所示。

表 3 位宽为6时的定点量化资源

基本操作	6+6 bit	6*6 bit	6bit-6bit	6bit,每2048符号
	加法器	乘法器	查表	延时
资源	1 U	5 U	24 U	1 U

表 4 位宽为7时的定点量化资源

基本操作	7+7 bit	7*7 bit	7bit-7bit	7bit,	每2048符号
	加法器	乘法器	查表	延时	
资源	1 U	7 U	56 U	1 U	

表 5 位宽为8时的定点量化资源

基本操作	8+8 bit	8*8 bit	8bit-8bit	8bit, 每2048符号
	加法器	乘法器	查表	延时
资源	1 U	8 U	128 U	1 U

表 6 位宽为 9 时的定点量化资源

基本操作	9+9 bit	9*9 bit	9bit-9bit	9bit, 每2048符号
	加法器	乘法器	查表	延时
资源	2 U	11 U	288 U	2 U

可以看到,随着位宽的增加,定点量化资源消耗亦随之增加。

6.3.2 总资源消耗表

结合表 3-表 6,得到任意位宽的输入信号消耗的资源如表 7-表 10 所示。

表 7 位宽为6时的消耗资源

操作	数据长度	运算	位宽为6时消耗资源
提取导频实部	М	累加	5M U
提取导频虚部	М	累加	5M U
	1	除法	5 U
计算相位差	1	泰勒展开代替查表	93 U
	2	减法	12 U
补偿	Ν	复数只虚部乘法	40N U
总和		(10M+110+40N) U	

表 8 位宽为7时的消耗资源

操作	数据长度	运算	位宽为7时消耗资源			
提取导频实部	М	累加	7M U			
提取导频虚部	М	累加	7M U			
	1	除法	7 U			
计算相位差	1	泰勒展开代替查表	93 U			
	2	减法	16 U			
补偿	N	复数只虚部乘法	78N U			
总和		(14M+116+78N) U				

表 9 位宽为 8 时的消耗资源

操作	数据长度	运算	位宽为8时消耗资源		
提取导频实部	М	累加	8M U		
提取导频虚部	М	累加	8M U		
	1	除法	8 U		
计算相位差	1	泰勒展开代替查表	93 U		
	2	减法	18 U		
补偿	N	复数只虚部乘法	153N U		
总和	(16M+119+153N) U				

表 10 位宽为9时的消耗资源

操作	数据长度	运算	位宽为9时消耗资源		
提取导频实部	М	累加	11M U		
提取导频虚部	М	累加	11M U		
	1	除法	11 U		
计算相位差	1	泰勒展开代替查表	93 U		
	2	减法	26 U		
补偿	Ν	复数只虚部乘法	323N U		
总和	(22M+130+323N) U				

可以看到,对于给定的帧长 N 和导频长度 M,位宽每增加一位,消耗资源近似成倍增加。

6.4 基于泰勒展开的相噪补偿开销缩减算法

从表 2 可以看出,定点量化后的资源消耗主要集中在计算相位差的查表计算过程, 以及相噪补偿中将相位差转换成实部与虚部的查表过程,最终都是三角函数值的查表。 因此,为减少这一过程的资源消耗,引入基于泰勒展开的三角函数快速求值算法。

将三角函数表达成泰勒展开式,在保证计算精度的同时减少展开项的个数,可以提升函数运算性能^[11]。算法的主要过程分为两步:

第一步:自变量的预处理

对于泰勒级数 f(x), x 越小, 级数收敛就越快,同样精度下所需的展开项就越少。根据三角函数的性质,依据其在 $[0, \pi/4)$ 区间上的值,就能容易地求出其他函数值,所以对 $[0, \pi/4)$ 之外的自变量 x,取:

$$s = x - \frac{\pi}{4}n\tag{6.1}$$

n可以通过x除以 $\pi/4$ 后向下取整得到。此时,x的函数值的计算转化为[0, $\pi/4$)区间上的函数计算,从而加速级数的收敛。

应用(6.1)约简时, 若 x 足够大, 且与 (π/4)*n 非常接近时, s 的计算容易产生误差。 此时可利用 IEEE 754 标准中的扩展精度解决此问题。以双精度浮点计算为例, 将π/4表 示为 3 个部分:

 $\pi/4 = 0.7853981554508209228515625$

+ 0.794662735614792836713604629039764404296875e - 8(6.2) + 0.3061616997868382943065164830687550264552437361480769e-16

IEEE754 标准中双精度浮点数的尾数部分共 52 位,使用 π/4 尾数的前 26 位构建第 1 个 实 数 0.7853981554508209228515625,将 后 26 位 尾 数 构 建 为 第 2 个 实 数 0.794662735614792836713604629039764404296875e-8,最后根据精度要求,与前两个数做 差构建第 3 个实数。

第二步:基于泰勒展开的三角函数求值

由

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$
(6.3)

令 $s(x) = 1 - \cos x$,得到:

$$\sin x = \sqrt{(2 - s(x)) \cdot s(x)} \tag{6.4}$$

\$

$$S(x) = 2s(x) = 2(1 - \cos x)$$
(6.5)

$$S(2x) = [4 - S(x)] \cdot S(x)$$
(6.6)

将待求值 x 化为 S 后, 计算泰勒级数前 3 项可以以足够的精度得到 $2[1 - \cos(\frac{s}{8})]$ 的值; 再应用 3 次倍角公式,得到 $2[1 - \cos(s)]$ 的值,求出 $\cos(s)$,从而可求出 $\sin x$ 和 $\cos x$ 的函数 值。 经过此算法优化后的资源消耗表如表 11 所示。

		计算内容	操作次数	所需计算				辻管理 邦 (II)	
	过柱列表			复数加法	复数乘法	实数乘法	实数加法	查表	11 异坝托(U)
	求复共轭	复共轭	Ν	0	0	Ν	N	0	9N
存地补偿	FFT	FFT	Ν	Nlog2N	N/2*log2N	2Nlog2N	3Nlog2N	0	19Nlog2N
巴取作法	对位相乘	复数相乘	Ν	0	N	4N	2N	0	34N
	IFFT	IFFT	Ν	Nlog2N	N/2*log2N	2Nlog2N	3Nlog2N	0	19Nlog2N
	提取导频实部	累加	М	0	0	М	0	0	8M
	提取导频虚部	累加	М	0	0	М	0	0	8M
扣品补偿	会 计算相位差	除法	1	0	0	1	0	0	М
们休心区		泰勒展开计算三角函数	1	0	0	0	0	0	93
		减法	2	0	0	2	2	0	18
	相位补偿	泰勒展开计算实部虚部	Ν	0	0	3N	Ν	Ν	118N
	缓存N个符号	存储	Ν	0	0	0	N/8	0	N/8
	符号到星座点Euclid距离	求模	N*16	0	0	64N	32N	N*16	2592N
QAM解调	查找计算对应星座点序列数	查表	0	0	0	0	0	N*16	2048N
	逆映射	16位查表	N	0	0	0	0	4*N	512N

表 11 优化后的资源消耗表

与表 2 相比,标黄处表明基于泰勒展开计算三角函数能够减少的资源消耗。为进一步 提高三角函数的运算效率,还可以采用 Cordic 算法^[12]。

6.5 模型求解

本小节在问题 2 的基础上,考虑定点量化对性能和资源的影响。设置定点位宽为 {6,7,8,9},分别考虑不同定点位宽时,探讨色散、线宽与导频开销的关系。从中选取满 足RSNR 代价小于 0.3 dB条件下的定点位宽、线宽、色散值、导频开销,从而设计资源最低的CR 算法。仿真结果如下所示。



图 12 定位量化分别为 6、7、8、9 时导频开销与线宽、色散的关系

6.6 小结

本章主要完成了资源最低的 CR 算法设计。首先将定点量化对系统的影响进行建模, 得到了引入定点量化后的资源消耗模型;其次基于资源消耗模型与净荷流量的约束,建立 了最小消耗资源的非线性优化模型;接下来对资源消耗模型进行求解,得到了不同输入位 宽条件下的定点量化资源表;最后得到了不同位宽条件下的相噪补偿算法中的资源消耗 表,并通过相噪补偿性能曲线描述了定点量化对性能的影响。

7. 问题 4: ASIC 芯片性能资源最优的综合算法设计

本章以实现误码率为 2e-2 时所需的信噪比为系统性能指标,以时间为资源指标,设 计了以单位性能所需资源量为指标的综合代价函数,仿真得出不同位宽条件下的性能与资 源的关系图,结果表明当位宽增加时,系统性能收敛于不考虑定点量化时的系统性能,但 是资源指标随位宽增加接近线性增长,单位资源增加得到的性能改善逐渐减小并趋近于 0, 基于该结论给出自动位宽优化设计方案。

7.1 问题分析

问题 4 需要考虑现实具体场景中性能和资源的权衡,给出统筹性的"性能-资源"综合考虑下的算法设计思路。在此问中,考虑的场景是线宽为 4MHz,色散值为 10000pm/ns 的场景。

以实现误码率 2e-2 时所需信噪比 SNR 为指标衡量系统性能,实现给定误码率系统所 需的 SNR 越低,则性能越好,反之亦然。定点位数是影响系统性能的一个重要因素,定点 位数越高,系统性能越好,带来的问题是资源的大量消耗。本章旨在研究资源开销与性能 的平衡关系。首先研究定点位数对性能的影响,当设定误码率为 2e-2 时,仿真了不同定点 量化位数所需的 SNR 变化曲线。然后研究资源开销与系统性能的关系,给出了资源开销随 不同定点位数变化的曲线。

7.2 综合代价函数模型

系统的性能指标为实现误码率为 2e-2 时的信噪比(SNR),资源指标为时间,但是时间无法直接衡量,在算法并行度为 128 固定值时,时钟频率固定为 1GHz 时,时间指标可以转化为芯片的资源开销(单位:U),所以单位时间内的性能提升可以转化为单位资源的性能改善,定义综合代价函数*T*为:

$$T = \frac{\Delta SNR}{\Delta R_{PC}} \tag{7.1}$$

 ΔSNR 表示信噪比的变化值, ΔR_P 表示相噪补偿消耗资源的差值。

 $\min\{M\}$

(7.2)

s.t.

$$2 \lg \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N} \left| IFFT \left\{ H_r(f) \cdot e^{j \sqrt{\frac{2\pi L_w}{f_b}} \cdot x_k} \right\} \right|^2}{\sum_{i=1}^{N} \left| x_i(n) \right|^2} \right\} / N_0 < 0.3$$

 $f_b = 1.5 \times 10^{11}, LW = 4 \times 10^6, D_Z = 1 \times 10^4, P = 128, N, T < T_u$

其中T"为单位资源换取的性能改善的阈值,通过仿真测得其值为 3e-7 dB/U。

7.3 模型求解

为权衡系统性能与资源,仿真了在传输数据帧长 N=1024,导频长度 M=4(此时净荷传输速率为149.4 Gbaud),定点量化位数分别为6,7,8,9时对系统性能。仿真结果如图 13 所示:



图 13 通信系统性能-资源关系

从图中可以看到,随着系统使用资源的增加,系统的性能也得到了相应的改善。当量 化位数从 6 逐渐增加至 7、8、9 时,系统的资源开销随之增加 94.70%、95.97%、111.00%, 为达到 2e-2 误码率所需的信噪比 SNR 也分别降低 0.208 dB、0.074 dB、0.052 dB。

根据表 7-表 10 可以得到完成一帧数据相噪补偿的资源开销(单位:U)。此时的单位资源开销带来的性能改善如图 14 所示:



图 14 单位资源换取的性能改善图

从图中可以看到,当定点量化位数进一步增加时,呈线性增长的系统资源开销带来的 系统性能改善逐渐降低并趋近于 0。

为了更直观的比较,将量化位数分别为6、7、8以及9时的性能曲线进行了对比,如 图 15 所示。





从图中可以非常直观的看出,随着量化位数的增加,系统性能曲线逐渐接近于不考虑 量化位数时的性能曲线。这是因为*n*点定点量化带来的误差与<u>1</u>成正比,随着*n*的增加, 定点量化误差逐渐减小。

此外,也可以看到,当定点量化位数为9时,系统性能已经与不考虑定点量化时的系统性能接近。即性能收敛界限位不考虑定点量化时的系统性能。所以当定点量化位数进一步增加时,呈线性增长的系统资源开销并不能带来与之成正比的系统性能改善。

以上结论给自动位宽优化算法设计带来的指导思想是:当系统误码率不能满足传输要求时,接收端首先可以尝试增加位宽。但是位宽的增加也会带来成倍的额外性能开销。因此,当单位资源带来的性能改善过小时,接收端应考虑其他方法改善性能,如通知发送方提高发送功率等。

7.4 自动位宽优化设计方案

现有的 CR 算法可以分为两种,一种是基于锁相环的载波恢复,另一种是基于导频的 前向载波恢复算法。在本题中考虑的是后者。但是第一种方法的思想仍然值得参考。综合 以上分析,本文借鉴基于锁相环的载波恢复方法中的反馈机制设计了一种自动位宽优化方 案:

Step1:接收端根据上层应用判断接收信号的误码率是否大于或小于某一阈值。

Step2:当接收方判断误码率过高时,可以通过反馈机制与发送方约定每码字传输更多 位量化比特。相当于接收方通过消耗更多的资源换取了误比特率性能的改善。但是当单位 资源获得的性能改善小于一阈值时,接收端应该考虑采取其他方法,如通知发送方提高信 噪比的方式来获取更高性能。

Step3:当接收方判断误码率过低时,可以通过反馈机制与发送方约定减小每码字定点量化比特。接收方此时可以利用可以接收的误码率的下降减小资源的开销。



该方案如图 16 所示。

图 16 自动位宽优化方案

通过反馈机制,传输双方通过实时调整数据位宽实现了性能与资源的权衡。该机制可 以通过反向链路实时进行或根据具体任务定时反馈。

7.5 小结

本章主要完成性能-资源综合算法设计。首先在综合考虑性能与资源的约束条件下,构造了性能和资源的综合代价函数;其次,在既定误码率的前提条件下,设定了衡量代价函数的指标参数,定义信噪比为性能的衡量指标,资源开销为资源的衡量指标,并给出了不同位宽条件下的性能与资源的关系图;最后,基于性能与位宽的关系图,给出了自动位宽优化设计方案,可以用于指导 CR 算法开发。

8.模型的总结与评价

8.1 模型优点

1.结合数学模型和计算机仿真模型,通过理论分析和仿真验证设计了 CRAP1 算法,结论可信度高。

2.在相噪补偿过程的复数运算中引入泰勒展开算法,减小了资源开销。

3.建立了 RSNR 代价模型,基于导频开销随线宽,色散的变化的测量结果,拟合出阶梯状的三维图形。

4.设计了以单位性能所需资源量为指标的综合代价函数,借鉴锁相环载波恢复的方法, 引入反馈机制,给出了自动位宽优化设计方案。

8.2 模型缺点

1.缺乏实测数据支撑理论分析。

2.仿真数据有待丰富。

8.3 改进方向

1.在相噪补偿过程中可以采用比 FFT 性能更好的快速算法。

2.进一步从理论上深入探讨芯片设计中性能更好、资源消耗更低的载波恢复算法。

9.参考文献

[1]李孝周.数字通信系统中的载波恢复技术初探[J].数字通信世界,2020(01):50.

[2] 张杰,邱琪.一种高精度的四次方载波相位恢复算法[J].激光与光电子学进展,2019,56(13):59-63.

[3] Xiao Yan, Qian Wang and Kaiyu Qin, "Frequency pre-estimation aided carrier recovery algorithm for high-speed M-PSK communication," 2008 11th IEEE Singapore International Conference on Communication Systems, Guangzhou, 2008, pp. 1339-1343.

[4] 纪晓辉. 一种基于前导字的最大似然并行载波恢复算法研究[J]. 信息通信,2016(06):35-36.

[5]富宇. QAM 光信号相干检测载波相位恢复的研究[D].北京交通大学,2015.

[6] Jianglong Gong, "A hybrid carrier-recovery system for high-order QAM signals," 2012 International Conference on Computational Problem-Solving (ICCP), Leshan, 2012, pp. 354-357.

[7]吴琛, 沈成彬, 吉建华,等. 光纤色散对 FFH-OCDMA 系统误码率的影响[J]. 光电子·激光, 2002, 13(12).

[8] X. Hao, Z. Wang, Q. WU and C. Lin, "A Refined Phase Estimation Based Parallel Carrier Recovery Algorithm in High Speed Wireless Communication Systems," 2018 IEEE 18th International Conference on Communication Technology (ICCT), Chongqing, 2018, pp. 732-735.

[9]蒋志, 范崇澄. 光纤传输系统色散补偿对噪声的影响[C]. 全国集成光学学术会议. 2001.

[10] W. Ranran, W. Botao and L. Yan, "A New Frequency Pre-estimation Aided Carrier Recovery Algorithm for Multimodal Signal System," 2013 Ninth International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing, Beijing, 2013, pp. 161-164.

[11]张文华,汲守峰.正弦函数两种泰勒展开式的比较[J].赤峰学院学报(自然科学版),2018,34(12):11-12.

[12]胡国荣,孙允恭.CORDIC 算法及其应用[J].信号处理,1991(04):229-242.

10to P_cost1000 vs. Dz ٠ ٠ P_cost2000 vs. Dz 0.8 fitted curve fitted curve 0.6 9 0.4 P_cost1000 P_cost2000 8 -0.4 -0.6 -0.8 5 1000 2000 3000 4000 5000 8000 7000 8000 9000 10000 Dz 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000 Dz 10 -104 - 10-4 10 • P_cost3000 vs. Dz P_cost4000 vs. Dz fitted curve fitted curve 9 9 ŧ P_cost3000 P_cost4000 7 7 6 6 5 5 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000 Dz Dz > 10-4 10-10 10 . P cost5000 vs. Dz . P_cost6000 vs. Dz fitted curve filled curve 9 9 8 8 P_cost5000 P_cost6000 7 7 6 6 5 5 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000 Dz Dz 10 10 - 10-4 15 P_cost8000 vs. Dz • P_cost7000 vs. Dz fitted curve ٠ fitted curve 9 P_cost8000 8 P_cost7000 10 7 6 5 5 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000 Dz Dz

附录 1: 导频开销与色散值仿真图 线宽固定,导频开销随色散的变化关系图:



附录 2: 导频开销与线宽关系仿真图 色散固定,导频开销随线宽的变化关系图:





附录 3: 光数字通信系统仿真 Matlab 代码 发送端编码设置:

LWO=4000: %线宽 Dz0=20000*1e9;%色散值 -----初始化-----¥----nsymbo1=4:%表示一共有多少组符号,这里定义100000个符号 MM=1024: NN=2: original_phase=135*2*pi/360; %*360/2/pi;%135*2*pi/360; % %计算均方误差代替误码率,简化数量%使用坐标的能量误差代替,求得最优,简化计算 M=16:%M表示QAM调制的阶数,表示16QAM,16QAM采用格雷映射(所有星座点图均采用格雷映射) N=16 %N表示QAM调制的阶数,表示16QAM,16QAM采用格雷映射(所有星座点图均采用格雷映射) graycode=[0 1 3 2 4 5 7 6 12 13 15 14 8 9 11 10]:%格雷映射编码规则 graycode1=[0 1 3 2 4 5 7 6 12 13 15 14 8 9 11 10];%格雷映射十进制的表示 EsN0=1:70;%信噪比范围 snr1=10. ^(EsN0/10):%将db转换为线性值 msg=randi([0,M-1],1,nsymbo1*MM);%0到15之间随机产生一个数,数的个数为: MM乘nsymbo1,得到原始数据 H f=zeros(1,length(msg)); msg(1:NN)=0:%插入导频,导频设置为全0码字,导频长度为NN msg1=graycode(msg+1);%对数据进行格雷映射 msgmod=qammod(msg1,M):%调用matlab中的qammod函数,16QAM调制方式的调用(输入O到15的数,M表示QAM调制的阶数)得到调制后符号 spow=norm(msgmod).²/(nsymbol):%取a+bj的模.²得到功率除整个符号得到每个符号的平均功率 LW=LWO;%线宽KHz fb=150*1e9:%波特率 fs=fb;

信道加入色散:

)	历经信噪比9	ю
or	i=1:1ength(EsNO)	
	sigma=sqrt(spow/(2*snr1(i)));%16QAM根据符号功率求出噪声的功率	
	sigmal=sigma;	
	%历经信道历经信道	%
	rx=msgmod;	
	rx1=msgmod;	
9	6加入色散%rx1_ifft	
	fs=1000;	
	NNNN=1ength(rx1);	
	n=0:length(rx1)-1;	
	f=n*fs/NNNN;	
	1ambda=1550*1e-9;%波长	
	Dz=Dz0;% 巴散值	
	V_C=3*IE8;%元述	
	rx1_IIt=IIt(rx1);	
	<pre>for inert=1:length(H_f)</pre>	
	H_f(inert)=exp(1j*(1ambda*1ambda*pi*Dz*(f(inert))^2/v_c));%v_c/1ambda	l
	end	
	<pre>rxl_ifft=ifft(rxl_fft.*H_f);</pre>	

信道加入相位噪声以及高斯白噪声:

rx3=rx2+awgn;%16QAM混入高斯加性白噪声 rx320=rx220+awgn;%16QAM混入高斯加性白噪声

```
%------混入相位噪声-----%rx2
for j=1:length(msgmod)
dsita=sqrt(2*pi*LW/fb)*randn(1)+sita_old;
sita_old=dsita;
rx2(j)=rx1_ifft(j)*exp(1j*(dsita)); %16QAM混入相位噪声
end
%------混入高斯白噪声-----%rx3
awgn=4*sigma*(randn(1,length(msgmod))+li*randn(1,length(msgmod)));
rx=msgmod+awgn;%16QAM混入高斯加性白噪声
```

```
40
```

接收端进行色散补偿以及相噪补偿:

接收端进行解调和逆映射:

%解调% y=qamdemod(rx,M);%16QAM的解调 y0=qamdemod(rx3,M);%加入噪声之后的解调 y1=qamdemod(rx5,M);%缓解之后的解调	
decmsg=graycode(y+1);%16QAM接收端格雷逆映射,返回译码出来的信息,十进制 decosg=graycode(y0+1);%16QAM接收端格雷逆映射 decnsg=graycode(y1+1);%16QAM接收端格雷逆映射	

星座点绘制:

```
96----
scatterplot(msgmod);%原星座点
title('调制后星座点');
p = 2*(1-1/sqrt(M))*qfunc(sqrt(3*snr1/(M-1)));
ser_theory=1-(1-p).<sup>2</sup>;%16QAM理论误码率
ber_theory=1/log2(M)*ser_theory;
%加入噪声之后的星座点
scatterplot(rx1_ifft);
title('加入色散之后的星座点');
scatterplot(rx2);
title('加入相噪之后的星座点');
scatterplot(rx3);
title('加入高斯白噪声之后的星座点');
scatterplot(rx4);
title('色散补偿之后的星座点');
scatterplot(rx5);
title('相噪补偿之后的星座点');
scatterplot(rx520);
title('不加色散及补偿的星座点');
figure()
```

性能曲线绘制:

```
pl=2*(1-1/sqrt(M))*qfunc(sqrt(3*snr1/(M-1)));
ser1_theory=1-(1-p1).^2;%64QAM理论误码率
ber1_theory=1/log2(M)*ser1_theory;%得到误比特率
%绘图
figure()
semilogy(EsN0, ser, 'g-o', EsN0, ser1, 'b-^', EsN0, ser2, 'r-*');%16QAM实际误比特率、加入色散和噪声之后的误比特率
title(['16QAM调制信号性能比较 导频开销=', num2str(NN), '/', num2str(MM)]);
grid;
xlabel('Es/N0(dB)');%性躁比
ylabel('误码率');%误码率
legend('16QAM理论误码率曲线', '加入噪声后误码率', '相噪色散补偿后误码率');
```

```
%end
```

附录 4: 考虑定点量化的通信系统 Matlab 仿真代码 接收端进行色散补偿和相噪补偿:

%------接收端--

```
%------色散补偿-----%rx4
   rx4=ifft(fft(quantize(qpath, rx3)). *conj(quantize(qpath, H_f)));
   rx4_o=rx4;
   rx4=quantize(qpath,rx4);
   %-----相位补偿----%rx5
   %假设每M个符号,导频序列长度为N
   x_a11=0;
   y_a11=0;%用于提取实部和虚部
       for jjj=1:NN
       x_all=x_all+real(rx4(jjj));
       y_all=y_all+imag(rx4(jjj));
       end
qpath = quantizer('fixed','round','saturate',[bitm+2,bitm+2-1-3]);%由于四个数相加,数据由bitm位变成了bitm+2位
x_all=quantize(qpath, x_all);
y_all=quantize(qpath,y_all);
   ssita=atan(y_all/abs(x_all));%计算相位1
   qpath = quantizer('fixed','round','saturate',[bitm,bitm-1-3]);%由于四个数相加,数据由bitm位变成了bitm+2位
   ssita=quantize(qpath, ssita);
   delta_phase=pi-ssita-original_phase;
   delta_phase=quantize(qpath, delta_phase);
   rx5=rx4*exp(-1j*delta_phase);
   rx5=quantize(qpath,rx5);
```